Лекция №10

Тема: Типы булевых функций. Теорема о полноте (теорема Поста).

Содержание:

1. Типы булевых функций.
2. Функции равные «0».
3. Функции равные «1».
4. Функции самодвойственные.
5. Функции монотонные.
6. Линейные функции.
7. Теорема о полноте.
8. Свойства элементарных функций.
9. Теорема Поста.
10. Особенности полных систем.

Обозначения функции	Наименование функции	a	0	0	1	1	Примечания	Сохраняет 0	Сохраняет 1	Самодвойственная	Монотонная	Линейная
		b	0	1	0	1						
$f_1 = a \wedge b = ab = a\&b$	Конъюнкция (логическое умножение)		0	0	0	1		X	X		X	
$f_2 = a \vee b = a + b$	Дизъюнкция (логическое сложение)		0	1	1	1		X	X		X	
$f_3 = a \rightarrow b$	Импликация от a к b		1	1	0	1			X			
$f_4 = a \leftarrow b$	Обратная импликация от a к b		1	0	1	1			X			
$f_5 = a \sim b$	Равнозначность		1	0	0	1			X			X
$f_6 = a \overline{\sim} b = a \oplus b$	Неравнозначность (сумма по модулю 2)		0	1	1	0		X				X
$f_7 = a \overline{\wedge} b = a/b$	Функция Шеффера (инверсия конъюнкции)		1	1	1	0	Универсальная					
$f_8 = a \overline{\vee} b = a \downarrow b$	Функция Пирса (инверсия дизъюнкции)		1	0	0	0	Универсальная					
$f_9 = a \overline{\rightarrow} b$	Инверсия импликации (функция запрета по b)		0	0	1	0		X				
$f_{10} = a \overline{\leftarrow} b$	Инвер. обрат. Импликации (фун. запрета по a		0	1	0	0		X				
$f_{11} = a$	Повторение a (переменная a)		0	0	1	1	Тривиальная	X	X	X	X	X
$f_{12} = \bar{a}$	Инверсия a (функция НЕ)		1	1	0	0				X		X
$f_{13} = b$	Повторение b (переменная b)		0	1		1	Тривиальная	X	X	X	X	X
$f_{14} = \bar{b}$	Инверсия b (функция НЕ)		1	0	1	0				X		X
$f_{15} = 1$	Единичная функция (константа 1)		1	1	1	1	Тривиальная		X		X	X
$f_{16} = 0$	Нулевая функция (константа 0)		0	0	0	0	Тривиальная	X			X	X

Типы булевых функций.

В алгебре логики из множества $N = 2^{2^n}$ булевых функций выделяется 5 типов функций:

1. T_0 - функции равные «0»
2. T_1 – функции равные «1»
3. S – самодвойственные функции.
4. M – монотонные функции.
5. L – линейные функции.

Типы булевых функций.

В алгебре логики из множества $N = 2^{2^n}$ булевых функций выделяется 5 типов функций:

1. T_0 - функции равные «0»
2. T_1 – функции равные «1»
3. S – самодвойственные функции.
4. M – монотонные функции.
5. L – линейные функции.

Типы булевых функций.

В алгебре логики из множества $N = 2^{2^n}$ булевых функций выделяется 5 типов функций:

1. T_0 - функции равные «0»
2. T_1 – функции равные «1»
3. S – самодвойственные функции.
4. M – монотонные функции.
5. L – линейные функции.

Типы булевых функций.

В алгебре логики из множества $N = 2^{2^n}$ булевых функций выделяется 5 типов функций:

1. T_0 - функции равные «0»
2. T_1 – функции равные «1»
3. S – самодвойственные функции.
4. M – монотонные функции.
5. L – линейные функции.

Типы булевых функций.

В алгебре логики из множества $N = 2^{2^n}$ булевых функций выделяется 5 типов функций:

1. T_0 - функции равные «0»
2. T_1 – функции равные «1»
3. S – самодвойственные функции.
4. M – монотонные функции.
5. L – линейные функции.

Типы булевых функций.

В алгебре логики из множества $N = 2^{2^n}$ булевых функций выделяется 5 типов функций:

1. T_0 - функции равные «0»
2. T_1 – функции равные «1»
3. S – самодвойственные функции.
4. M – монотонные функции.
5. L – линейные функции.

Типы булевых функций.

В алгебре логики из множества $N = 2^{2^n}$ булевых функций выделяется 5 типов функций:

1. T_0 - функции равные «0»
2. T_1 – функции равные «1»
3. S – самодвойственные функции.
4. M – монотонные функции.
5. L – линейные функции.

Типы булевых функций.

В алгебре логики из множества $N = 2^{2^n}$ булевых функций выделяется 5 типов функций:

1. T_0 - функции равные «0»
2. T_1 – функции равные «1»
3. S – самодвойственные функции.
4. M – монотонные функции.
5. L – линейные функции.

Теорема Поста

Теорема. Система (набор) элементарных логических функций является (функционально) полной, если произвольную ПФ можно педставить в виде суперпозиции функций этой системы.

Чтобы система ПФ была полной, необходимо и достаточно, чтобы она содержала хотя бы одну функцию, не сохраняющую нуль, не сохраняющую единицу, не являющуюся линейной, не являющуюся монотонной, не являющуюся самодвойственной.

Особенности функционально полных систем.

Для удовлетворения критерию полноты необходимо и достаточно, чтобы среди функций системы имелись:

1. функция, не сохраняющая константу «0»;
2. функция, не сохраняющая константу «1»;
3. функция, не являющаяся самодвойственной;
4. функция, не являющаяся монотонно;
5. функция, не обладающая свойством линейности.

Если каждая из взятых функций не обладает лишь одним свойством, то для функциональной полноты необходима система из 5-ти функций.

Полная система называется несократимой, если исключение любой функции системы нарушает её полноту. В связи с тем, что каждая из функций не обладает несколькими свойствами, функционально полные системы могут быть построены с помощью одной, двух, трёх и четырёх функций. Наиболее распространённая система – система из трёх функций: И, ИЛИ, НЕ. С помощью этих функций могут быть описаны процессы управления любыми производствами, любая функция, описывающая работу любого устройства вычислительной техники.

Краткое основное содержание лекции

1. В алгебре логики существует 5 типов булевых функций.
2. Система (набор) элементарных логических функций является функционально полной, если любая функция алгебры логики может быть представлена в виде суперпозиции функций этого набора.