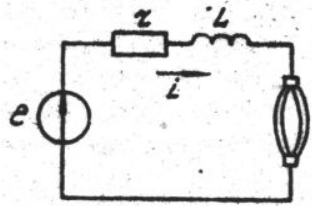


ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С ДУГАМИ

Процессы в однофазной цепи переменного тока с безынерционной дугой



$$E_m \sin(\omega t + \psi) = ri + x \frac{di}{d\omega t} + u_{\text{д}}$$

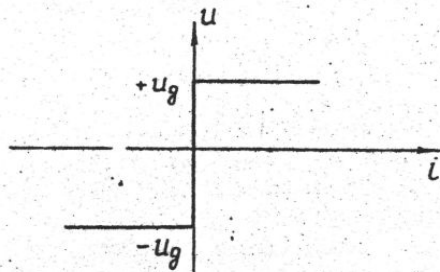
Параметры цепи:

Конструктивный

$$\gamma = \frac{x}{r}$$

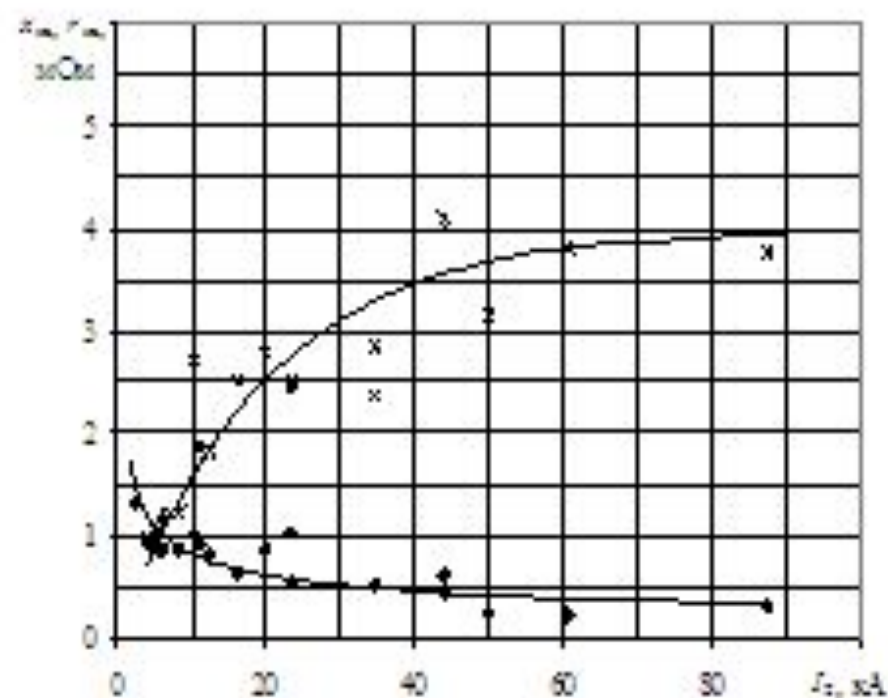
Режимный

$$\beta = \frac{U_{\text{д}}}{E_m}$$

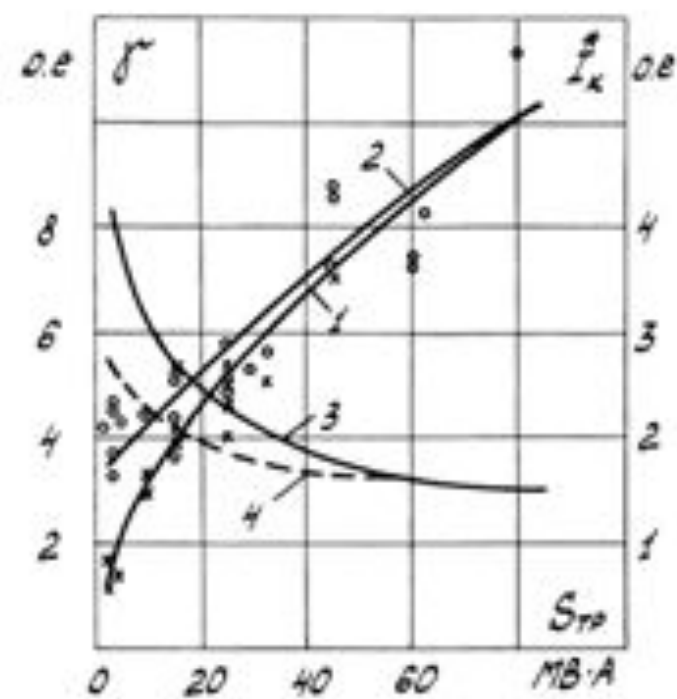


ДВАХ дуги

$$u_{\text{д}} = U_{\text{д}} \text{sign}(i)$$



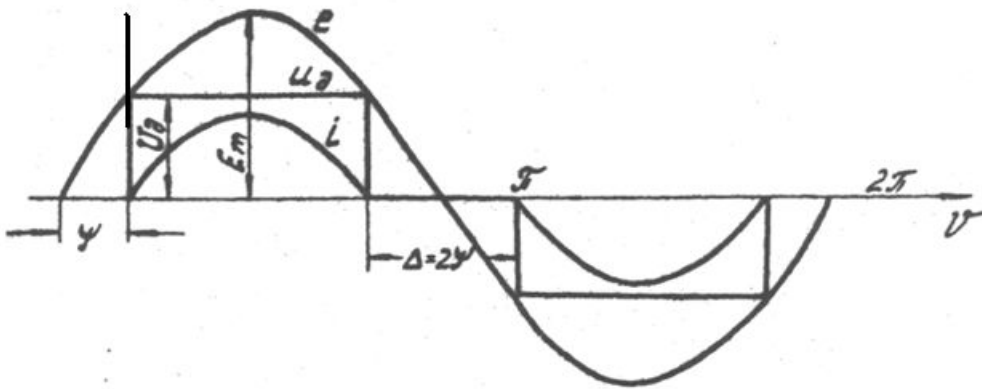
Влияние мощности ЦС II на коэффициент γ
 короткого замыкания (1), время отключения (2) и разрядки конденсатора КЗ по числу
 присутствующих в цепи реакторов (3)
 или реакторы максимальной $S_{гп}$ (4)



1. Цепь с преобладанием активного сопротивления, когда

$$r \gg x \text{ и } \gamma \rightarrow 0.$$

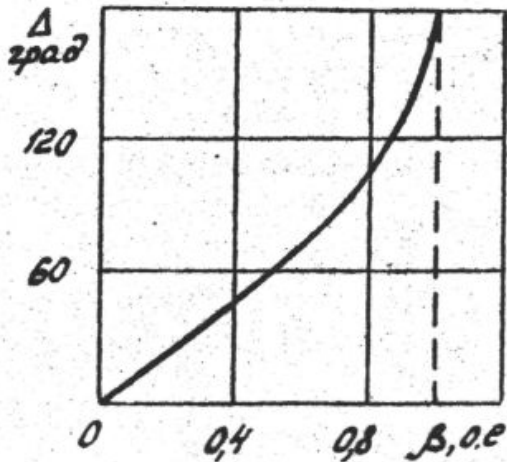
$$E_m \sin(\omega t + \psi) = ri + u_d$$



$$e|_{\omega t=0} = u_d|_{\omega t=0} \quad E_m \sin \psi = U_d$$

$$\sin \psi = \frac{U_d}{E_m} \quad \psi = \text{arc sin} \beta$$

$$i(\omega t) = \frac{E_m}{r} [\sin(\omega t + \psi) - \sin \psi]$$



$$\Delta = 2\psi = 2 \text{arc sin} \beta$$

2. Цепь с преобладанием реактивного сопротивления,

когда

$$r \ll x \quad \text{и} \quad \psi \rightarrow \infty$$

$$e_m \sin(\omega t + \psi) = x \frac{di}{d\omega t} + u_{\text{д}} \qquad u_{\text{д}} = E_m \sin(\omega t + \psi) - x \frac{di}{d\omega t}$$

$$\frac{di}{d\omega t} = \frac{E_m}{x} \sin(\omega t + \psi) - \frac{u_{\text{д}}}{x} \qquad i(\omega t) = -\frac{E_m}{x} \cos(\omega t + \psi) - \frac{u_{\text{д}}}{x} \omega t + C \qquad C = \frac{E_m \cos \psi}{x}$$

$$i(\omega t) = -\frac{E_m}{x} \cos(\omega t + \psi) + \frac{E_m \cos \psi}{x} - \frac{u_{\text{д}}}{x} \omega t$$

Зажигание дуги
происходит при условии

$$E_m \sin \psi - x \left. \frac{di}{d\omega t} \right|_{\omega t = -\Delta} = U_{\text{д}}$$

Два режима горения дуги:

прерывистый

$$E_m \sin \psi = U_D$$

$$\psi = \arcsin \beta$$

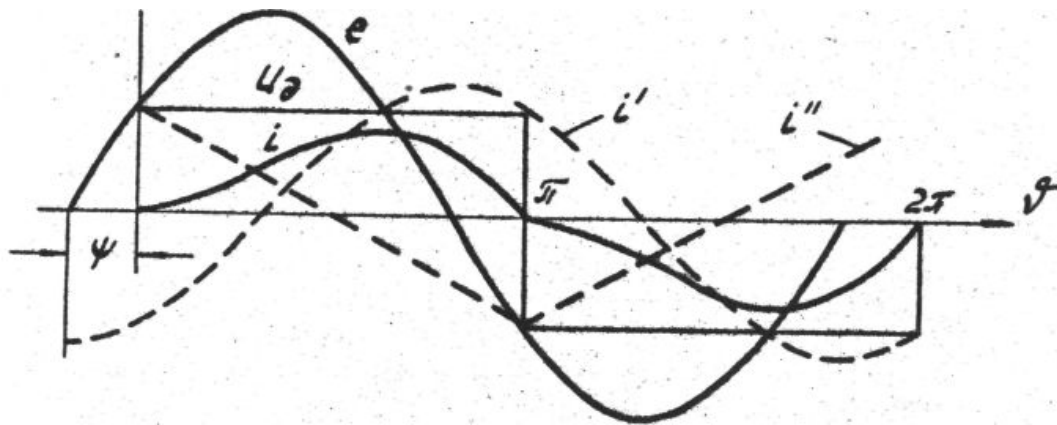
непрерывный

$$2E_m \cos \psi = \pi U_D$$

$$\psi = \arccos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{U_D}{E_m} = \arccos \frac{\pi}{2} \beta$$

В непрерывном режиме

$$i(\omega t) = -\frac{E_m}{x} \cos(\omega t + \psi) - \frac{U_D}{x} \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$



переход

$$\arccos \frac{\pi}{2} \beta_{\text{пред}} = \arcsin \beta_{\text{пред}}$$

$$\beta_{\text{ПРЕД}} = 0,54$$

$$\beta \boxtimes \beta_{\text{ПРЕД}}$$

ток непрерывный;

$$\beta \boxtimes \beta_{\text{ПРЕД}}$$

ток прерывистый

3. Соизмеримые значения активного и реактивного сопротивлений

Решим неоднородное дифференциальное уравнение

$$ir + x \frac{di}{d\omega t} = E_m \sin(\omega t + \psi) - u_d$$

Принужденный режим

$$i_{\text{пр}} = \frac{E_m}{z} \left[\sin(\omega t + \psi - \varphi) - \frac{\beta}{\cos \varphi} \right] \quad \text{где} \quad z = \sqrt{r^2 + x^2}; \quad \varphi = \text{arc tg} \gamma$$

Свободный режим

$$i_{\text{св}} = Ae^{-\frac{\omega t}{\gamma}}$$

$$i = i_{\text{св}} + i_{\text{пр}} = \frac{E_m}{z} \left[\sin(\omega t + \psi - \varphi) - \frac{\beta}{\cos \varphi} \right] + Ae^{-\frac{\omega t}{\gamma}}$$

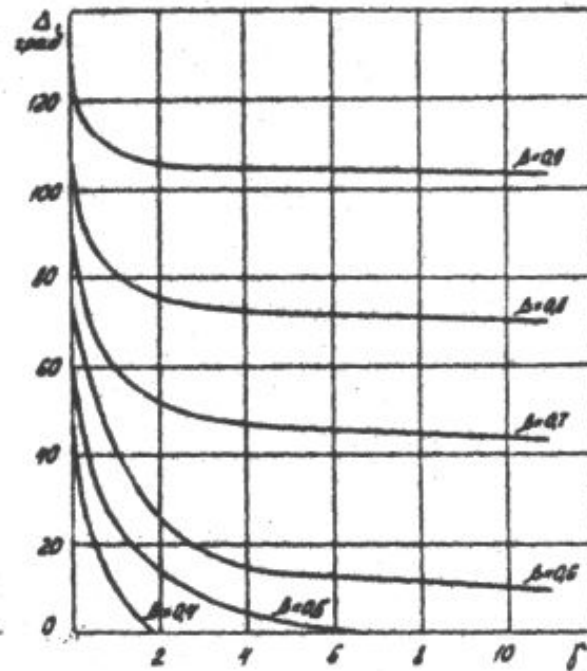
Из условия зажигания дуги ($\omega t = 0, i = 0$)

$$A = -\frac{E_m}{z} \left[\sin(\psi - \varphi_k) - \frac{\beta}{\cos \varphi} \right]$$

$$i(\omega t) = -\frac{E_m}{z} \left[\sin(\omega t + \psi - \varphi) - \frac{\beta}{\cos \varphi} \right] - \frac{E_m}{z} \left[\sin(\psi - \varphi_k) - \frac{\beta}{\cos \varphi} \right] e^{-\frac{\omega t}{\gamma}} = 0$$

Паузу можно определить из условия $i = 0$ при $\omega t = \pi - \Delta$.

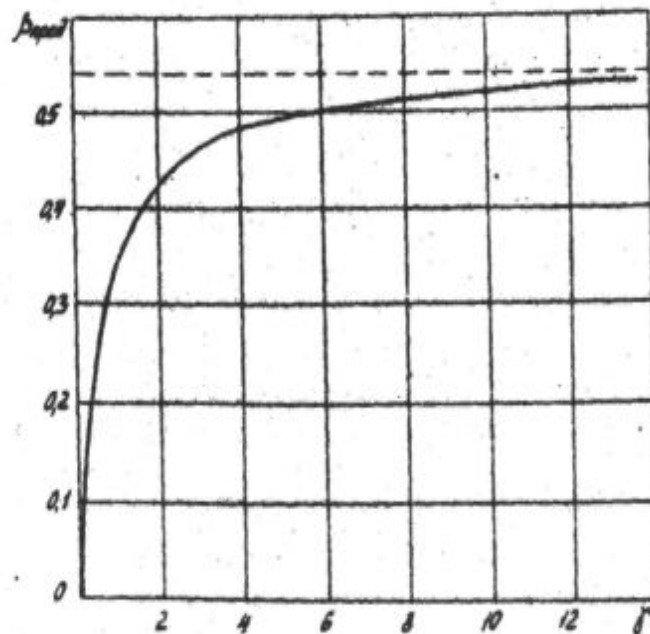
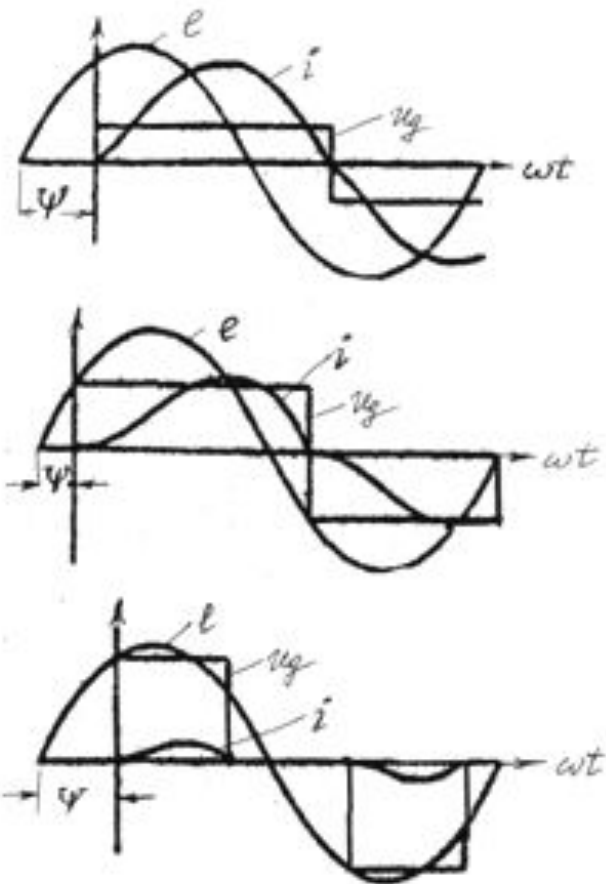
$$\sin(\psi - \varphi - \Delta) + \frac{\beta}{\cos \varphi} - \gamma \cos(\psi - \varphi) e^{-\frac{\pi - \Delta}{\gamma}} = 0$$



Определим переход от непрерывного к прерывистому режиму, приравняв $\Delta = 0$. В результате

$$\sin(\psi_{\text{пред}} - \varphi) = -\frac{\beta}{\cos \varphi} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{\pi}{\gamma}}}{1 + e^{-\frac{\pi}{\gamma}}}$$

$$\beta_{\text{пред}} = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + \left[1 + (1 + \gamma^2) \operatorname{th} \frac{\pi}{2\gamma}\right]^2}}$$



Можно вывести выражения для мощности дуги. В общем случае она равна

$$P_{\text{д}} = \frac{E_m^2 \beta}{\pi r} [\cos \psi + \cos(\psi - \Delta) - \beta(\pi - \Delta)]$$

Для непрерывного режима это выражение упрощается

$$P_{\text{д}} = \frac{E_m^2 \beta}{\pi r} (2 \cos \psi - \pi \beta)$$

Анализ однофазной цепи с дугой методом решения дифференциального уравнения позволяет получить точное решение для мгновенного значения тока. Однако определение действующих значений тока и напряжения сопряжено с определенными вычислительными трудностями. Сложно оценить и степень несинусоидальности кривых.

Метод гармонического анализа

Он основан на замене по методу компенсации нелинейной дуги несинусоидальной ЭДС с последующим разложением ее кривой в ряд Фурье. Таким образом, цепь линейризуется и применим метод наложения. Рассмотрим метод гармонического анализа на примере непрерывного режима цепи r, L с характерными параметрами β и γ .

Для случая представления ВАХ дуги в виде функции $u_{\text{д}} = U_{\text{д}} \text{sign } i$ напряжение дуги представляет собой периодическую функцию прямоугольной формы. Из-за ее симметричности относительно центра координат в разложении в ряд отсутствуют четные гармоники

$$u_{\text{д}} = \frac{4U_{\text{д}}}{\pi} \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 2n}}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\omega t$$

Линеаризованная цепь производится для каждой гармоники отдельно комплексным методом:

$$I_1 = \frac{U_{\text{д}1} e^{j\psi} - U_{\text{д}1}}{r + jx}$$

$$I_3 = -\frac{U_{\text{д}3}}{r + j3x}$$

$$I_s = -\frac{U_{\text{д}5}}{r + j5x}$$

Мгновенное значение тока

$$i = I_{1m} \sin(\omega t - \varphi_1) - I_{3m} \sin(3\omega t - \varphi_3) - I_{5m} \sin(5\omega t - \varphi_5) + \dots$$

где $\varphi = \arctan n\gamma$ (кроме первой гармоники, для которой угол φ_1 зависит не только от γ , но и от начальной фазы ЭДС источника ψ).

Угол ψ определяется из условия $i(0)=0$

Действующие значения тока и напряжения определяются по выражениям:

$$I = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{\infty} I_{m,n}^2}{2}}; \quad U = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{\infty} U_{д.м,n}^2}{2}}$$

В непрерывном режиме действующее напряжение дуги U равно напряжению горения U_D . При появлении паузы действующее значение напряжения дуги меньше напряжения ее горения.

Активная мощность дуги определяется как

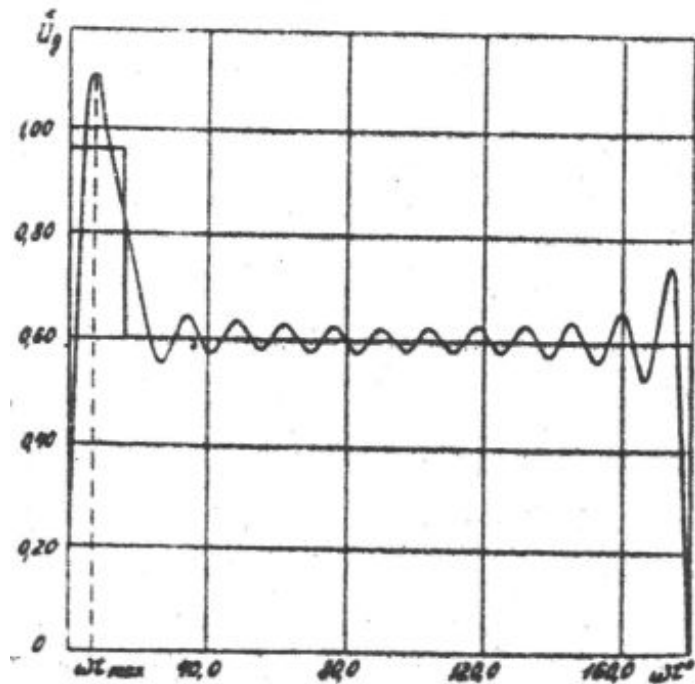
$$P_{д} = \sum_{k=1}^{\infty} P_{д,n} = \sum_{k=1}^{\infty} I_{д,n} U_{д,n} \cos \varphi_n$$

Не смотря на то, что начальные фазы мгновенных значений тока и напряжения дуги совпадают, активная мощность дуги меньше полной мощности дуги $S_D = IU$. Это связано не с реактивностью дуги, а с несинусоидальностью тока и напряжения и появлением мощности искажения

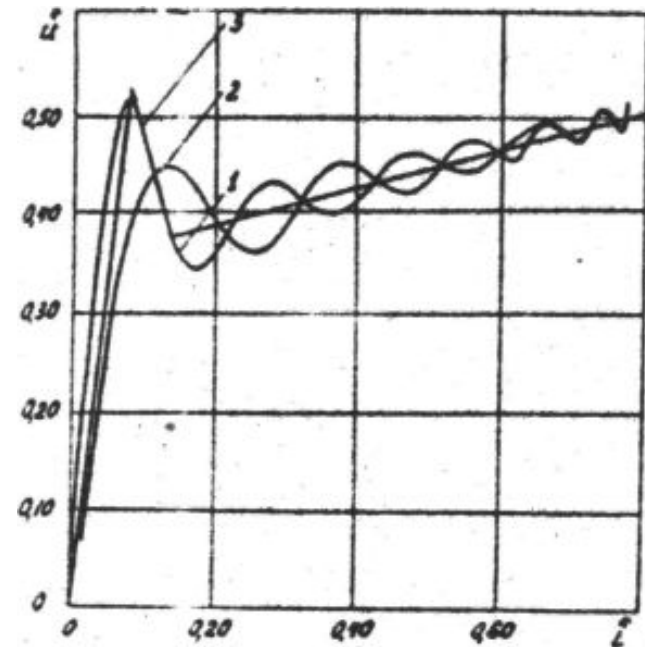
Метод гармонического анализа наряду с серьезными преимуществами имеет и недостатки.

Одним из них является снижение точности расчетов из-за замены бесконечного ряда конечным числом гармоник.

Второй недостаток имеет методический характер. Известно, что разрывная функция $f(x)$, в таковой является прямоугольная форма напряжения дуги, при разложении в ряд, при переходе через разрыв ($x = 0, \pi, \dots$), делает скачок примерно на 18% больший, чем исходная функция. Это явление называется эффектом Гиббса. В результате представление напряжения дуги рядом Фурье в окрестности точек разрыва не вполне удовлетворительно. При этом получаемая динамическая ВАХ дуги несколько отличается от теоретической.



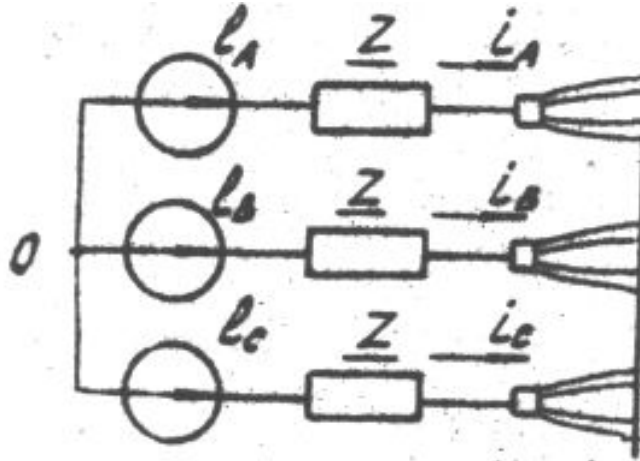
Кривая напряжения дуги



ДВАХ

Зачастую эта ДВАХ ближе к реальным условиям, чем теоретическая, из-за наличия в действительности в кривой напряжения пиков зажигания и погасания дуги.

Процессы в трехфазной симметричной цепи с безинерционными дугами



$$E_m \sin(\omega t + \varphi) = i_A r + x \frac{di_A}{d\omega t} + u_{д.А} + u_{oo'}$$

Применим метод компенсации и заменим нелинейные дуги трехфазной симметричной системой несинусоидальных ЭДС.

Как известно, при применении гармонического анализа такая трехфазная система может быть разделена на три группы гармоник с разной последовательностью фаз:

- **группа прямой последовательности** - это гармоники с номерами $n = 3k + 1$, они имеют в симметричной трехфазной системе прямую последовательность фаз, т.е. ЭДС фазы B отстает от ЭДС фазы A на $n \frac{2\pi}{3}$ а ЭДС фазы C опережает ее $n \frac{2\pi}{3}$
на $n \frac{2\pi}{3}$
К этой последовательности относится основная (первая) гармоника, а также седьмая, тринадцатая и т.д.;

- **группа обратной последовательности** - это гармоники с номерами $n = 3k - 1$ ($n = 5, 11, 19...$). Эти гармоники имеют обратную последовательность фаз, т.е. фаза B не отстает, а опережает фазу A на $n \frac{2\pi}{3}$

- **группа нулевой последовательности** - это гармоники с номерами $n = 3k$ («кратные трем») ($n = 0, 3, 9, 15...$). Для этих гармоник ЭДС всех фаз имеют одну и ту же начальную фазу.

Произведем расчет цепи для каждой группы последовательностей. При этом ввиду симметричности схемы все гармоники прямой и обратной последовательностей напряжения сдвига нейтрали $u_{00'}$ равны нулю, а гармоники токов, кратные трем, в цепи отсутствуют.

Тогда

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_{д.А1}}{r + jx} \quad \dot{I}_{An} \Big|_{\substack{n \neq 1 \\ n \neq 3k}} = -\frac{\dot{U}_{д.А.n}}{r + jnx}$$

Мгновенное значение тока

$$i_A = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2k \\ n \neq 3k}}^{\infty} I_{An.m} \sin(n\omega t - \varphi_n)$$

Как и в однофазной цепи, дуга может гореть непрерывно или прерывисто. При непрерывном режиме начальная фаза ЭДС фазы A определяется из уравнения $i(0) = 0$, пауза отсутствует.

В прерывистом режиме зажигание дуги в фазе A ($\omega t = 0$) происходит, когда напряжение на промежутке $U_{пр}$ превысит напряжение горения дуги.

Определим $U_{пр}$ при погасшей дуге в фазе A по методу двух узлов:

$$U_{пр.А} = E_A - U_{оо'} = E_A - \frac{E_B Y - E_C Y}{2Y} = E_A + \frac{1}{2} \cdot E_A = 1,5 E_A$$

Отсюда следует, что в прерывистом режиме начальная фаза ЭДС фазы A

$$\psi = \arcsin \frac{2}{3} \beta$$

Это означает, что повторное зажигание дуги в трехфазной цепи происходит быстрее, чем в однофазной.

Для непрерывного режима начальная фаза ЭДС определяется из выражения

$$\psi = \varphi - \arcsin \frac{4}{\pi} \beta \left[\sin \varphi + \sqrt{1 + \gamma^2} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2k \\ n \neq 3k}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + n^2 \gamma^2}} \right]$$

Условия повторного зажигания дуги

Общее условие

$$e \Big|_{\omega t=0} = u_{\text{д}} \Big|_{\omega t=0} \qquad E_m \sin \psi - x \frac{di}{d\omega t} \Big|_{\omega t=-\Delta} = U_{\text{д}}$$

однофазная цепь

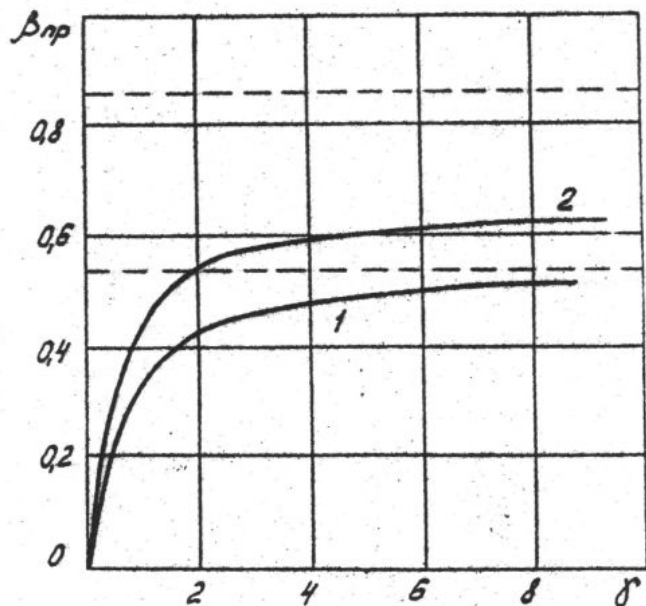
$$E_m \sin \psi = U_{\text{д}} \qquad \psi = \arcsin \beta$$

трехфазная цепь

$$U_{\text{пр.А}} = E_A - U_{oo'} = E_A - \frac{E_B Y - E_C Y}{2Y} = E_A + \frac{1}{2} \cdot E_A = 1,5 E_A$$

$$\psi = \arcsin \frac{2}{3} \beta$$

Приравняв выражения для ψ в прерывистом в непрерывном режимах, получим трансцендентное выражение для связи $\beta_{пр}$ и γ для граничного режима.



Влияние параметра γ на $\beta_{пред}$ в однофазной (1) и трехфазной (2) цепи

В трехфазной цепи зона непрерывного режима $\beta < \beta_{пр}$ значительно расширяется, что создает возможности более стабильного горения дуги на таких печах.

Ток дуги в трехфазной цепи имеет значительно меньшую несинусоидальность, чем в однофазной. Это связано с влиянием напряжения между нулевыми точками источника и печи $u_{00'}$. Нетрудно показать, что это напряжение содержит только гармоники, кратные трем, и равно

$$u_{00'} = \frac{4U_{\text{д}}}{\pi} \left(\frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{9} \sin 9\omega t + \frac{1}{15} \sin 15\omega t + \dots \right)$$

Сделаем замену переменной $\nu = 3 \omega t$. Тогда

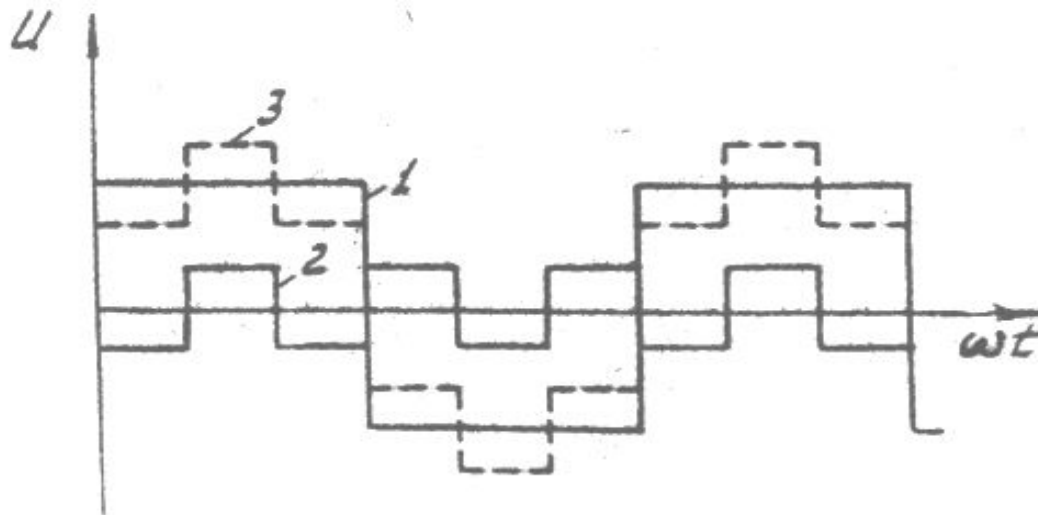
$$u_{00'} = \frac{4U_{\text{д}}}{3\pi} \left(\sin \nu + \frac{1}{3} \sin 3\nu + \frac{1}{5} \sin 5\nu + \dots \right)$$

Напряжение $u_{00'}$ представляет собой напряжение прямоугольной формы с тройной частотой и амплитудой в 3 раза меньше напряжения дуги.

Как известно, расчет тока фазы трехфазной цепи может быть сведен к расчету однофазной с заменой напряжения дуга $u_{\text{д}}$ на эквивалентное напряжение

$$u_{\text{д}}^1 = u_{\text{д}} - u_{00'}$$

Кривые напряжения дуги (1), напряжения между нулевыми точками (2) и приведенного напряжения дуги (3)



Напряжение $u'_д$ имеет значительно меньшую несинусоидальность, чем $u_д$, что и определяет лучшие условия горения дуги в трехфазной цепи и меньшую несинусоидальность тока. Так, при $\beta = 0,6$ и $\gamma = 4$ различие между действующими значениями тока и его первой гармоники составляет всего 0,5%, что и позволяет часто делать допущение о синусоидальности тока в такого рода цепях. Это, кстати, вовсе не дает основания считать дугу активным сопротивлением, так как напряжение дуги остается существенно несинусоидальным.

Определим мощность дуговой печи. Полная мощность, потребляемая из сети,

$$S = 3E_{\phi}I.$$

Активная мощность печи потребляется из сети только на первой гармонике и составляет

$$P_a = 3E_{\phi}I_1 \cos \phi_1,$$

где E_{ϕ} , I , I_1 - действующие значения ЭДС источника, тока в его первой гармонике.

Коэффициент мощности печи

$$\chi = \frac{P_a}{S} = \frac{I_1 \cos \phi_1}{I} \langle \cos \phi_1$$

Определим мощность дуги

$$P_d = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} u_d i d\omega t = U_d (I_1 \cos \phi_1 + I_6 \cos \phi_6 + I_7 \cos \phi_7 + \dots) = U_d I_1 \cos \phi_1 \left(1 + \frac{I_6 \cos \phi_6}{I_1 \cos \phi_1} + \frac{I_7 \cos \phi_7}{I_1 \cos \phi_1} + \dots \right)$$

Сумма мощностей гармоник является алгебраической. Анализ показывает, что мощность дуги на высших гармониках отрицательна. Это значит, что дуга как нелинейный элемент генерирует высшие гармоники и передает их в сеть, а мощность, потребляемая в дуге, при этом снижается.

Учитывая, что действующие значения пятой и седьмой гармоник тока составляют примерно 8-9 и 4-5% соответственно, в $\cos \varphi_5$ и $\cos \varphi_7$ значительно меньше $\cos \varphi_1$ можно считать, что

$$P_{\text{д}} \approx U_{\text{д}} I_1 \cos \varphi_1$$

Тогда можно определить электрический КПД печи

$$\eta_{\text{эл}} = \frac{3P_{\text{д}}}{P_{\text{а}}} = \frac{U_{\text{д}} \sqrt{2}}{E_m} = \sqrt{2} \beta$$

Влияние инерционности дуги на процессы в электрических цепях печей

Для анализа однофазной цепи используем уравнение Майра. Предположим, что ток в цепи слабо отличается от синусоидального и действующее значение напряжения дуги не зависит от тока, что достаточно близко к действительности.

После преобразований можно получить

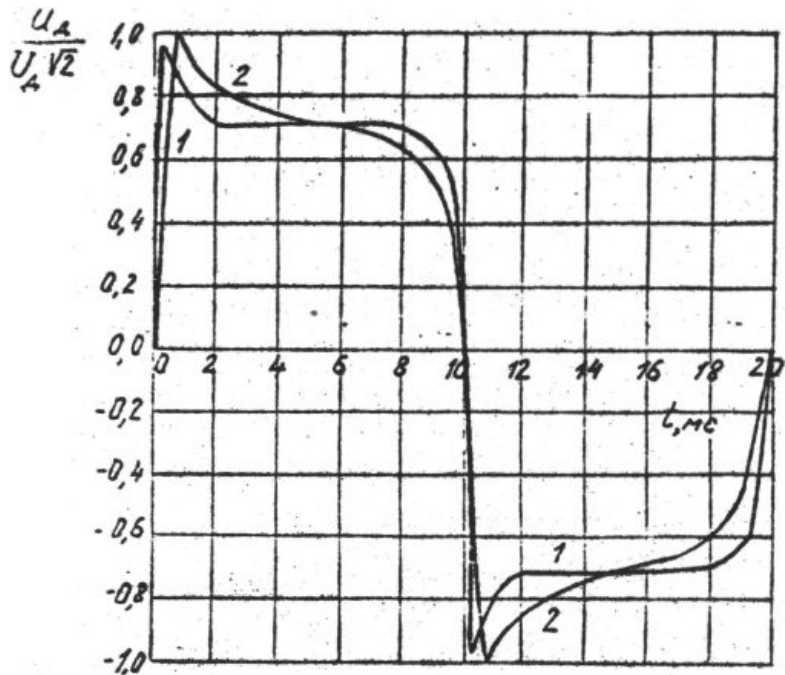
$$\frac{\theta}{2} \cdot \frac{dg^2}{dt} + g^2 = \frac{i^2}{U_d^2}$$

Решение этого уравнения для синусоидального тока будет иметь вид

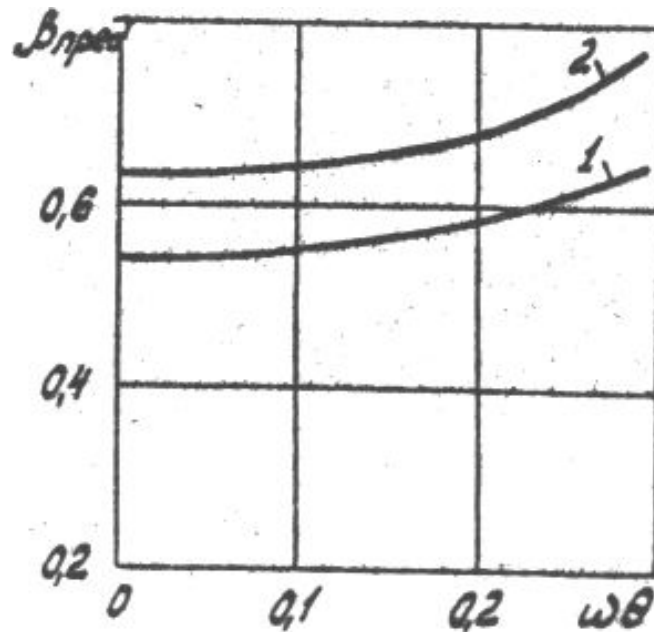
$$g(t) = \frac{I_m}{\sqrt{2} \cdot U_d} \left\{ 1 - \frac{\cos(2\omega t - \lambda)}{[1 + (\omega\theta)^2]^{1/2}} \right\}^{1/2} \quad u_d(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot U_d \sin \omega t}{\left\{ 1 - \frac{\cos(2\omega t - \lambda)}{[1 + (\omega\theta)^2]^{1/2}} \right\}^{1/2}}$$

Для однофазной дуги условия перехода от непрерывного к прерывистому режиму

$$\beta_{\text{пред}} = \left(2 + \frac{\pi^2}{4} - 1,47\pi \cdot \omega\theta \right)^{-1/2}$$

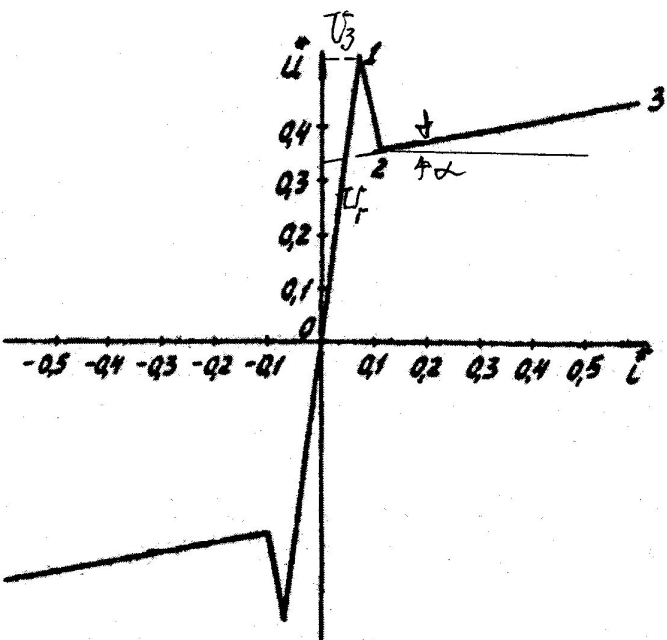


Влияние инерционности дуэ на кривые напряжения дуги: 1- $\theta = 100$; 2- 400 мкс



Влияние инерционности дуги на $\beta_{\text{пред}}$

Влияние формы динамической ВАХ дуги на процессы в трехфазной цепи ДСП



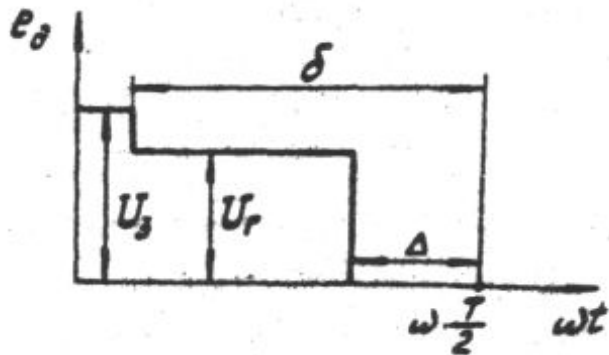
$$u_{\text{Д}} = U_{\Gamma} + R_{\text{Д}} i$$

Дуга заменяется противоЭДС. При этом напряжение дуги представляется в виде суммы трех напряжений:

$u'_{\text{д}}$, пропорционального току;

ед вида рис.;

и напряжения на промежутке во время паузы еп.



Кривая напряжения на промежутке

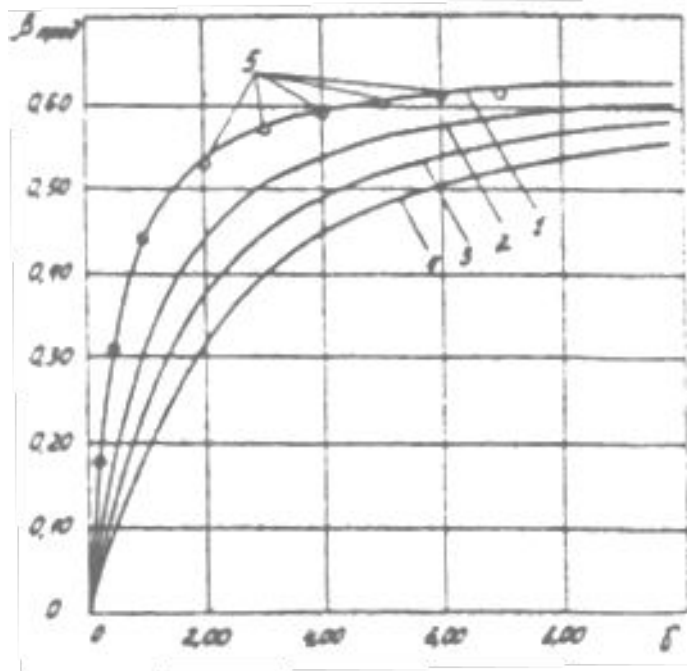
$K = \frac{U_3}{U_\Gamma}$ $K_R = 1 + \frac{R_D}{r}$

Разложение в ряд Фурье напряжения e_D^* имеет вид

$$e_D^*(\omega t) = \frac{1}{\pi} 2\beta \sum_{n=1,2,3} \frac{1}{n} [\sin n(\omega t + \Delta) + K \sin n\omega t + (K - 1) \sin n(\omega t + \delta)]$$

$$e_n^*(\omega t) = \begin{cases} 0 & ; 0 < \omega t < \frac{\omega T}{2} - \Delta \\ 1,5 \sin(\omega t + \psi); & \frac{\omega T}{2} - \Delta < \omega t < \frac{\omega T}{2}. \end{cases}$$

$$e_n^*(\omega t) = \frac{1,5}{\pi} \{ \Delta \sin(\omega t + \psi) + 0,5 [\cos(\omega t + 2\Delta - \psi) - \cos(\omega t - \psi)] + \\ + \sum_{n=3,6,7} \frac{1}{1+n} [\cos(n(\omega t + \Delta) - \psi + \Delta) - \cos(n\omega t - \psi)] + \frac{1}{1-n} [\cos(n(\omega t + \Delta) + \psi - \Delta) - \cos(n\omega t + \psi)] \}.$$



Влияние параметров динамической ВАХ на значение β пред:
 кривая 1 - $K = 1, KR = 1$; 2 - $K = 1, KR = 2$; 3 - $K = 1, KR = 3$; 4 - $K = 1,5, KR = 1$;
 5 - при сигновской ВАХ

Учет пика зажигания дуги приводит к сужению области режимов непрерывного горения дуги тем сильнее, чем выше коэффициент $K = \frac{U_3}{U_r}$

Анализ влияния возрастающего участка динамической ВАХ, определяемого значением коэффициента KR , показывает, что появление такого участка также вызывает снижение стабильности горения дуги, так как приводит к снижению эффективного значения γ .