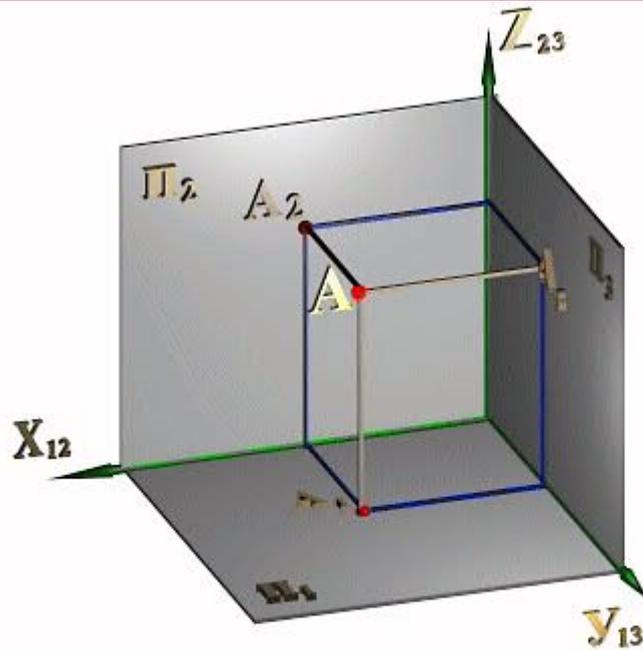


НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

ЛЕКЦИЯ «ПРЯМАЯ. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ»

КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ



КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ

ПРЯМАЯ. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ

Прямая линия в пространстве определяется положением двух ее точек, например т. **A** и т. **B**.

Следовательно, для получения соответственно горизонтальной и фронтальной проекций прямой **AB**, достаточно выполнить комплексный чертеж точек **A** и **B**, а затем соединить одноименные проекции точек прямыми линиями.

ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИИ

прямые

Общего положения
(не параллельные и не перпендикулярные плоскостям проекций)

Частного положения
(параллельные или перпендикулярные какой-либо плоскости проекций)

Прямые уровня-
(параллельные одной из плоскостей проекций)

Горизонтальная прямая уровня

Фронтальная прямая уровня

Профильная прямая уровня

Проецирующие
прямые -
(перпендикулярные к одной из плоскостей проекций)

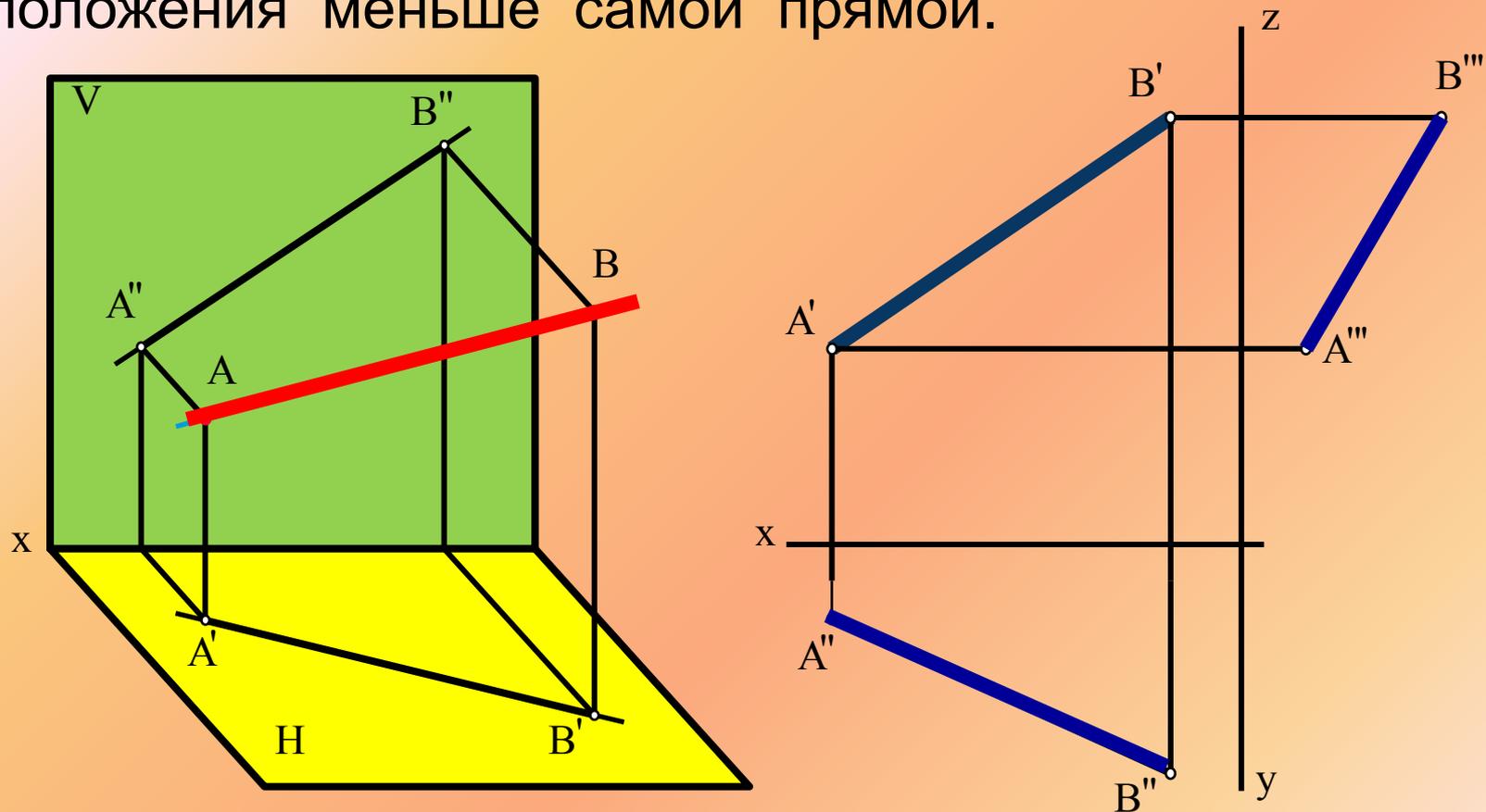
Горизонтально-проецирующая
прямая

Фронтально-проецирующая
прямая

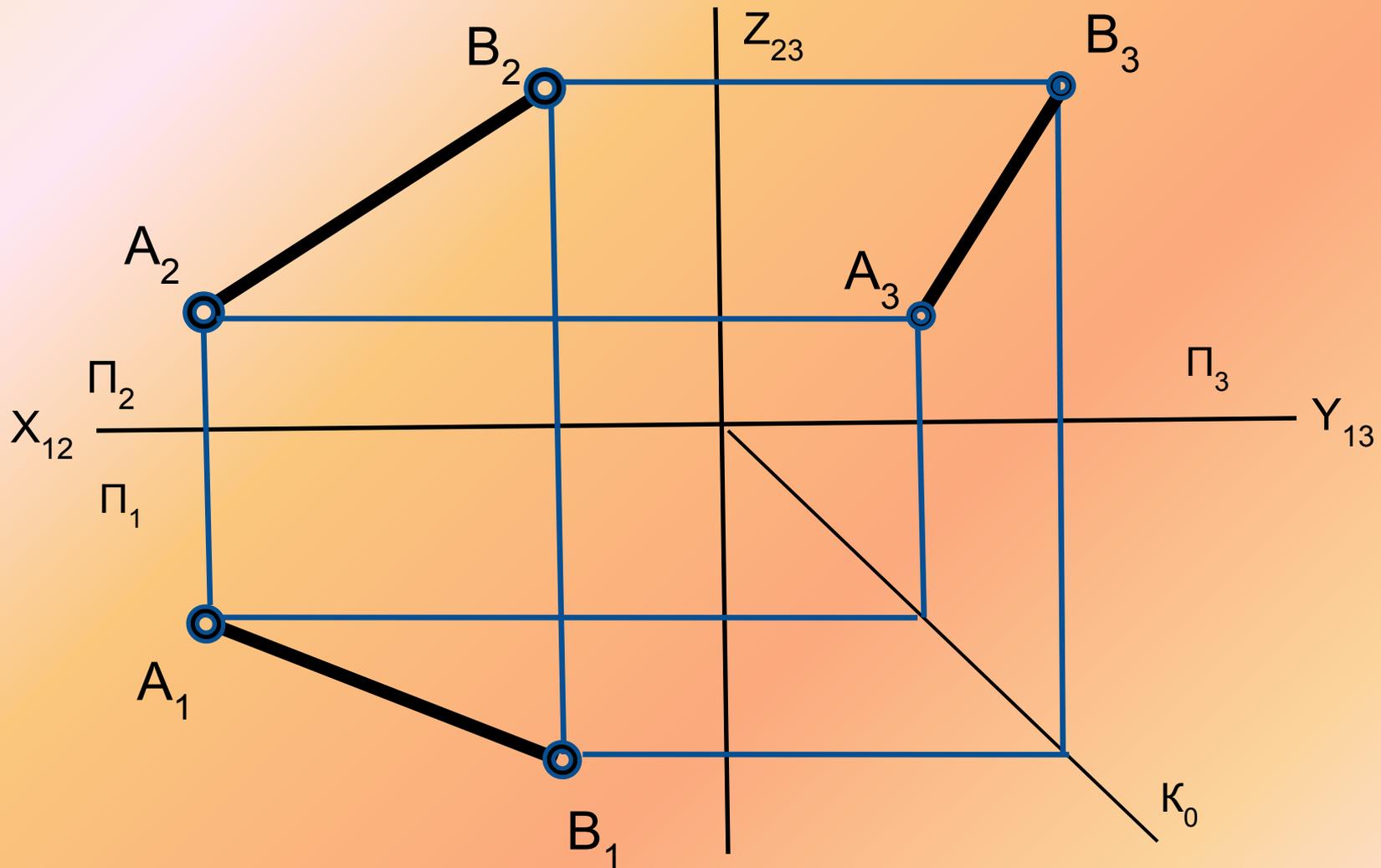
Профильно-проецирующая
прямая

ПРЯМЫЕ ОБЩЕГО И ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

Прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется **прямой общего положения**. Проекция прямой общего положения меньше самой прямой.



КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

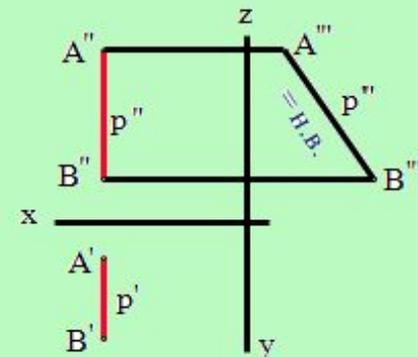
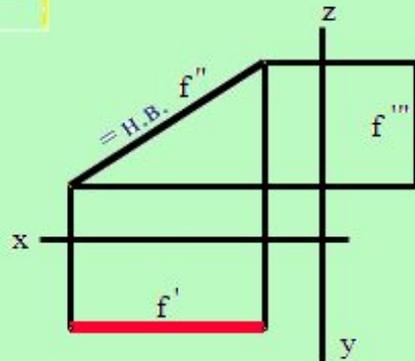
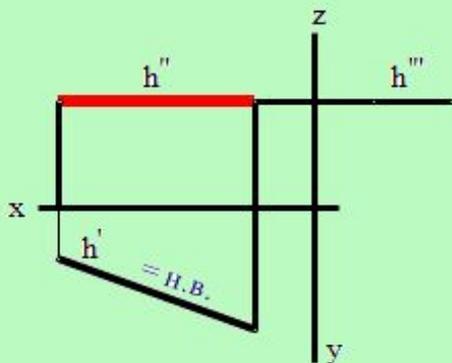
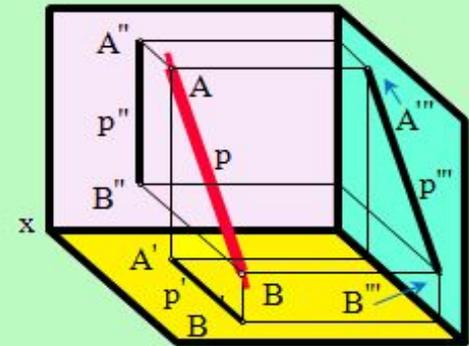
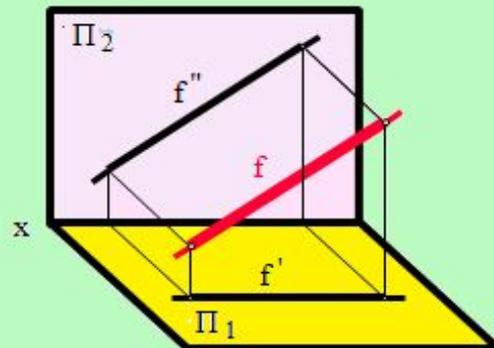
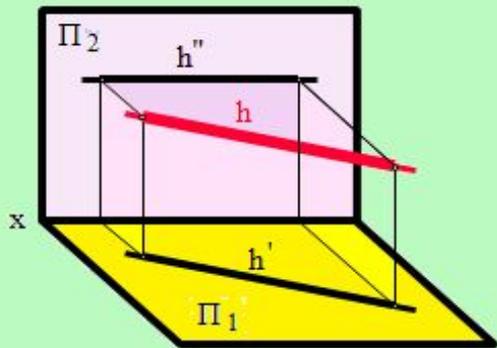


ПРЯМЫЕ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

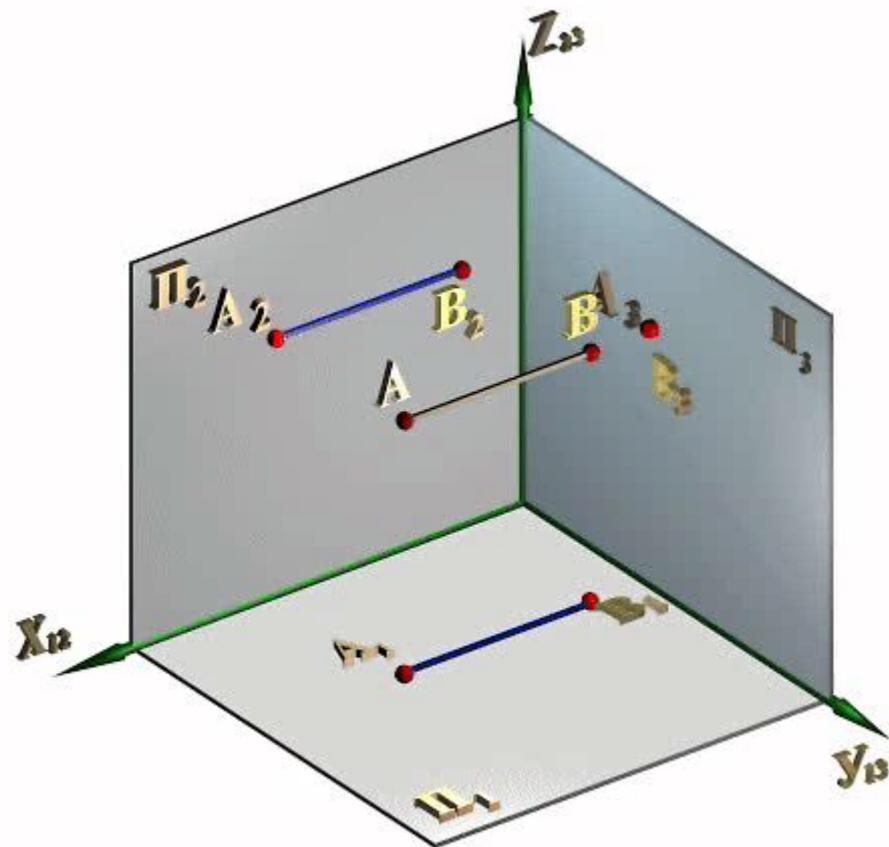
- Прямые, параллельные или перпендикулярные плоскостям проекций, называются **прямыми частного положения.**

ПРЯМЫЕ УРОВНЯ

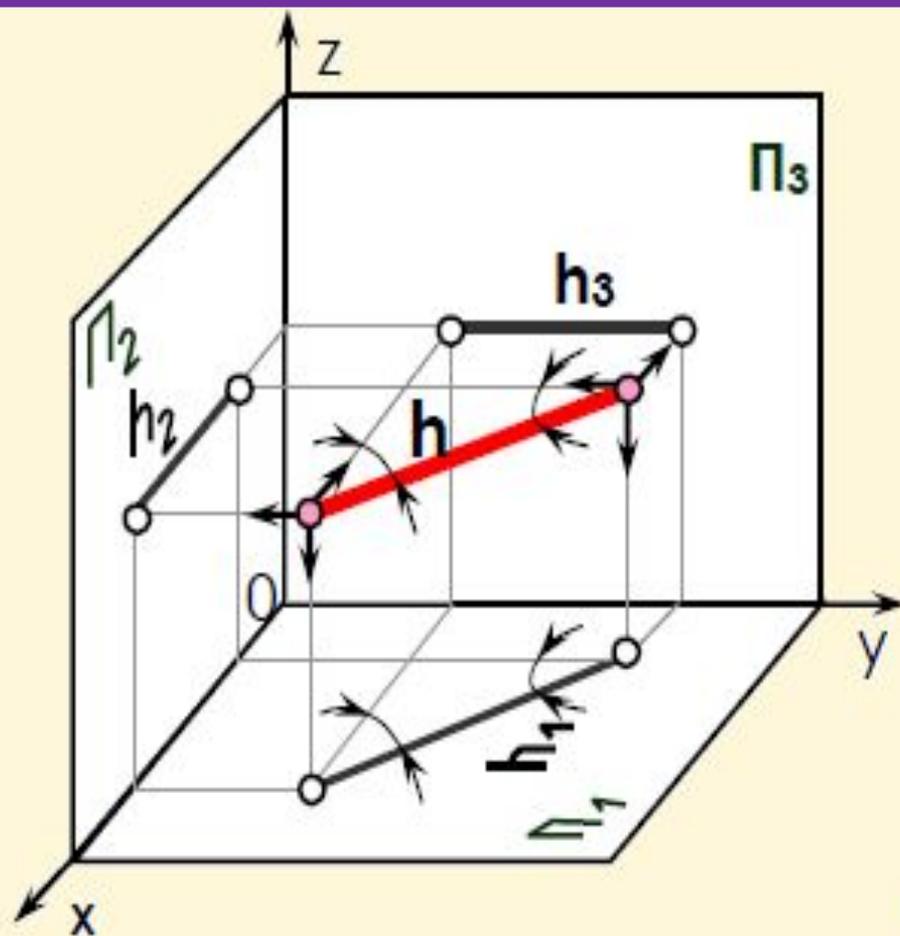
Прямая, параллельная какой-либо плоскости проекций, называется **прямой уровня**. Название зависит от того, какой плоскости она параллельна. Различают: **горизонталь** - h ,



ГОРИЗОНТАЛЬ



ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ГОРИЗОНТАЛЕЙ



Горизонталь

$h \parallel \Pi_1; Z = const$
 $h_2 \parallel Ox$
 $h_3 \parallel Oy$ } признак
 горизонтали
 $h_1 = |h|$ – свойство
 горизонтали

α – угол наклона прямой к плоскости Π_1

β – угол наклона прямой к плоскости Π_2

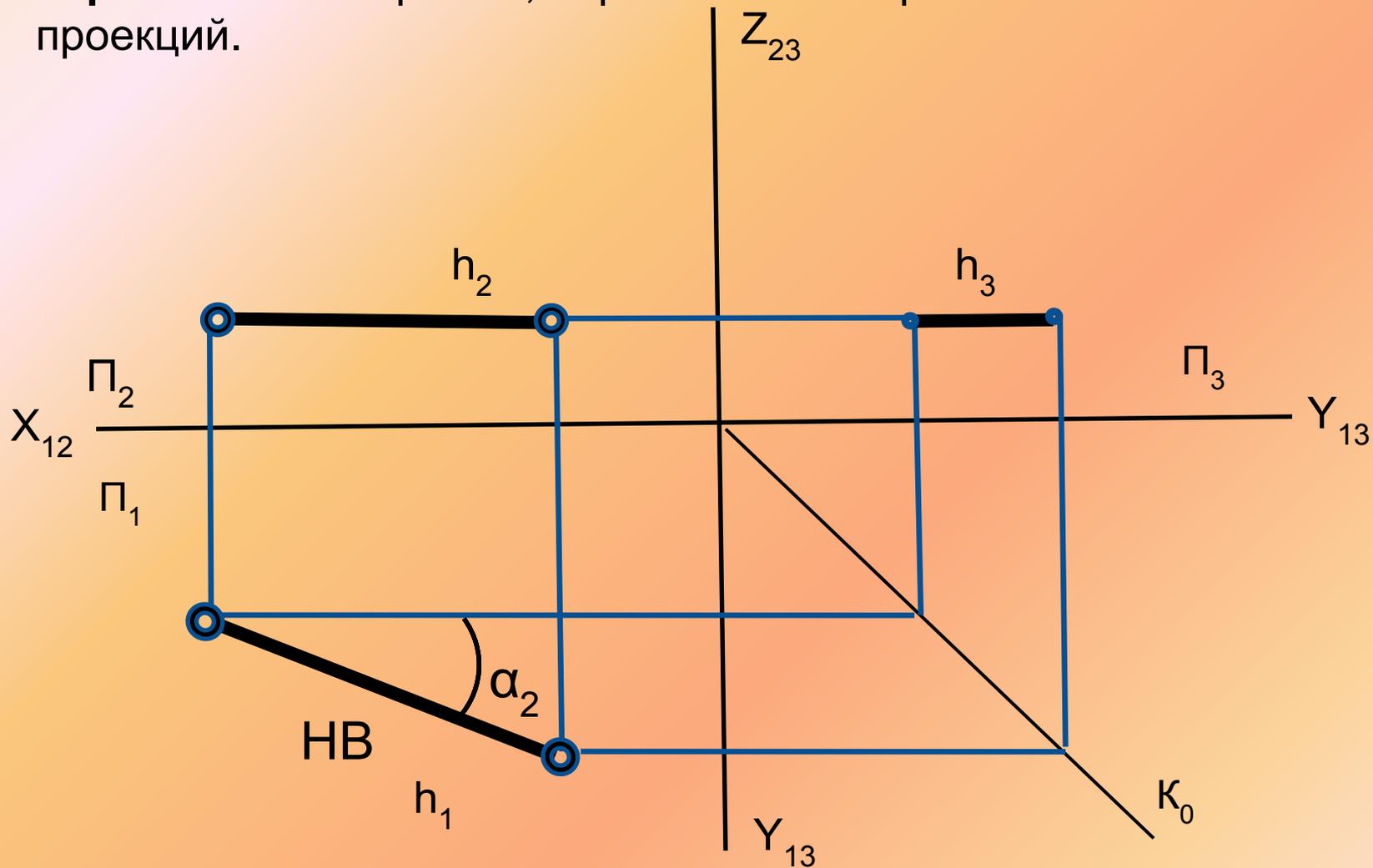
γ – угол наклона прямой к плоскости Π_3

$\alpha = 0^\circ$

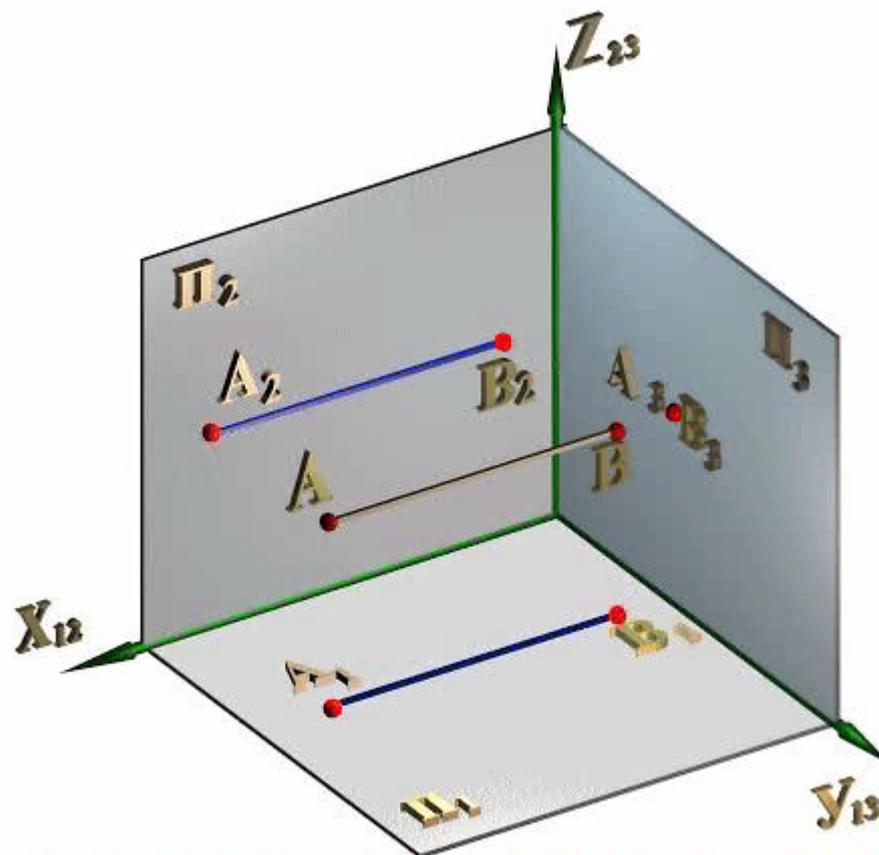
? $\beta = (h_1 \wedge \Pi_2)$
 $\gamma = (h_1 \wedge \Pi_3)$ } обозначить
 на чертеже

КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ГОРИЗОНТАЛИ

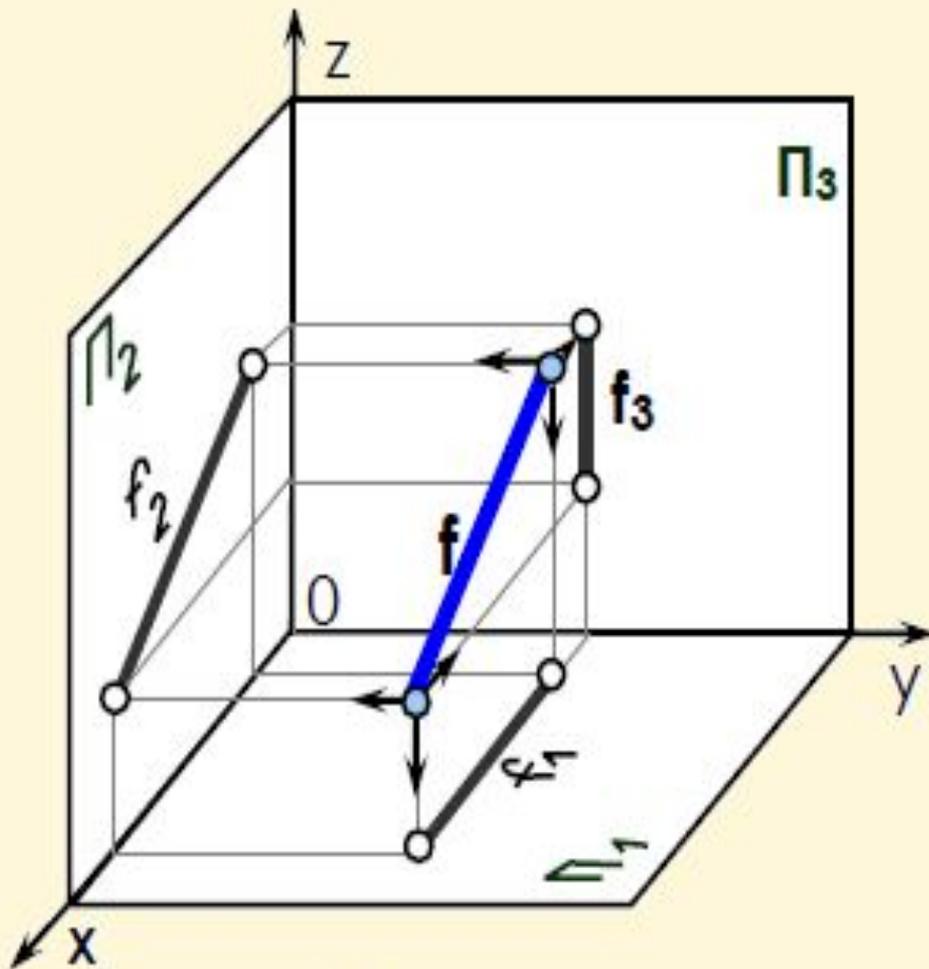
Горизонталь - прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций.



ФРОНТАЛЬ



ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ФРОНТАЛЕЙ



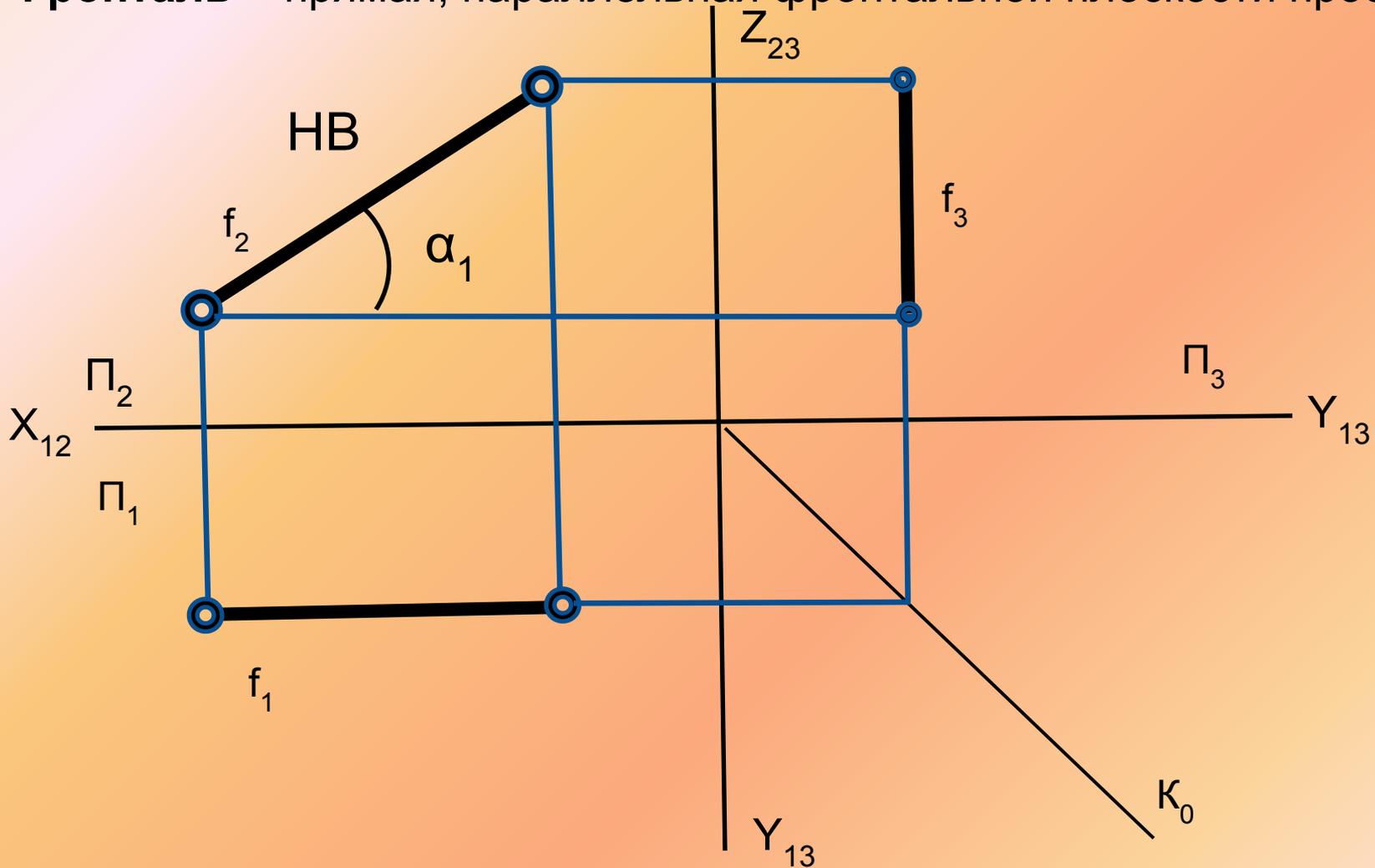
Фронталь

$f \parallel \Pi_2; y = const$
 $f_1 \parallel Ox$ } признак
 $f_3 \parallel Oz$ } фронтали
 $f_2 = |f|$ – свойство фронтали

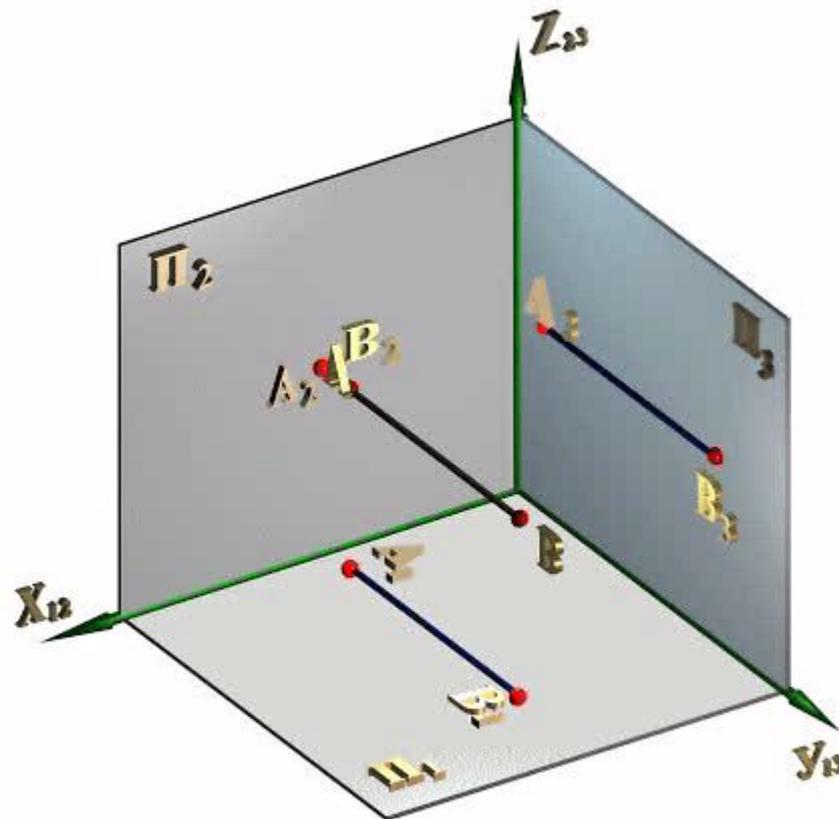
$\beta = 0^\circ$
 ? $\alpha = (f_2 \wedge \Pi_1)$ } обозначить
 • $\gamma = (f_2 \wedge \Pi_3)$ } на чертеже

КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ФРОНТАЛИ

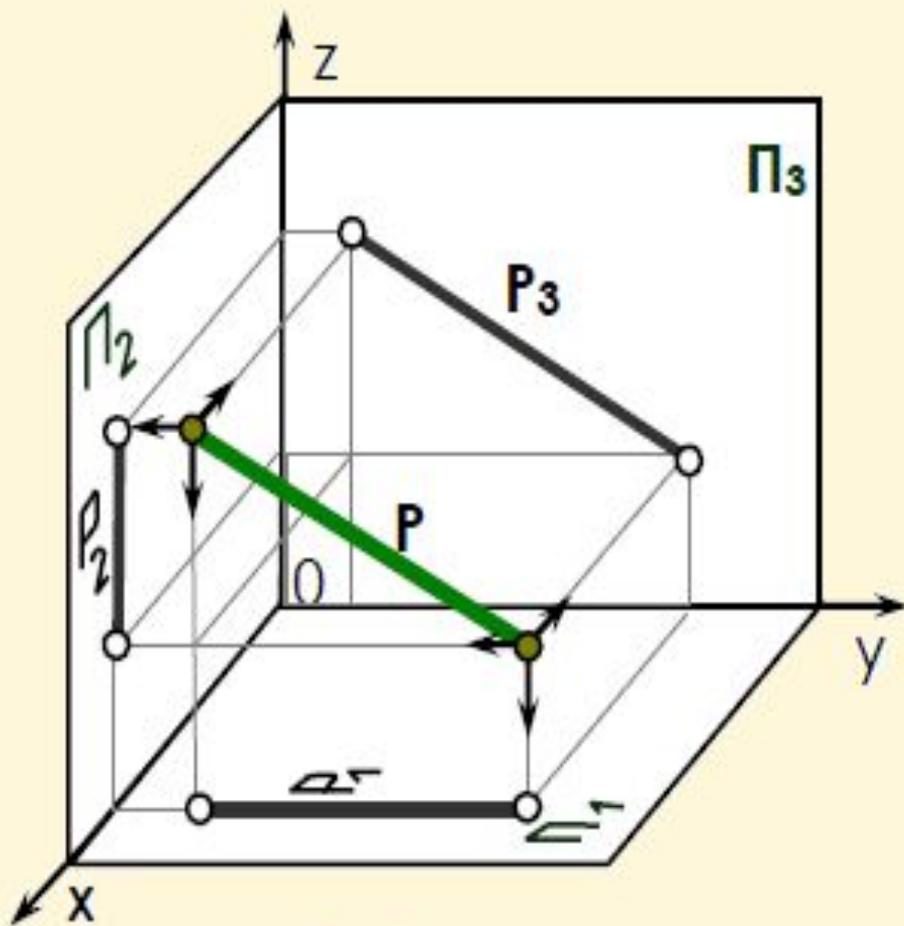
Фронталь - прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций.



ПРОФИЛЬНАЯ ПРЯМАЯ



ПРОЕКЦИИ ПРОФИЛЬНОЙ ПРЯМОЙ



Профильная прямая

$$p \parallel \Pi_3; x = const$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 \parallel Oy \\ p_2 \parallel Oz \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{признак} \\ \text{профильной прямой} \end{array}$$

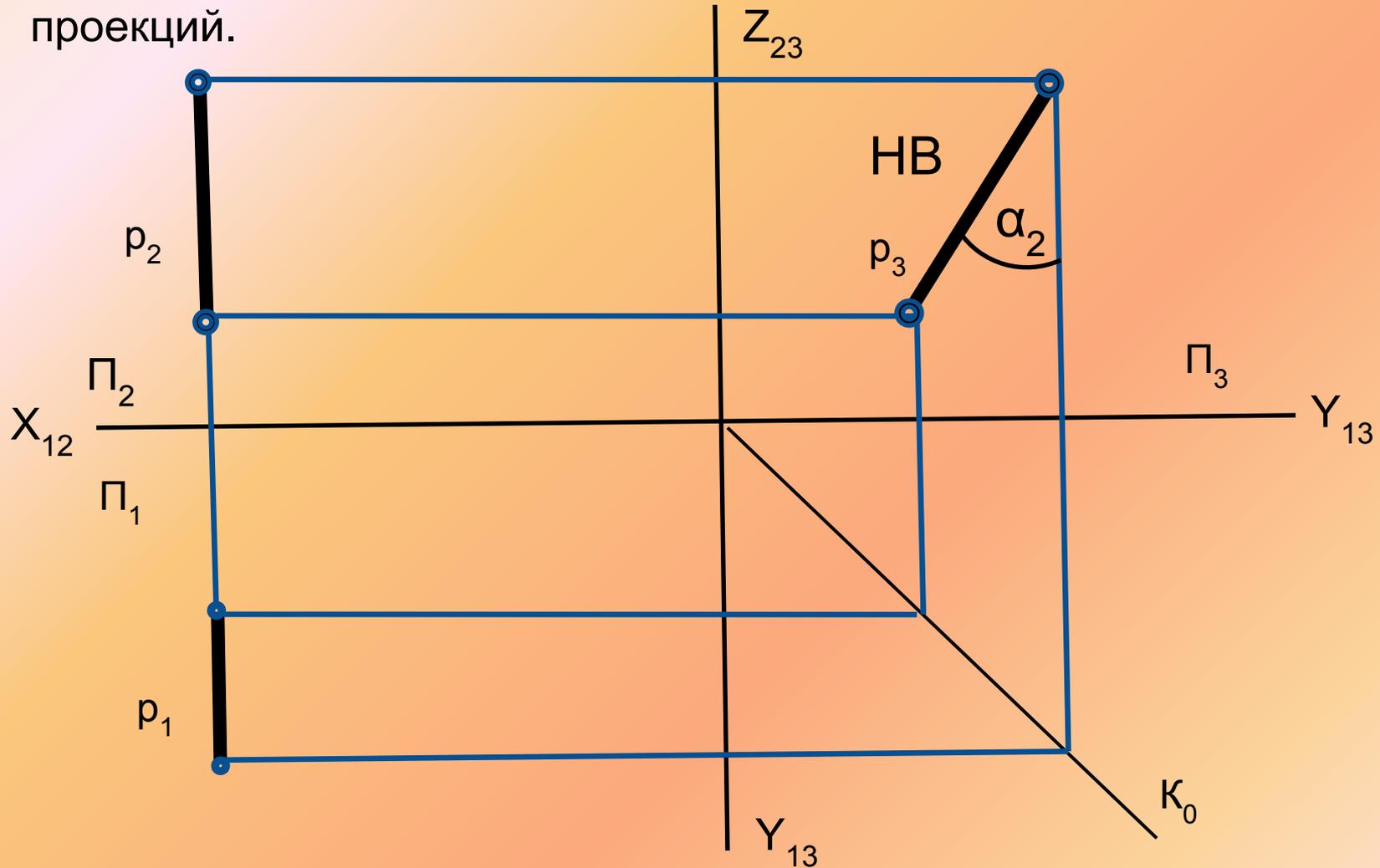
$$p_3 = |p| - \text{свойство профильной прямой}$$

$$\gamma = 0^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = (p_3 \wedge \Pi_1) \\ \beta = (p_3 \wedge \Pi_2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{обозначить} \\ \text{на чертеже} \end{array}$$

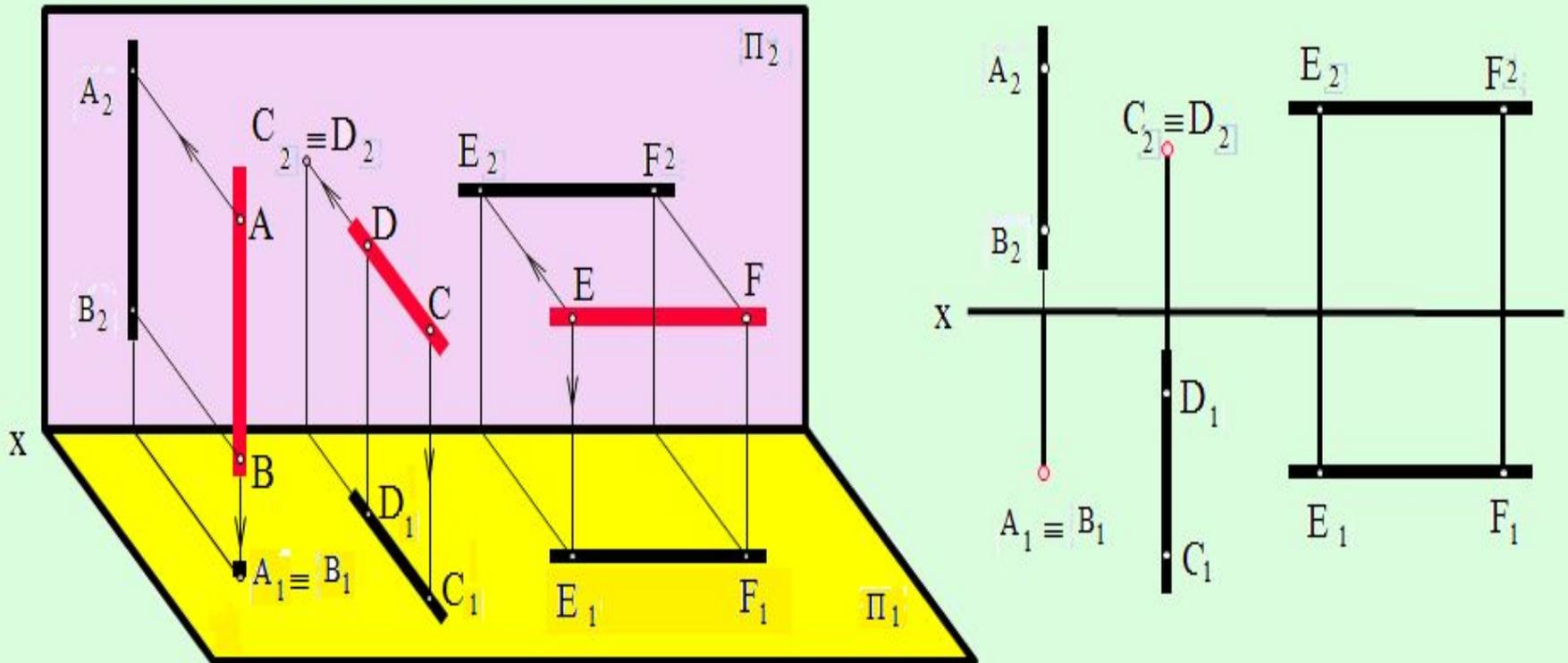
КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПРОФИЛЬНОЙ ПРЯМОЙ

Профильная - прямая, параллельная профильной плоскости проекций.

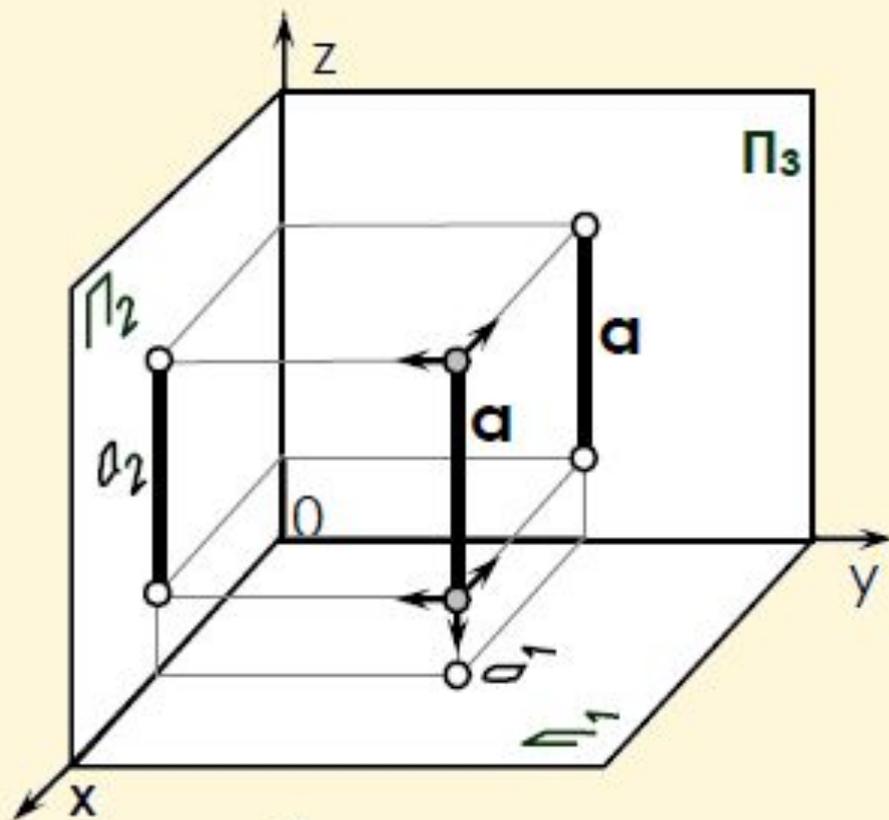


ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ПРЯМЫЕ

Прямые, перпендикулярные плоскостям проекций, называются **проецирующими**: **горизонтально-проецирующая**, **фронтально-проецирующая** и **профильно-проецирующая**, в зависимости от плоскости, к которой они перпендикулярны.



Горизонтально-проецирующая - прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций.



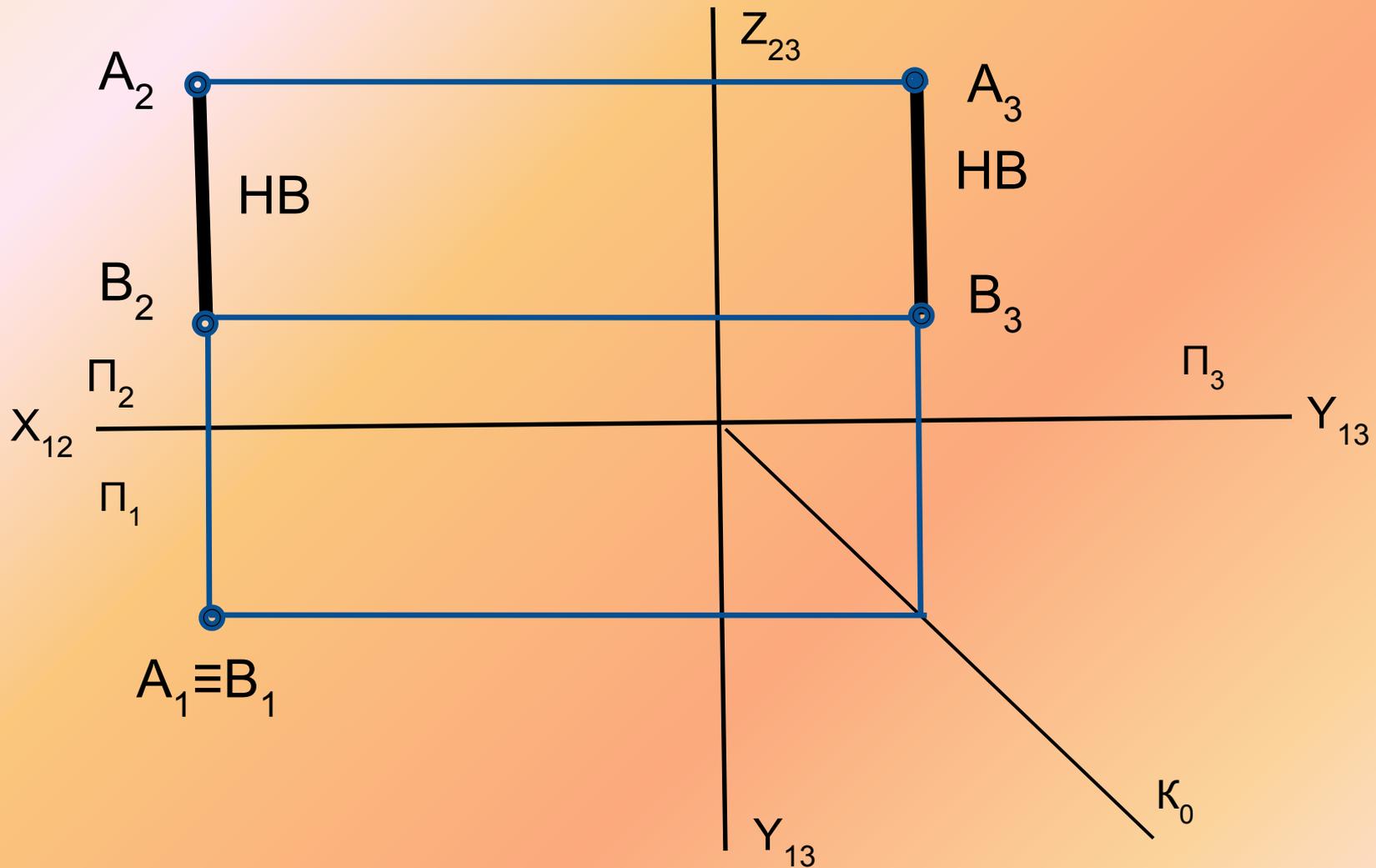
$$\left. \begin{array}{l} a \perp \Pi_1 \\ a_2 \perp Ox \\ a_3 \perp Oy \end{array} \right\} \text{признак}$$

?

$$\begin{array}{l} \alpha = \\ \beta = \\ \gamma = \end{array}$$

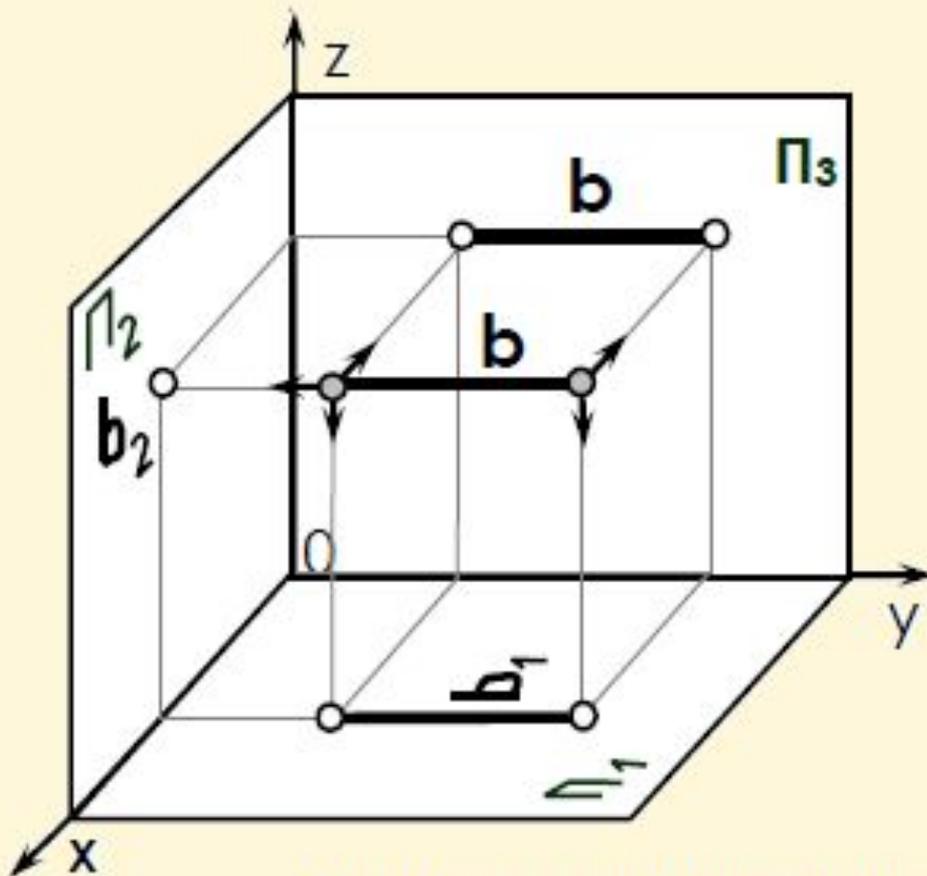
Горизонтально-проецирующая прямая

КЧ ГОРИЗОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПРЯМОЙ



ФРОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПРЯМАЯ

Фронтально-проецирующая - прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций.



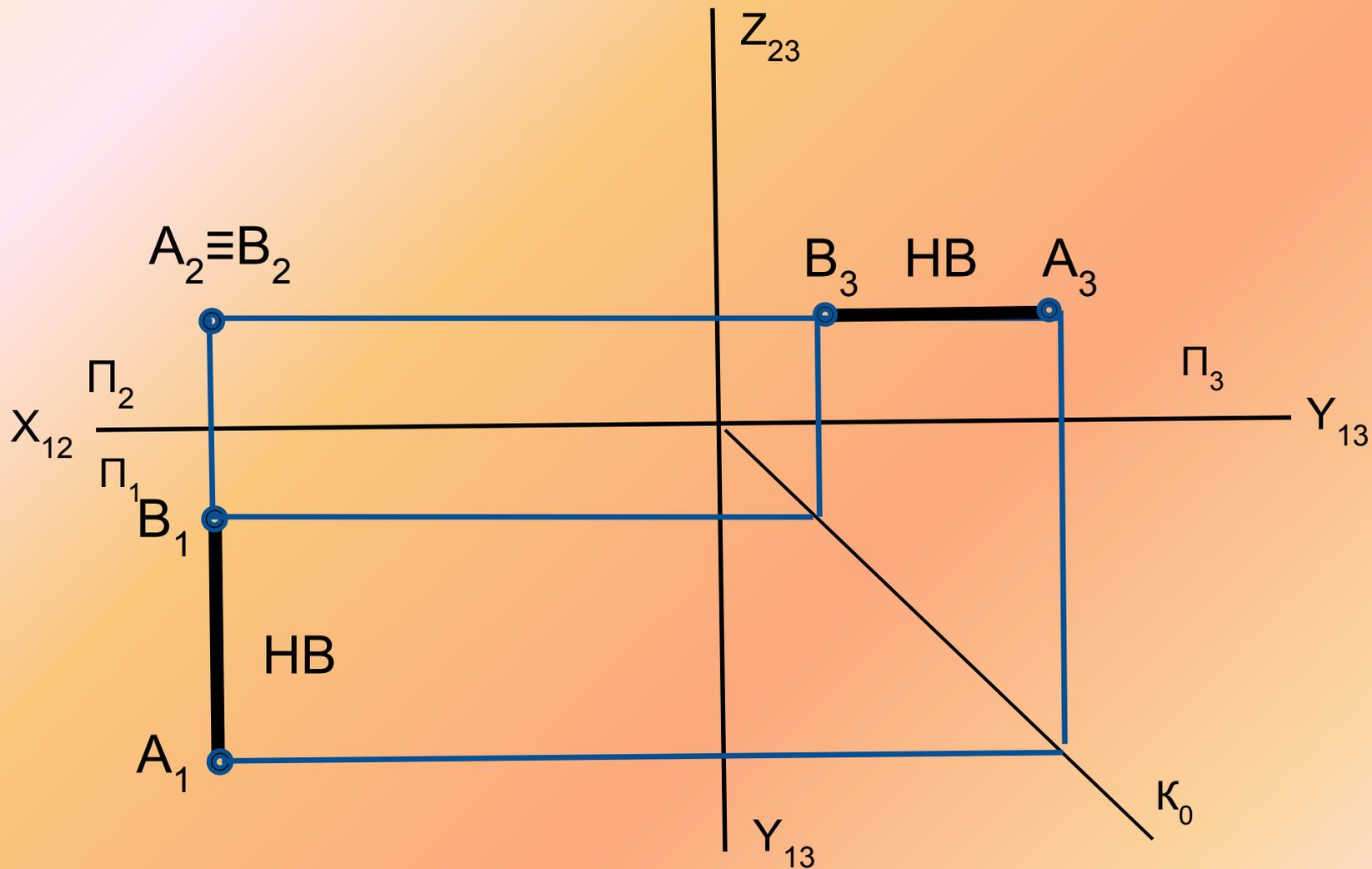
$$\left. \begin{array}{l} b \perp \Pi_2 \\ b_1 \perp O_x \\ b_3 \perp O_z \end{array} \right\} \text{признак}$$

?

$$\begin{array}{l} \alpha = \\ \beta = \\ \gamma = \end{array}$$

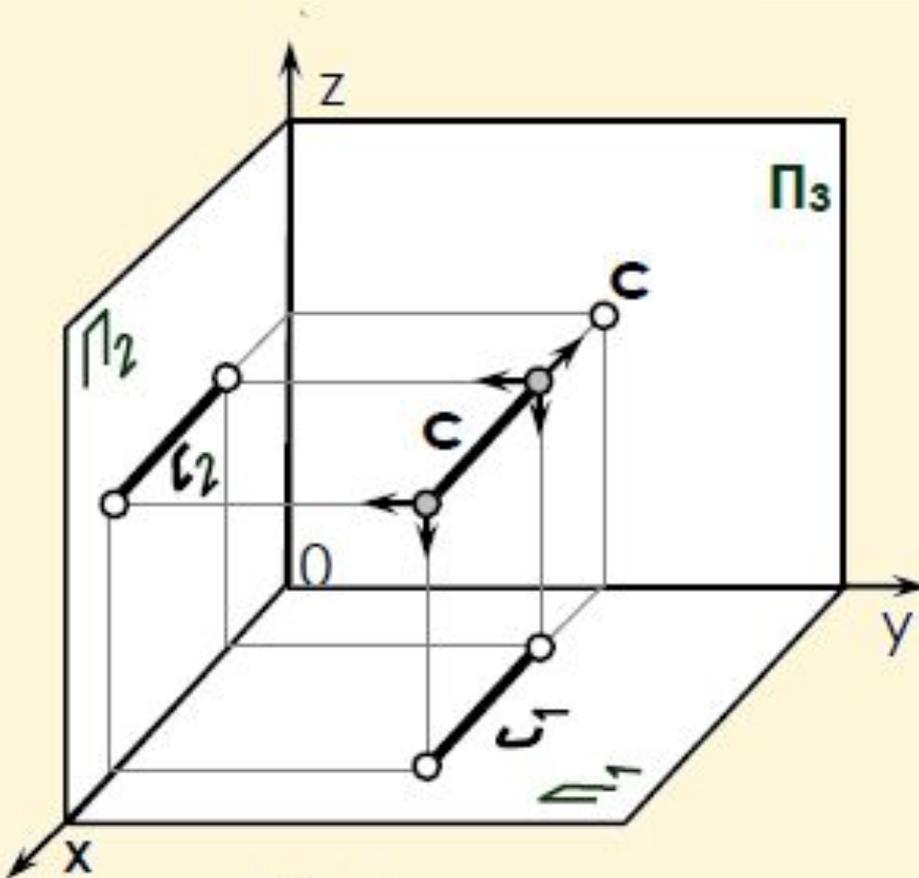
Фронтально-проецирующая прямая

КЧ фронтально-проецирующей прямой



Профильно-проецирующая прямая

- Профильно-проецирующая - прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций.



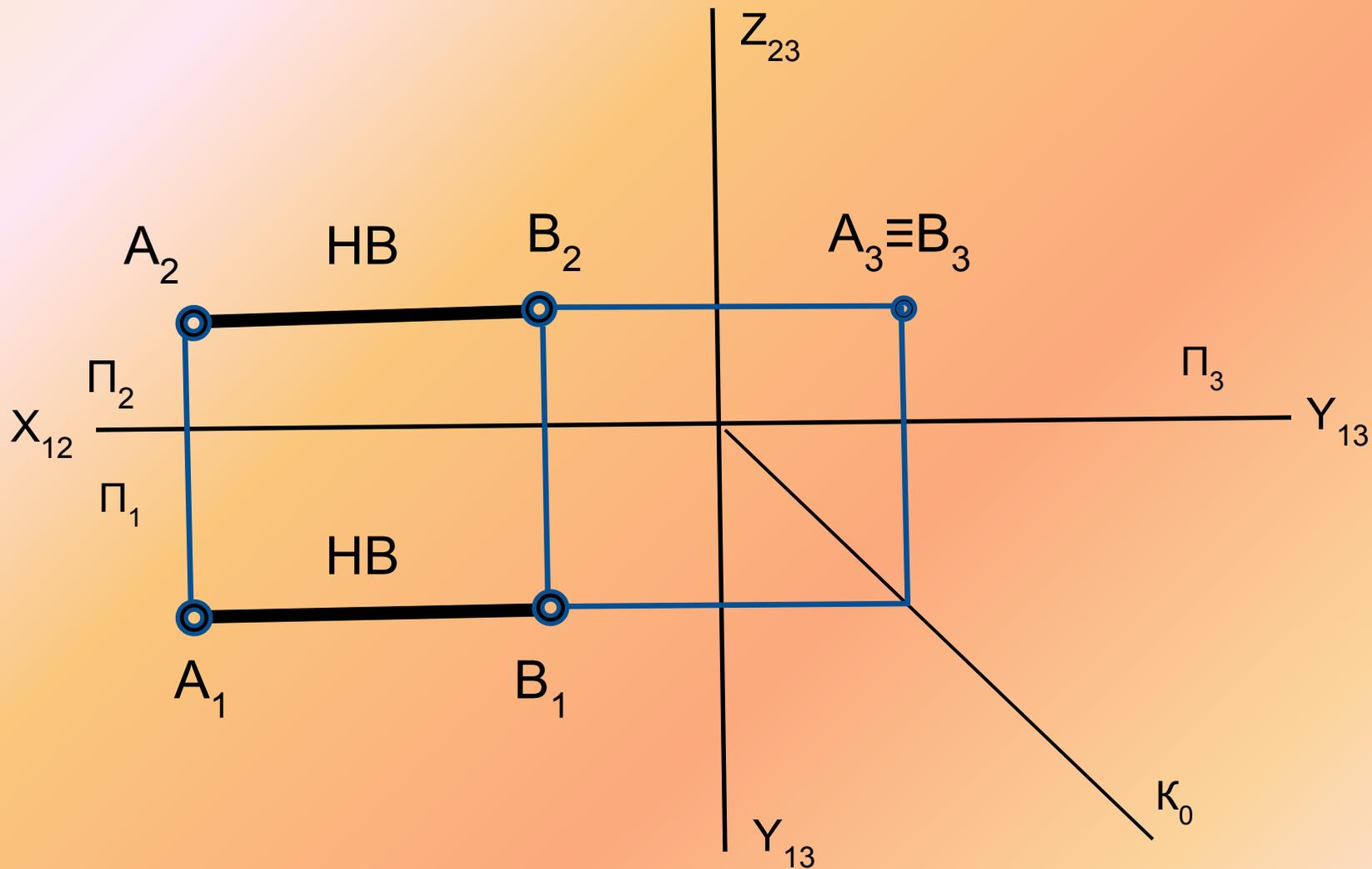
$$\left. \begin{array}{l} c \perp \Pi_3 \\ c_1 \perp O_y \\ c_2 \perp O_z \end{array} \right\} \text{признак}$$

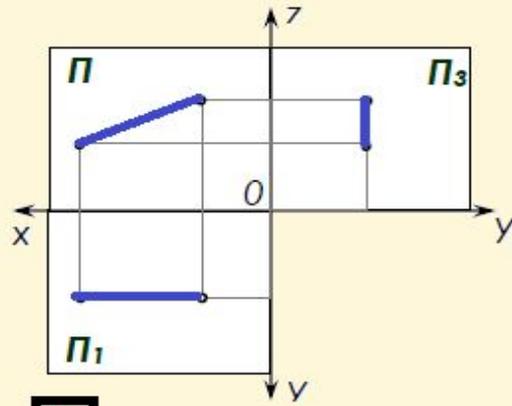
?

$$\begin{array}{l} \alpha = \\ \beta = \\ \gamma = \end{array}$$

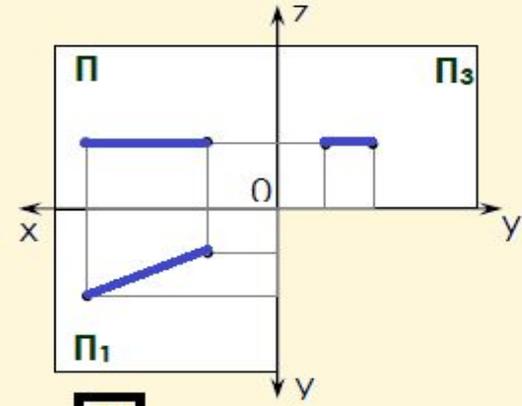
Профильно-проецирующая прямая

КЧ профильно-проецирующей прямой

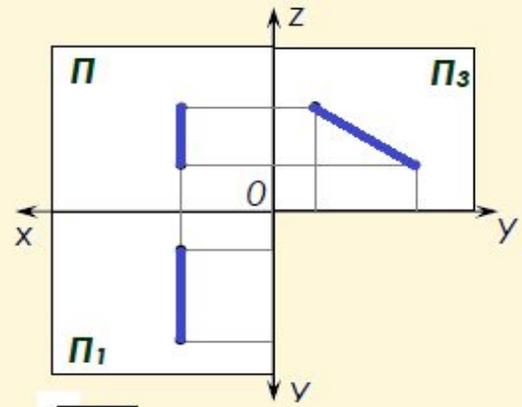




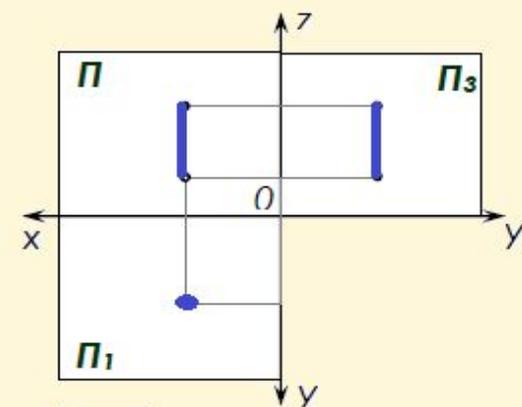
1 _____



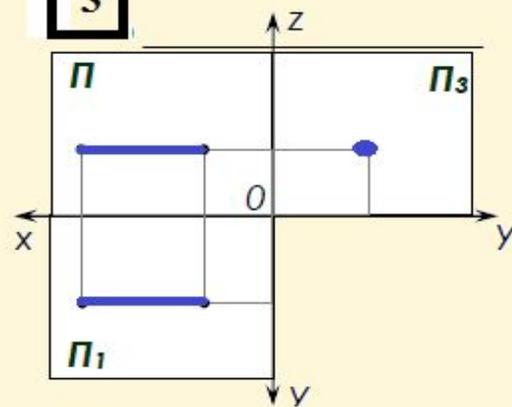
2 _____



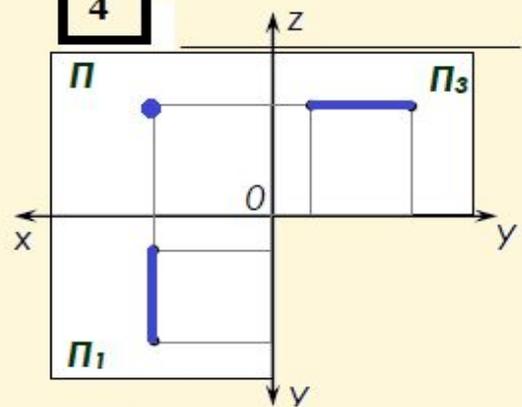
3 _____



4 _____

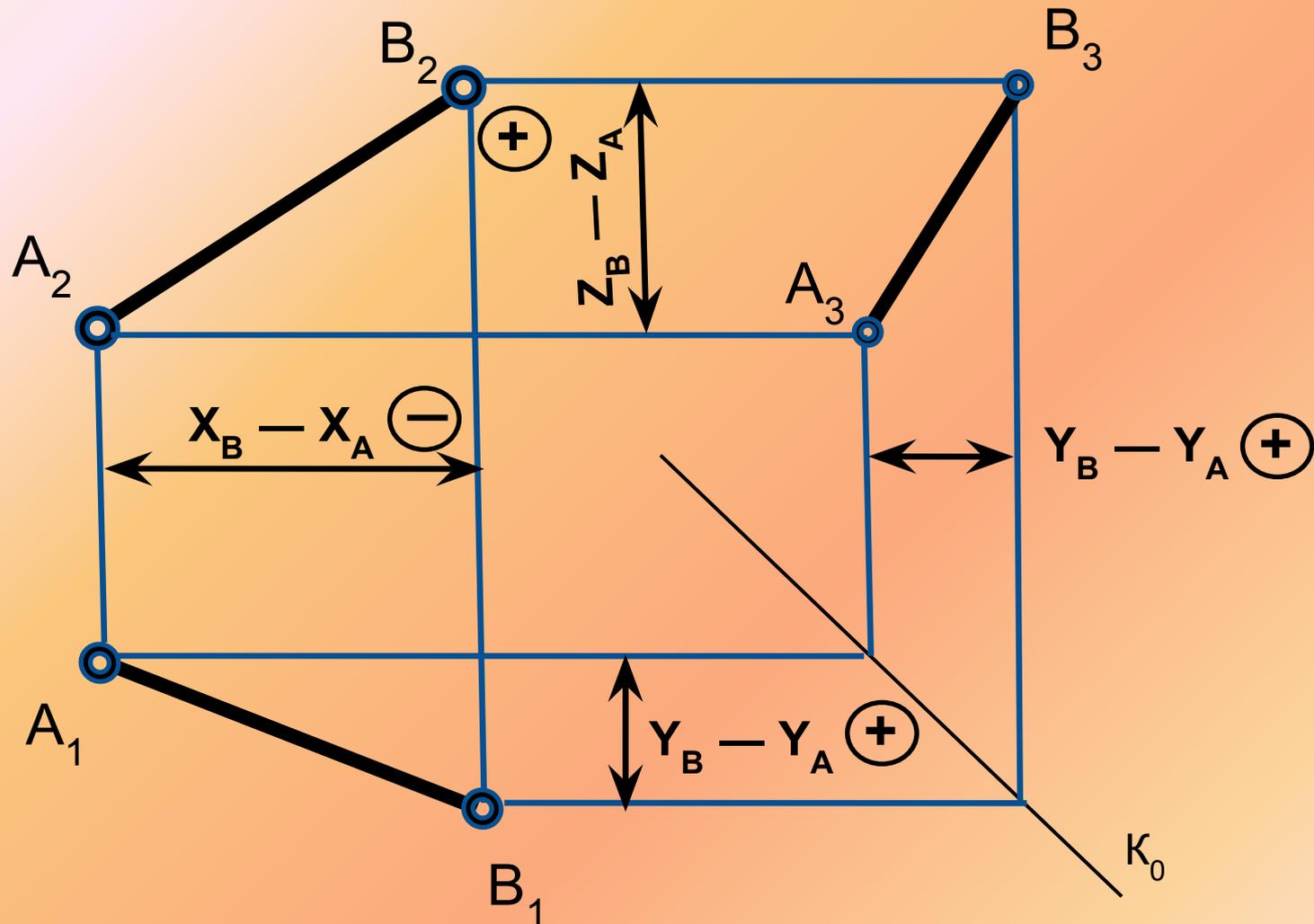


5 _____



6 _____

БЕЗОСНЫЙ КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ



ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ ПРЯМОЙ

Теорема: Если в пространстве точка принадлежит прямой, то на эюре проекции этой точки находятся на одноименных проекциях прямой (рис. 24):

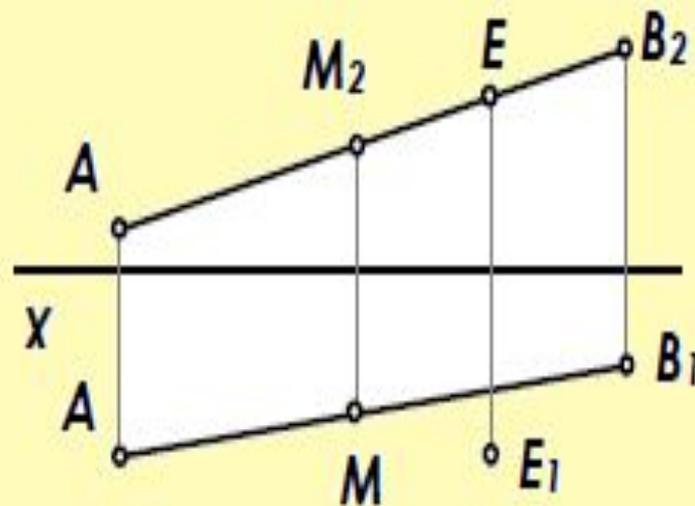
$$M \in AB,$$

$$E \notin AB.$$

Справедлива обратная теорема:

$$M_1 \in A_1B_1;$$

$$M_2 \in A_2B_2 \Rightarrow M \in AB.$$



СЛЕДЫ ПРЯМОЙ

След – это точка пересеченная прямой с плоскостью проекций (рис. 25). Так как след принадлежит одной из плоскостей проекций, то его одна координата должна быть равна нулю.

• обозначить на чертеже (рис. 25) $\begin{cases} H = k \cap \Pi_1 - \text{горизонтальный след} \\ F = k \cap \Pi_2 - \text{фронтальный след} \\ P = k \cap \Pi_3 - \text{профильный след} \end{cases}$

• *Правило построения следов:*

Для построения горизонтального следа прямой необходимо фронтальную проекцию прямой продолжить до пересечения с осью X , затем из точки пересечения с осью X восстановить к ней перпендикуляр, и продолжить горизонтальную проекцию прямой до пересечения с этим перпендикуляром.

Фронтальный след строиться аналогично.

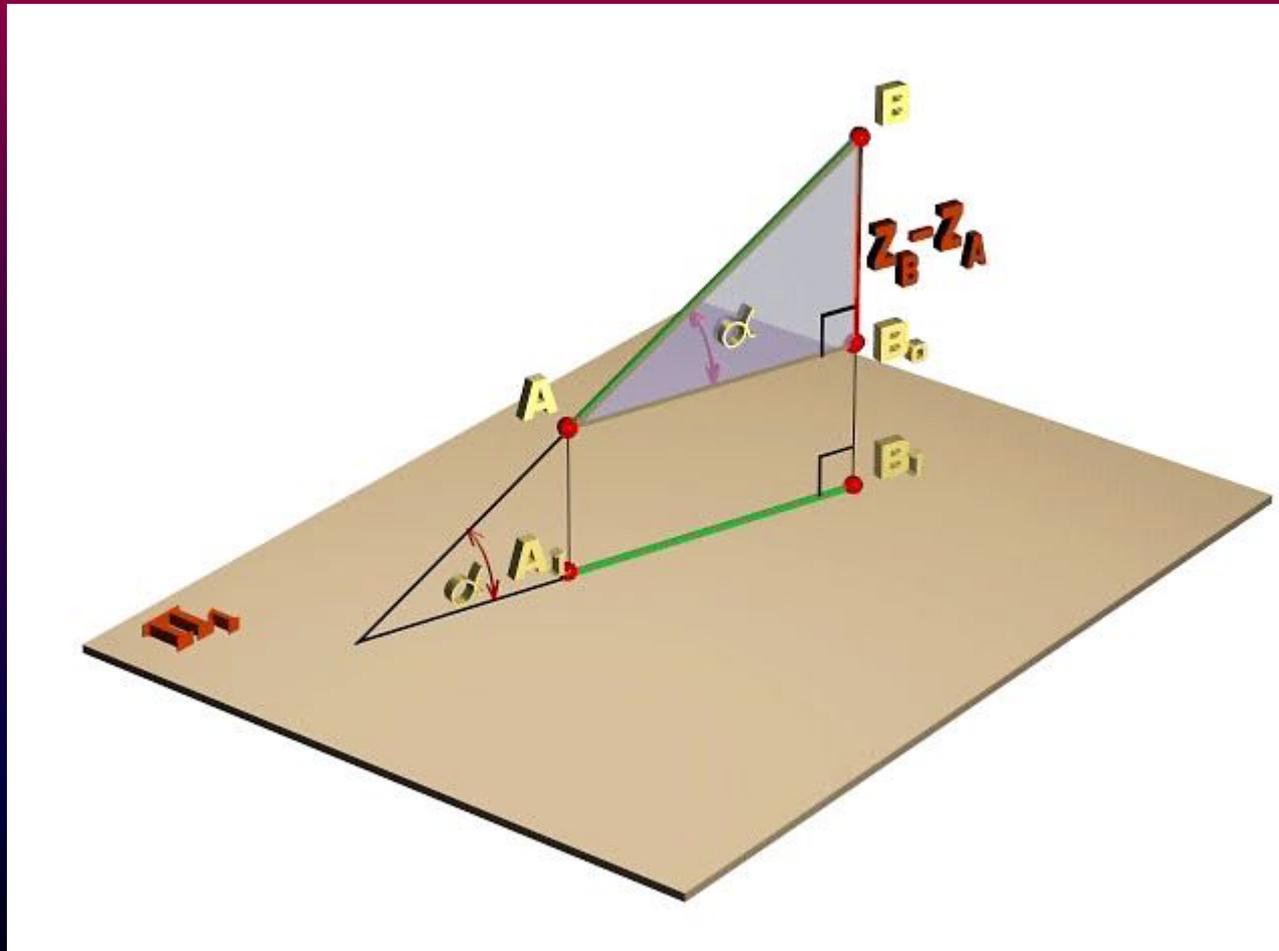
ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ В ДАННОМ СООТНОШЕНИИ

Из свойств параллельного проецирования известно, что если точка делит отрезок прямой в данном отношении, то проекции этой точки делят одноименные проекции прямой в том же соотношении.

Поэтому, чтобы некоторый отрезок разделить на эюре в данном соотношении, надо в том же отношении разделить его проекции.

Зная это условие можно определить принадлежность точки K прямой AB : $A_2K_2 : K_2B_2 \neq A_1K_1 : K_1B_1 \Rightarrow K \notin AB$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ И УГЛОВ НАКЛОНА К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ

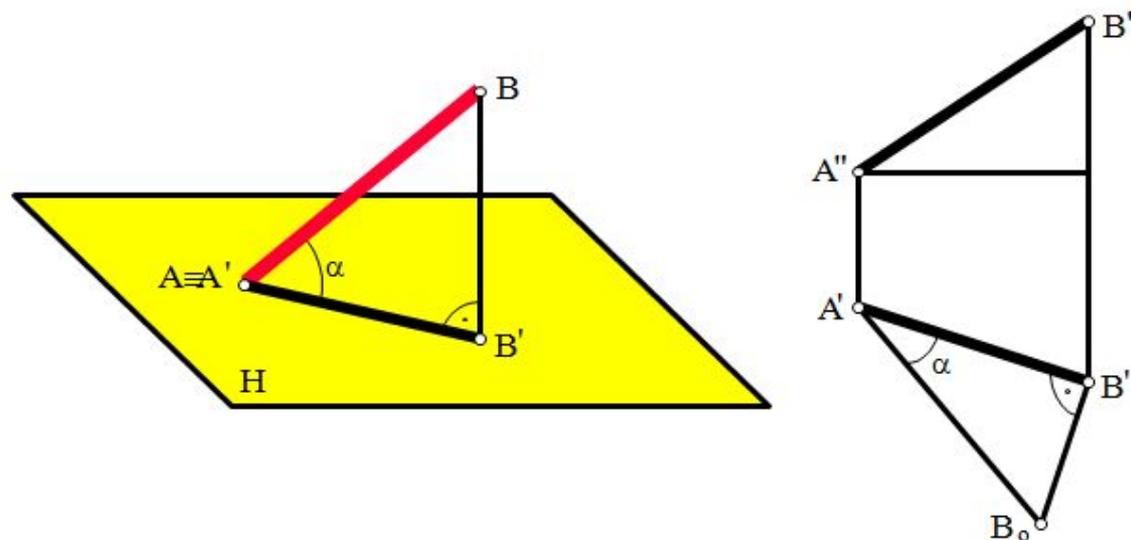


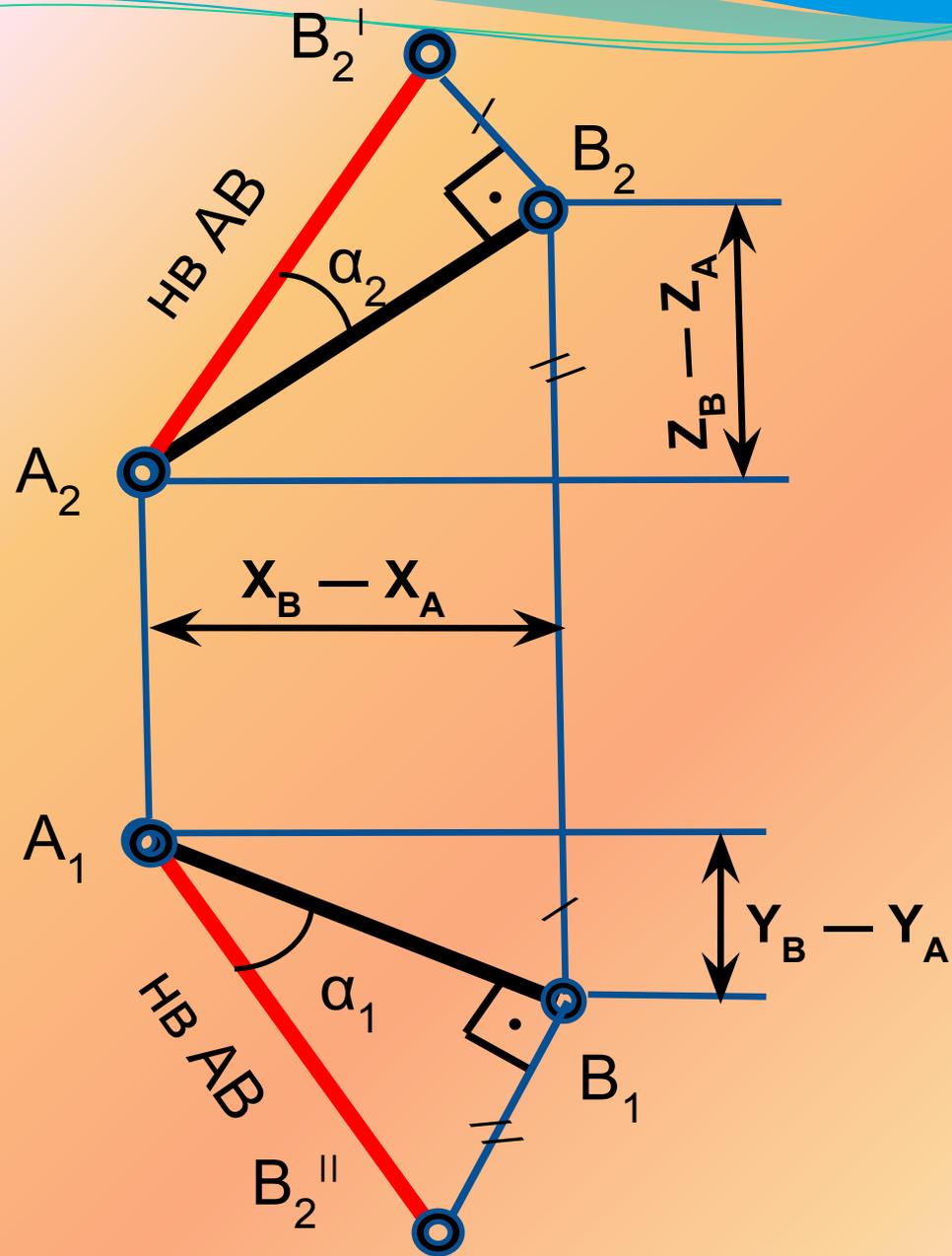
Определение натуральной величины отрезка и углов его наклона к плоскостям проекций способом прямоугольного треугольника

Возьмем отрезок AB и построим его ортогональную проекцию на горизонтальной плоскости проекций H . В пространстве при этом образуется прямоугольный треугольник $A'B'B'$, в котором одним катетом является горизонтальная проекция этого отрезка, вторым катетом разность высот точек A и B отрезка, а гипотенузой является сам отрезок.

На чертеже прямоугольный треугольник построен на горизонтальной проекции отрезка AB , второй катет треугольника $B'B_0$ равен разности высот точек AB , замеренную на плоскости V , гипотенуза его и будет натуральной величиной отрезка AB . Угол между горизонтальной проекцией $A'B'$ и гипотенузой $A'B_0$ треугольника $A'B'B_0$ это угол наклона данного отрезка AB к плоскости H .

Аналогичное построение можно сделать на фронтальной проекции отрезка, только в качестве второго катета надо взять разность глубин его концов, замеренную на плоскости H .

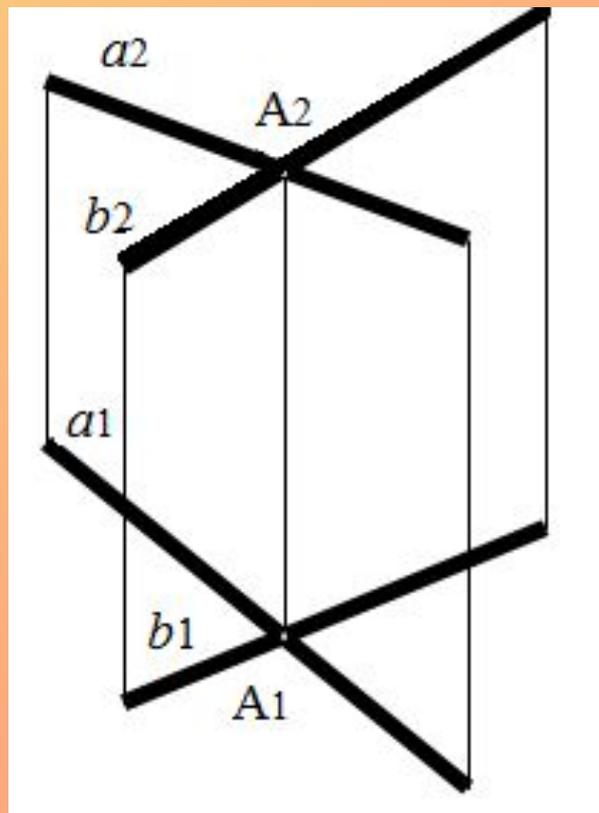




Взаимное положение прямых

1. Пересекающиеся прямые.

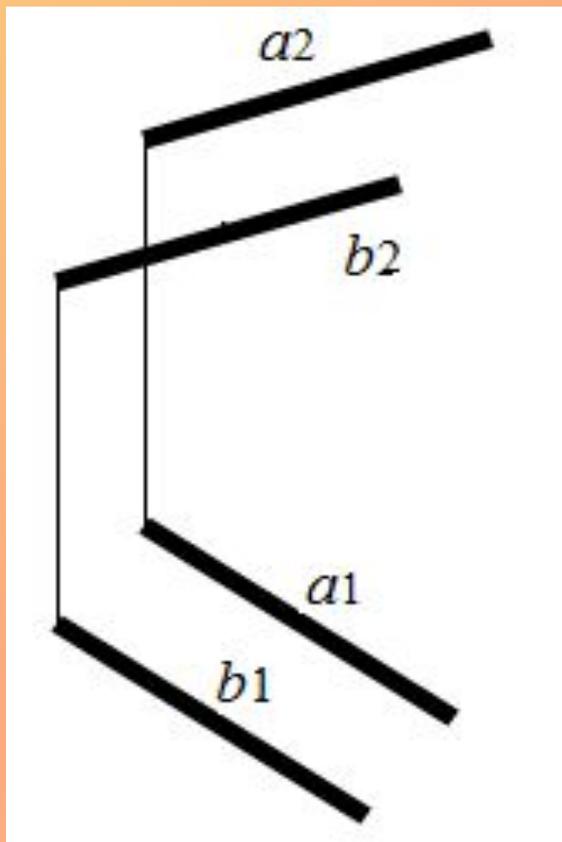
В этом случае прямые a и b имеют одну общую точку, проекции которой A_1 и A_2 расположены на одной линии связи.



Взаимное положение прямых

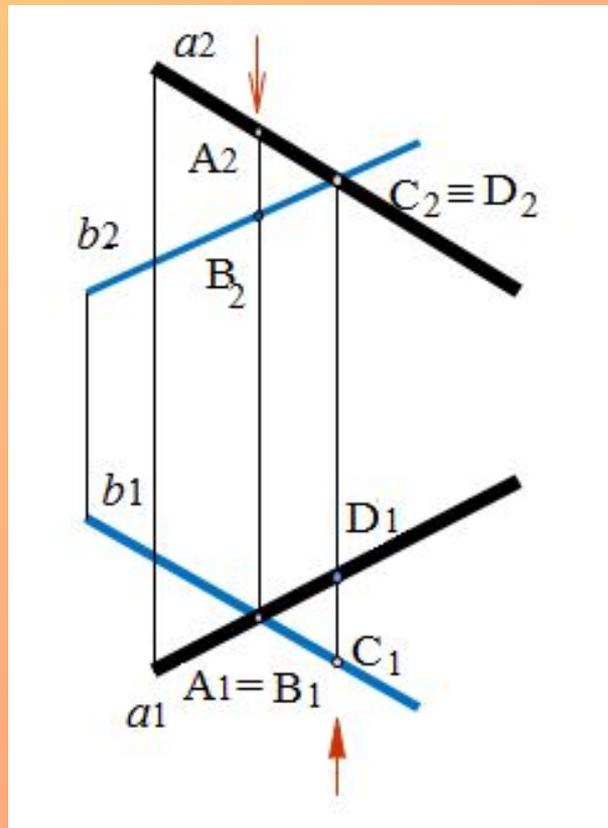
2. Параллельные прямые.

По свойству параллельного проецирования проекции параллельных прямых на любую плоскость параллельны, т. е. если $a \parallel b$, то $a_1 \parallel b_1$, $a_2 \parallel b_2$.

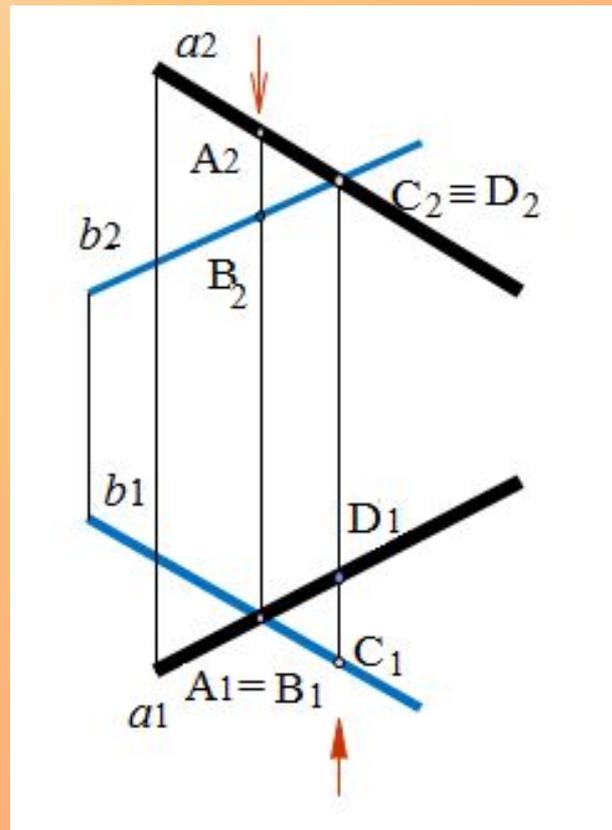


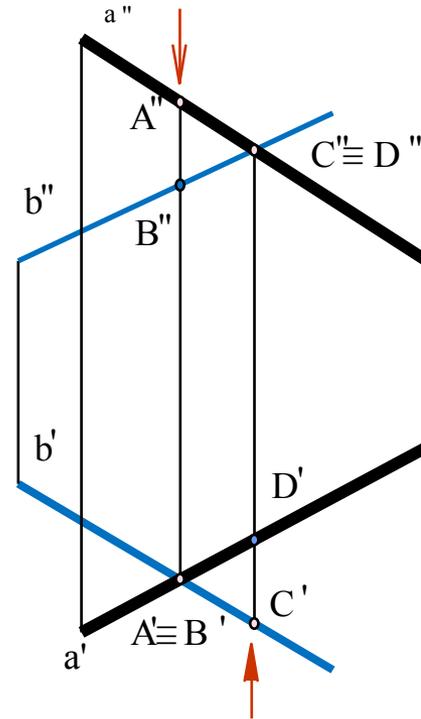
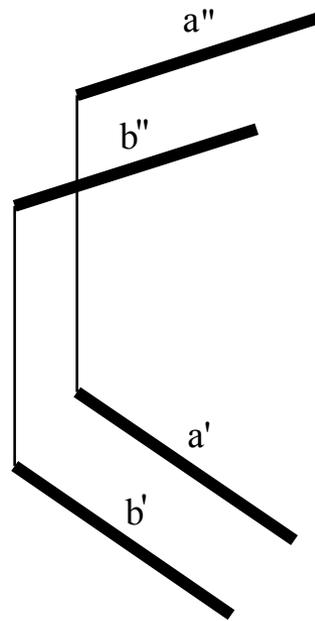
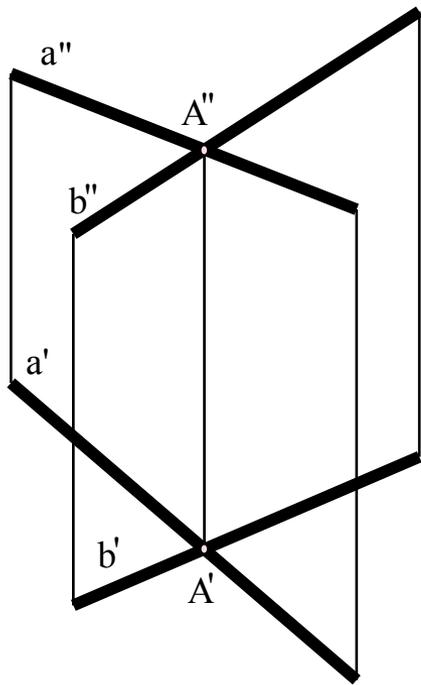
Взаимное положение прямых

3. Скрещивающиеся прямые. Если две прямые скрещиваются, то их одноименные проекции могут пересекаться в точках, не лежащих на одной линии связи: две точки **A** и **B** - **горизонтально конкурирующие** точки, две точки **C** и **D** - **фронтально конкурирующие**. Как видно из чертежа, точка **A** расположена **над** точкой **B**; следовательно, прямая **a** проходит **над** прямой **b**. Точка **C** расположена **перед** (ближе к зрителю) точкой **D**, следовательно, прямая **b** проходит в этом месте **впереди** прямой **a**.



Правило определения видимости на комплексном чертеже:
из двух горизонтально конкурирующих точек на поле Π_1 видна та точка, которая расположена выше, а из двух фронтально конкурирующих точек на поле Π_2 видна та точка, которая расположена ближе (по отношению к наблюдателю).

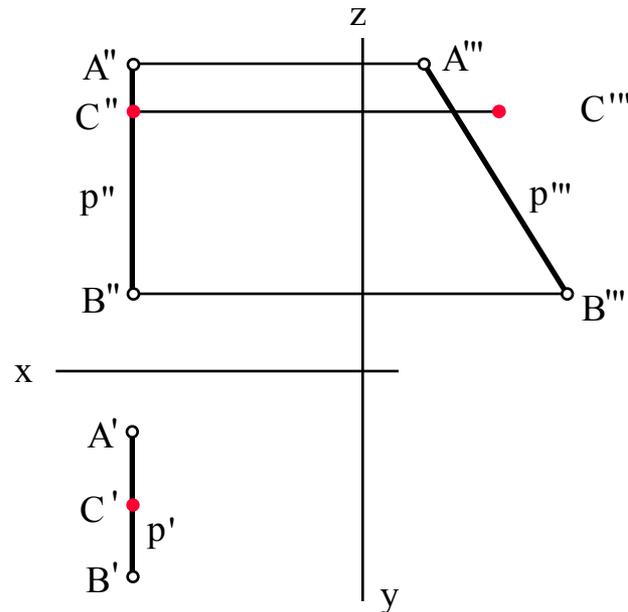
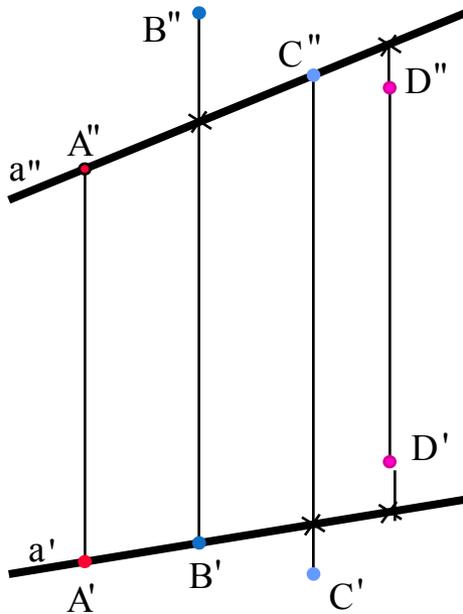




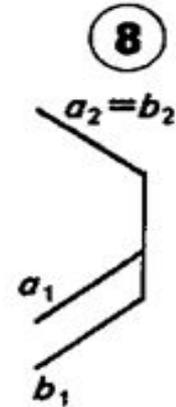
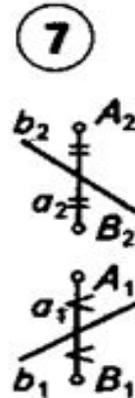
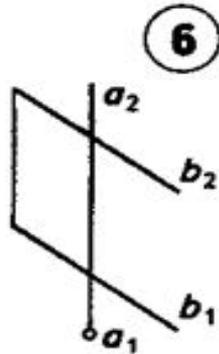
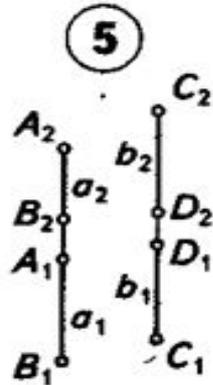
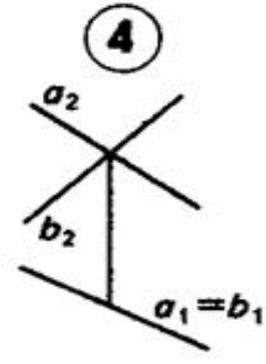
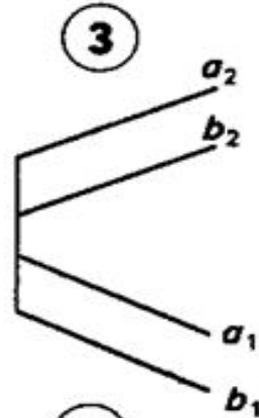
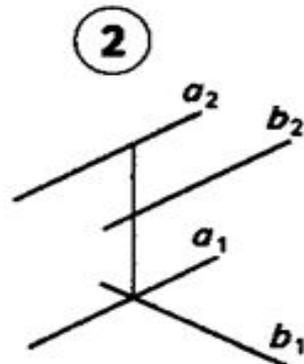
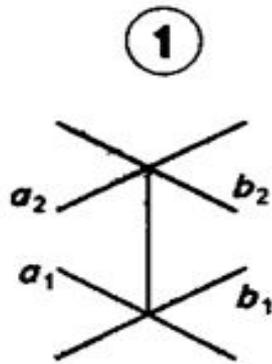
Взаимное расположение точки и прямой

Из свойств параллельного проецирования (свойство принадлежности) известно, что если точка лежит на прямой, то ее проекции должны лежать на одноименных проекциях этой прямой. Поэтому, из четырех точек **A**, **B**, **C** и **D**, приведенных на чертеже, лишь одна точка **A** лежит на прямой. Точка **B** находится **над** прямой, так как она расположена **выше**, чем горизонтально конкурирующая с ней точка прямой **a** (фронтальная проекция этой точки прямой **a** отмечена кстиком). Аналогично, точка **C** находится **перед** прямой **a**, точка **D** расположена **ниже** и **дальше** точки прямой **a**.

Определение взаимного положения точки и профильной прямой выполняется с помощью построения профильной проекции. На чертеже точка **C** расположена **над** и **перед** прямой **AB**.



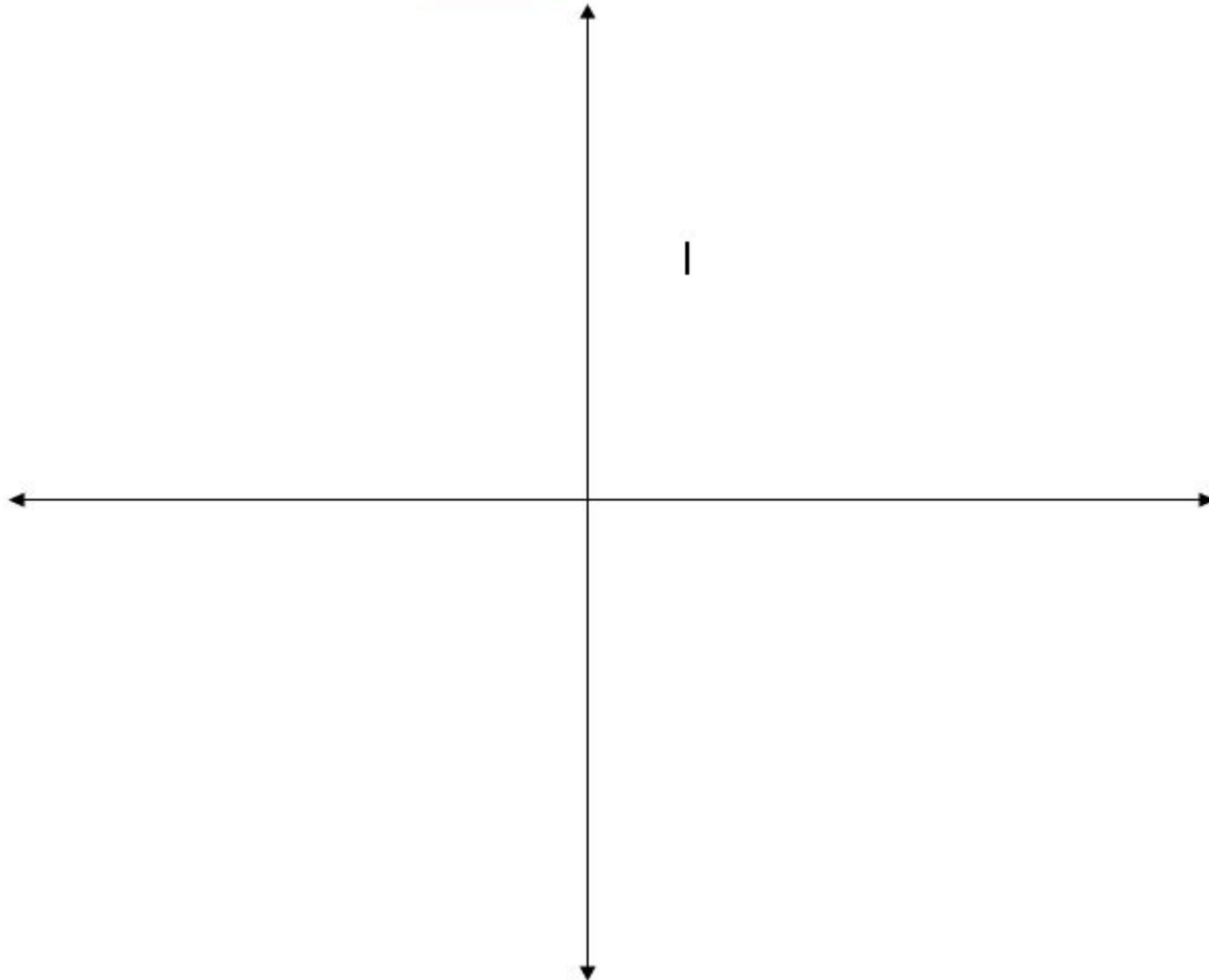
Определить и записать, как расположены относительно друг друга прямые a и b .



Ответ

∩	
·	

Построить три проекции прямой по координатам $A(40;15;25)$; $B(0; 0; 50)$. Дать название прямой.



AB – _____

Взаимно перпендикулярные прямые

- Для того, *чтобы прямой угол проецировался без искажения, необходимо и достаточно, чтобы одна его сторона была параллельна, а другая не перпендикулярна к плоскости проекций.*
- Пусть сторона **AB** прямого угла **ABC** параллельна плоскости **H**. Требуется доказать, что проекция его: угол **A'B'C'** равен 90.
- Прямая **AB** перпендикулярна плоскости α , так как **AB** перпендикулярна двум прямым этой плоскости **BC** и **BB'**, проходящих через точку **B**. Прямая **AB** и ее проекция **A'B'** две параллельные прямые, поэтому **A'B'** также перпендикулярна плоскости α . Следовательно, **A'B'** перпендикулярна **B'C'**.
- Две взаимно перпендикулярные прямые (пересекающиеся или скрещивающиеся) тогда сохраняют свою перпендикулярность в горизонтальной проекции, если одна из этих прямых является *горизонталью*.
- Две взаимно перпендикулярные прямые сохраняют свою перпендикулярность во фронтальной проекции, если одна из них является *фронталью*.

