Лекция 13.

Геометрические примитивы.

<u>План лекции:</u>

1. Геометрические примитивы.

2. Полигональные модели.

3. Воксельные модели.

4. Функциональные модели.

5. Системы координат: мировая, объектная, наблюдателя и экранная.

1. Геометрические примитивы.

Под геометрическими примитивами понимают тот базовый набор геометрических фигур, который лежит в основе всех графических построений, причем эти фигуры должны образовывать "базис" в том смысле, что ни один из этих объектов нельзя построить через другие.

Существует точка зрения, что базисный набор можно ограничить отрезком, многоугольником и набором литер (символов). Другая точка зрения состоит в том, что в набор примитивов необходимо включить гладкие кривые различного рода (окружности, эллипсы), некоторые классы поверхностей и даже сплошные геометрические тела.

Такой расширенный набор примитивов связан с аппаратной реализацией и создает проблему перенесения программных приложений с одного компьютера на другой.

При создании трехмерных геометрических примитивов программисты сталкиваются с проблемой их математического описания, разработки методов манипулирования такими объектами.

Те типы объектов, которые не попадают в список базовых, надо уметь приближать с помощью этих примитивов.

*Существует альтернативное направление - **конструктивная геометрией тел**. В системах, использующих этот подход, объекты строятся из объемных примитивов с использованием теоретико-множественных операций (объединение, пересечение).*

Система трехмерной графики OpenGL включает примитивы:

- *точки (вершины);*
- *отрезки;*
- *ломаные;*
- *многоугольники (среди которых особо выделяются треугольники и четырехугольники);*
- *полосы (группы треугольников или четырехугольников с общими вершинами);*
- *шрифты.*

В систему OpenGL входят также некоторые геометрические тела: сфера, цилиндр, конус и др.

Исторически сложилось так, что первые дисплеи были векторными, поэтому базовым примитивом был отрезок.

Самая первая интерактивная программа Sketchpad А. Сазерленда в качестве одного из примитивов имела прямоугольник, после чего этот объект уже традиционно входил в различные графические библиотеки.

2. Полигональные модели.

Для полигональных моделей используются в качестве примитивов вершины (точки в пространстве), отрезки прямых (векторы), из которых строятся

***полилинии**,*

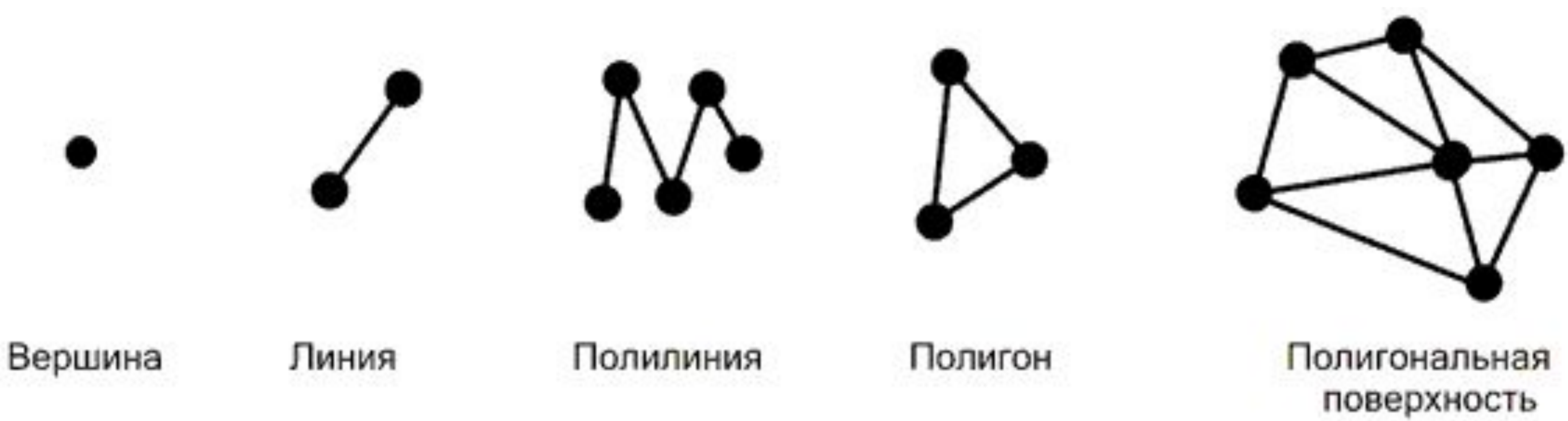
***полигоны** и*

***полигональные поверхности**.*

Главным элементом описания является вершина, все остальные являются производными.

В трехмерной декартовой системе координаты вершины определяются своими координатами (x,y,z), линия задается двумя вершинами, полилиния представляет собой незамкнутую ломаную линию, полигон - замкнутую ломаную линию.

Полигон моделирует плоский объект и может описывать плоскую грань объемного объекта. Несколько граней составляют этот объект в виде полигональной поверхности - многогранник или незамкнутую поверхность ("полигональная сетка").



В современной компьютерной графике векторно-полигональная модель является наиболее распространенной.

Достоинства векторно-полигональной модели:

- удобство масштабирования объектов;
- небольшой объем данных для описания простых поверхностей;
- аппаратная поддержка многих операций.

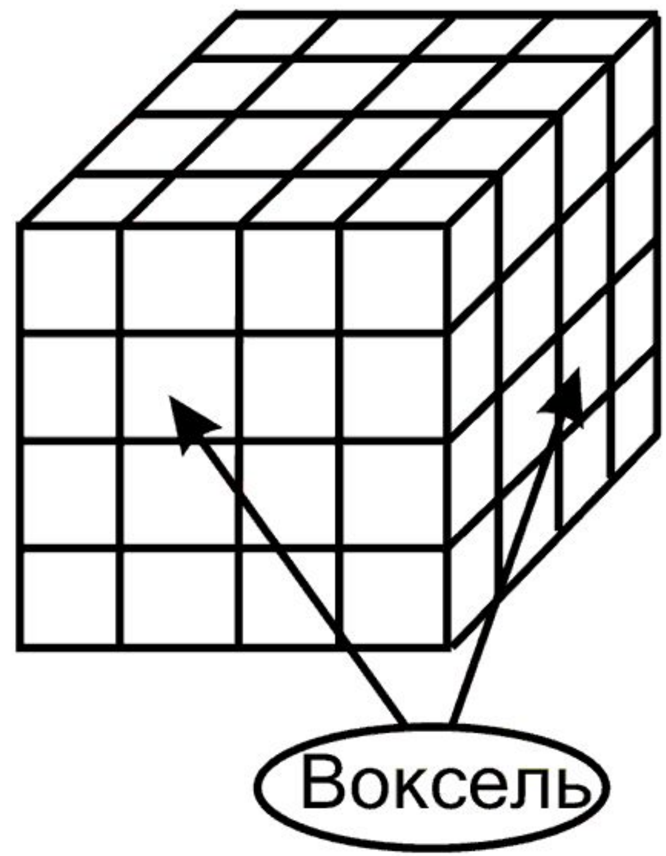
Недостатки:

- алгоритмы визуализации выполнения топологических операций (например, построение сечений) довольно сложны;
- аппроксимация плоскими гранями приводит к значительной погрешности, особенно при моделировании поверхностей сложной формы.

3. Воксельные модели.

Воксельная модель - *это представление объектов в виде трехмерного массива объемных (кубических) элементов. Название "воксель" составлено из двух слов: volume element. Так же как и пиксель, воксель имеет свои атрибуты (цвет, прозрачность и т. п.).*

Полная прозрачность вокселя означает пустоту в соответствующей точке объема. Чем больше вокселей в определенном объеме и меньше их размер, тем точнее моделируются трехмерные объекты.



Достоинства воксельной модели:

- возможность представлять внутренность объекта, а не только внешний слой; простая процедура отображения объемных сцен;
- простое выполнение топологических операций; например, чтобы показать сечение пространственного тела, достаточно воксели сделать прозрачными.

<u>Недостатки</u> воксельной модели:

- *Большое количество информации, необходимое для представления объемных данных ;*
- *значительные затраты памяти, ограничивающие разрешающую способность, точность моделирования;*
- *проблемы при увеличении или уменьшении изображения; например, с увеличением ухудшается разрешающая способность изображения.*

4. Функциональные модели.

Характерной особенностью задания поверхностей с помощью поверхностей свободных (или функциональных моделей) является то, что основным примитивом здесь является поверхность второго порядка - ***квадрик****. Он определяется с помощью вещественной непрерывной функции трех переменных в виде неравенства:* $F(x,y,z) \geq 0.$

Квадрик - это замкнутое подмножество евклидова пространства, все точки которого удовлетворяют неравенству $F(x,y,z) \geq 0.$

Граница квадрика описывается уравнением $F(x,y,z) = 0$

Внешняя область *квадрика - множество точек, удовлетворяющих неравенству* $F(x, y, z) < 0$

Свободная форма *- это произвольная поверхность, обладающая свойствами гладкости, непрерывности и неразрывности.*

На базе квадриков строятся свободные формы, которые описывают функциональные модели.

Достоинства функциональной модели:

- легкая процедура расчета координат каждой точки;
- небольшой объем информации для описания достаточно сложных форм;
- возможность строить поверхности на основе скалярных данных без предварительной триангуляции.

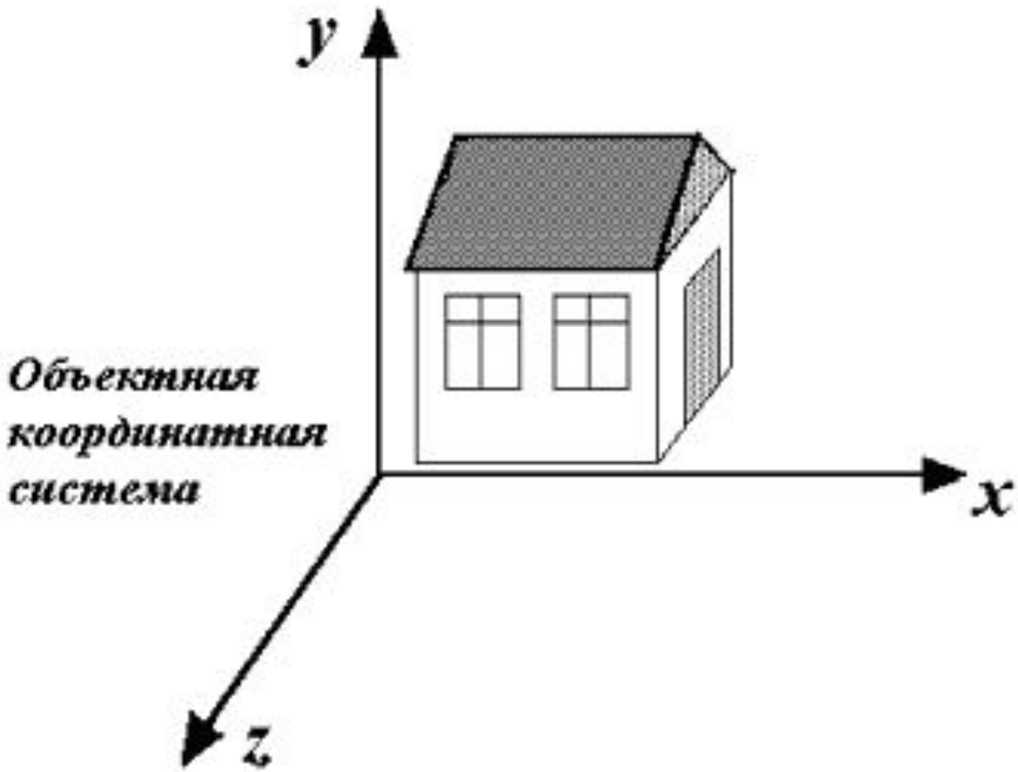
5. Системы координат: мировая, объектная, наблюдателя и экранная.

Одной из распространенных задач компьютерной графики является изображение двумерных графиков в некоторой системе координат. Эти прикладные координаты позволяют задавать объекты в двумерном или трехмерном мире пользователя, и их принято называть ***мировыми координатами****.*

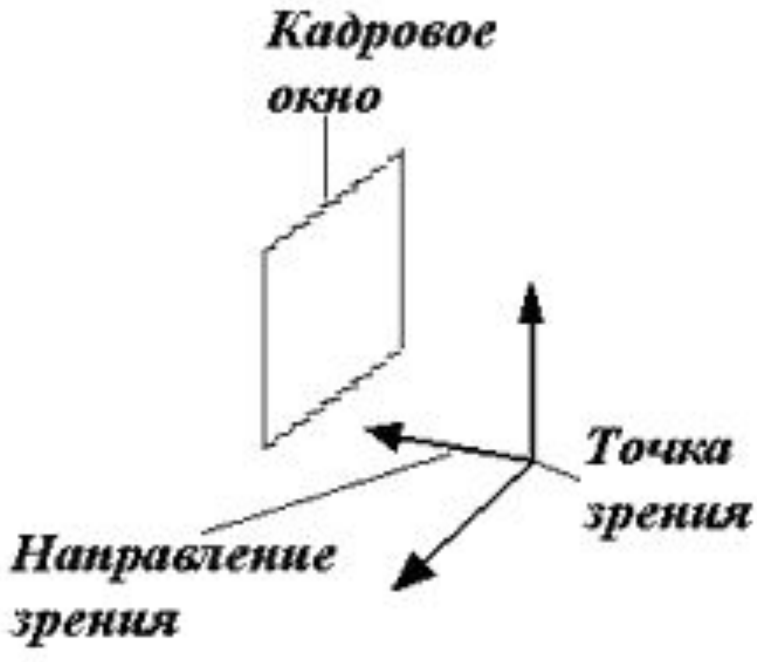
Пространственная сцена *- группы трехмерных объектов, предназначенных для изображения.*

Образ *- двумерное изображение пространственной сцены.*

Объектная координатная система - *трехмерная декартова система координат, связанная с описанием сцены, занимающей какое-то определенное место в пространстве. . Координаты объектов, составляющих сцену, определяются на основе их реальных размеров и взаимного расположения.*

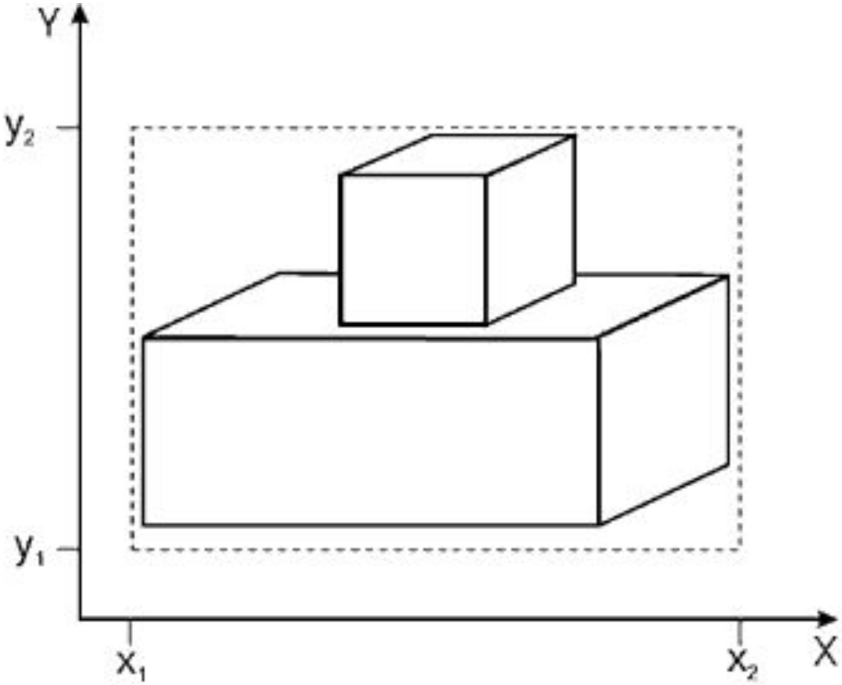


В зависимости от точки, из которой рассматривается сцена, можно получить множество различных ее образов. Если построено достаточно много таких образов, то по ним можно восстановить объемную структуру предмета. Выбор точки и направления зрения тоже можно описать математически, введя декартову ***системему координат наблюдателя***, *начало которой находится в точке обзора, а одна из осей совпадает с направлением зрения.*



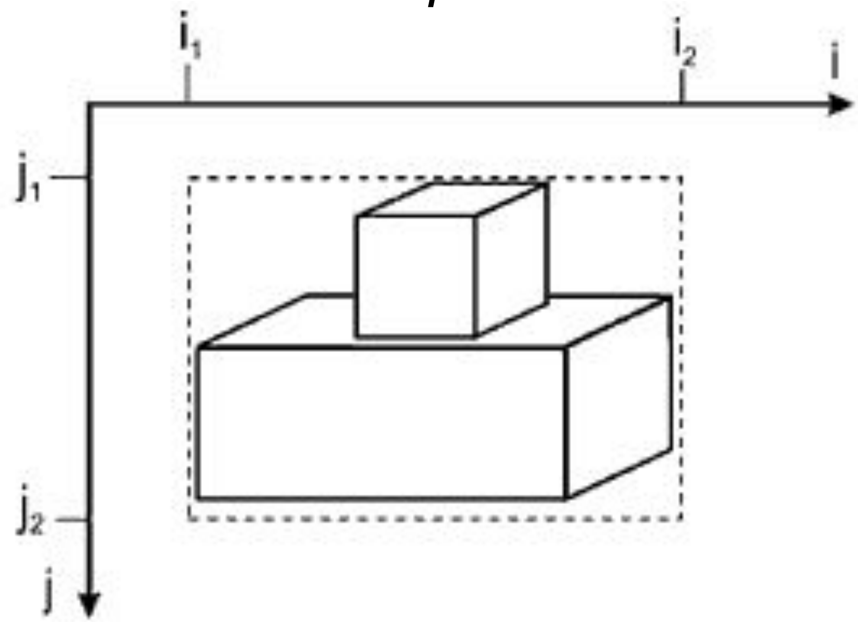
Картинная плоскость *– плоскость, на которой формируется видимый образ.*

Началом координат в системе координат образа считается левый нижний угол листа с изображением. В ***экранной системе*** *начало координат традиционно находится в левом верхнем углу. Отображение рисунка с картинной плоскости на экран должно производиться с минимальным искажением пропорций, что вносит ограничение на область экрана, занимаемую рисунком. Изменение масштаба должно осуществляться с сохранением пропорций.*



Картинная плоскость

Экран



Рассмотрим ситуацию, когда изображение занимает на картинной плоскости прямоугольную область $x_1 \le x_2,\ y_1 \le y \le y_2$. При отображении рисунка на экран каждая точка исходного прямоугольника с координатами (x, y) перейдет в некоторую точку с целочисленными координатами (i, j).

Предполагается, что изображение займет на экране прямоугольник $i_1 \le i \le i_2,\ j_1 \le j_2$. Введем обозначения:

$$\Delta x = x_2 - x_1, \quad \Delta y = y_2 - y_1, \quad \Delta i = i_2 - i_1, \quad \Delta j = j_2 - j_1,$$

$$S_x = \frac{\Delta i}{\Delta x}, \quad S_y = \frac{\Delta j}{\Delta y}$$

Определим преобразование координат образа (x, y) в экранные координаты (i, j) формулами:

$$i = i_1 + S_x(x - x_1), \quad j = j_2 - S_y(y - y_1).$$

При таком отображении прямоугольная область образа в точности перейдет в соответствующий экранный прямоугольник.

Определим сам экранный прямоугольник так, чтобы его пропорции соответствовали прямоугольнику образа, т.е

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\Delta i \cdot l_x}{\Delta j \cdot l_y} \equiv \kappa \frac{\Delta i}{\Delta j},$$

где l_x, l_y - горизонтальный и вертикальный размер одного пикселя.

Параметры l_x, l_y легко установить, зная размеры экрана и разрешение. Получаем:

$$\Delta j = \kappa \cdot S_x \cdot \Delta y, \quad S_y = \kappa \cdot S_x$$