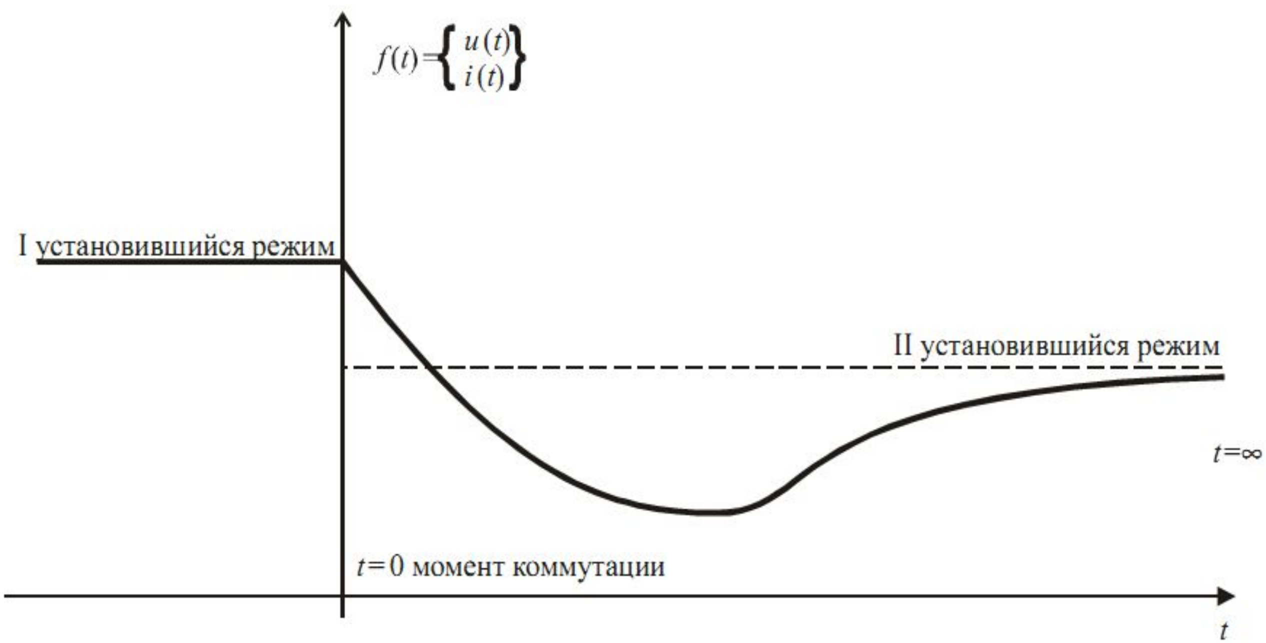
Переходные процессы в линейных электрических цепях. Основные понятия. Законы коммутации, начальные и конечные условия. Подключение реального конденсатора к источнику постоянного напряжения.

В ТОЭ различают **установившиеся и неустановившиеся** режимы.

Установившийся режим – состояние цепи, в котором все токи и напряжения являются периодическими функциями времени, либо постоянными величинами (например: в цепях постоянного тока).

Переходные процессы имеют место в неустановившемся режиме. Под **переходными процессами** понимают переход цепи из одного установившегося режима к другому.



Из графика видно, что теоретически время переходного процесса равно бесконечности, но на практике это время зависит от параметров цепи.

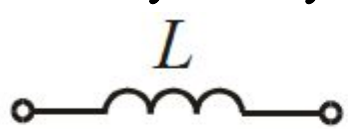
Последовательность событий такова: установившийся режим → коммутация → переходный процесс → новый установившийся режим.

Возникновение переходных процессов обусловлено коммутацией в цепях с реактивными элементами. **Коммутация** – включение, выключение; переключение параметров схемы или скачкообразное изменение воздействующего сигнала.

Коммутирующее устройство на схеме изображают в виде идеального ключа, у которого при замыкании сопротивление равно нулю, а в разомкнутом состоянии равно бесконечности:

Момент коммутации называется начальным моментом времени $(t = 0)$. В момент коммутации действуют два закона коммутации:

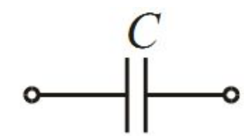
I закон коммутации – ток в индуктивности в момент коммутации не изменяется скачком, а сохраняет значение, непосредственно предшествовавшее моменту коммутации.



$i_L(0) = i_L(0_-)$.

Первый закон коммутации: ток в ветви с индуктивной катушкой не может измениться скачком. Принято считать, что коммутация происходит мгновенно во время $t=0$. Поэтому при рассмотрении переходных процессов различают два нулевых момента времени: $t=0-$, когда коммутация еще не произошла, и $t=0+$ после коммутации. Тогда первый закон коммутации можно сформулировать следующим образом: ток в индуктивной катушке до коммутации равен току в момент, наступивший сразу после коммутации, т. е. $i_L(0-)=i_L(0+)$.

II закон коммутации – напряжение на ёмкости в момент коммутации не изменяется скачком, а сохраняет значение, непосредственно предшествовавшее моменту коммутации. $u_C(0)=u_C(0_-)$.



Второй закон коммутации: напряжение на конденсаторе не может измениться скачком. Либо: $u_C(0-)=u_C(0+)$.

Можно дать энергетическое обоснование законов коммутации. Энергию магнитного поля индуктивной катушки определяют по формуле

$$W_\text{М}=\frac{Li_L^2}{2}.$$

Мощность

$$P_\text{М}=\frac{dW_\text{М}}{dt}.$$

Если ток i_L изменится скачком, то и $W_{\text{М}}$ изменится скачком. Тогда мощность магнитного поля катушки будет равна бесконечности, что невозможно, так как не существуют реальные источники энергии с бесконечно большой мощностью.

Изучение переходных процессов очень важно, так как они положены в основу принципа действия некоторых устройств и аппаратов. Быстродействие современных ЭВМ таково, что в них практически нет установившихся режимов.

Кроме того, во время переходного процесса могут возникать токи и напряжения большие, чем при установившемся режиме. Электрическая цепь, пригодная для номинального режима работы, может выйти из строя при подключении к источнику энергии.

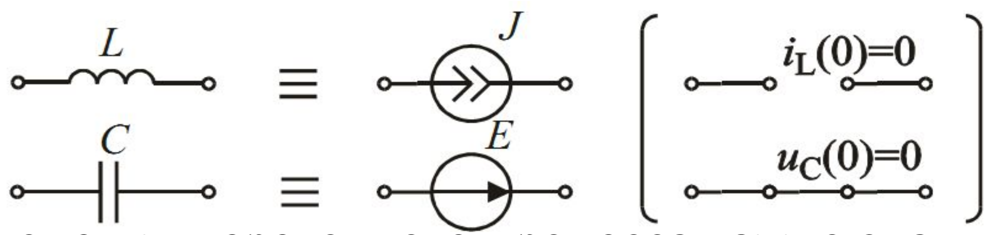
С помощью законов коммутации определяются **начальные условия** для тока в индуктивности и напряжения на ёмкости. Под начальными условиями понимают значения токов и напряжений в момент коммутации.

Начальные условия, определяемые с помощью законов коммутации, называют **независимыми начальными условиями**, то есть

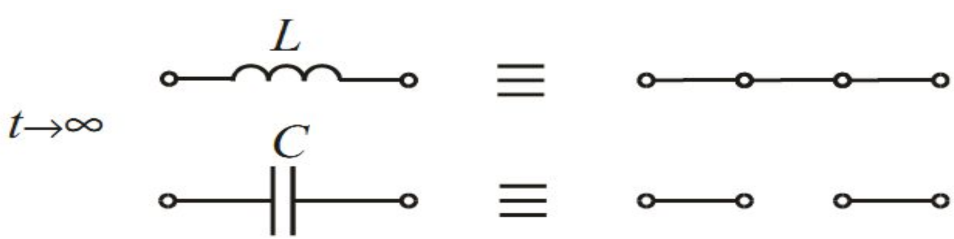
$$i_{\text{L}}(0),\ u_{\text{C}}(0).$$

Остальные являются **зависимыми начальными условиями** – определяются по законам Ома, Кирхгофа по схеме замещения, составленной в момент коммутации $t=0$.

В момент коммутации $(t=0)$ в общем случае индуктивность можно заменить источником тока с $J=i_L(0)$, а ёмкость – источником напряжения с $E=u_C(0)$. частном случае при $i_L(0)=0$ и $u_C(0)=0$ индуктивность заменяется обрывом, а ёмкость – коротким замыканием.



Для качественной оценки переходного процесса важно знать и **конечные условия.** Конечные условия – это значение токов и напряжений в установившемся режиме при $t\to\infty$. Схемы замещения реактивных элементов для установившегося режима постоянного тока:



Составим систему уравнений электрического состояния в дифференциальной форме для схемы замещения электрической цепи. Как известно из математики, решение полученной системы линейных дифференциальных неоднородных уравнений есть сумма двух слагаемых: **частного решения неоднородных уравнений и общего решения однородных уравнений.**

В качестве частного решения берут **принужденный режим,** вызываемый внешними источниками энергии. Составляющие токов и напряжений, найденные в результате частного решения неоднородных уравнений, называют **принужденными:** $i_{\text{пр}}$, $u_{\text{пр}}$.

Общее решение однородного уравнения характеризует процессы, происходящие в цепи при отсутствии внешних источников энергии.

Составляющие токов и напряжений, найденные в результате общего решения однородных уравнений, называют свободными: $i_{\text{св}}$, $u_{\text{св}}$.
Свободные составляющие стремятся к нулю.
Классический метод расчета переходных процессов заключается в отыскании закона изменения любого тока и напряжения как суммы принужденной и свободной составляющих:

$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}};$$

$$u = u_{\text{пр}} + u_{\text{св}}.$$

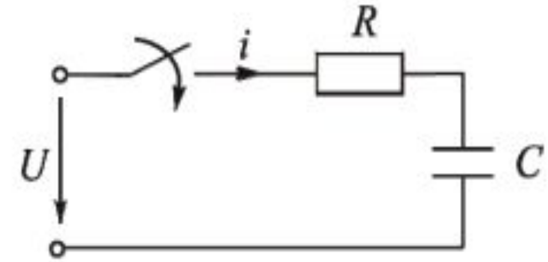
Когда свободные составляющие станут равны нулю, переходный процесс закончится. Отсюда следует, что **принужденный режим – это новый установившийся режим после переходного процесса.**
Далее рассмотрим классический метод расчета переходных процессов на ряде конкретных примеров.

Подключение реального конденсатора к источнику постоянного напряжения.

Схема замещения рассматриваемой цепи приведена на рис.

1. Составим систему уравнений электрического состояния. Так как схема одноконтурная, то можно написать только одно уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$Ri + u_C = U.$$



В этом уравнении во время переходного процесса происходит изменение двух величин: тока i и напряжения на емкостном элементе u_C. Напряжение u_C подчиняется второму закону коммутации, поэтому рационально выразить ток по закону Ома

$$i = i_C = C\frac{du_C}{dt}.$$

Тогда уравнение примет вид $RC\frac{du_C}{dt}+u_C=U.$

2. Ищем решение этого уравнения как сумму двух слагаемых:

$$u_C=u_{C\,пр}+u_{C\,св}.$$

3. Найдем $u_{C\,пр}.$

Теоретически переходной процесс длится бесконечно долго, поэтому принужденный режим рассмотрим как новый установившийся режим при $t=\infty.$ Конденсатор постоянный ток не пропускает $(i_{пр}=0),\ Ri_{пр}=0.$ Отсюда $u_{C\,пр}=U.$

4. Вычислим $u_{C\,св}.$ Из математики известно, что свободные составляющие меняются по экспоненциальному закону: $u_{C\,св}=A\mathrm{e}^{pt}.$

1. Определим показатель степени p, который является корнем характеристического уравнения. Запишем уравнение электрического состояния для свободной составляющей:

$$RC\frac{du_{C\,св}}{dt}+u_{C\,св}=0.$$

Производной экспоненты является сама экспонента. Так как функция сложная, дифференцируем еще и показатель степени.

В итоге производная $\frac{du_{C\text{св}}}{dt} = pAe^{pt}$. После подстановки в уравнение электрического состояния получаем $RCpAe^{pt} + Ae^{pt} = 0.$

Сократим на Ae^{pt}: Получим: $RCp + 1 = 0.$

Сравнив уравнение электрического состояния с характеристическим, делаем вывод: для получения характеристического уравнения в уравнении электрического состояния правую часть нужно приравнять к нулю, переменную величину заменить единицей, ее производную – p, вторую производную – p2 и т. д.

Решение характеристического уравнения позволяет определить $p = -\frac{1}{RC}.$

Величину $\frac{1}{|p|} = RC$ означают τ и называют постоянной времени.

Показатель $p = -\frac{1}{\tau}$. Так как $[R] = \text{Ом}, [C] = \Phi = \frac{\text{с}}{\text{Ом}}$, то $[\tau] = \text{с}.$

2. Определим постоянную интегрирования A.

Постоянные интегрирования определяют из начальных условий с использованием законов коммутации. Уравнение, по которому проводим решение, справедливо для любого момента времени, следовательно, и для начального: $u_C(0+) = u_{C\,\text{пр}}(0+) + u_{C\,\text{св}}(0+)$.

По второму закону коммутации $u_C(0+) = u_C(0-)$. До коммутации схема не была подключена к источнику энергии, поэтому $u_C(0-) = 0$.

Принужденная составляющая в данном примере является постоянной величиной, значит . $u_{C\,\text{пр}}(0+) = U$.

Свободная составляющая $u_{C\,\text{св}} = Ae^{pt}$ при $t = 0+$ равна A.

После подстановки получим $0 = U + A$. Отсюда $A = -U$.

Тогда закон изменения напряжения $u_C = U - Ue^{-\frac{1}{RC}t}$ …менения тока можно получить как из уравнения по втор… …офа, так и из закона Ома.

Из уравнения по второму закону Кирхгофа

$$i = \frac{U - u_C}{R} = \frac{U - U + Ue^{-\frac{1}{RC}t}}{R} = \frac{U}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Либо $i = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{U}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t} = \frac{U}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$.

Проиллюстрируем полученные уравнения графиками.

График напряжения u_C (см. рис.) полу чаем суммированием графиков $u_{C\,\text{пр}}$ и $u_{C\,\text{св}}$. вляющая $u_{C\,\text{пр}} = U = \text{const}$. ая составляю-щая изменяется по закону экспоненты и стремится к нулю. В начальный мо-Мент $u_{C\,\text{св}}(0+) = -U$. График подтверждает, что напряжение на конденсаторе меняется плавно, что й режим – это после

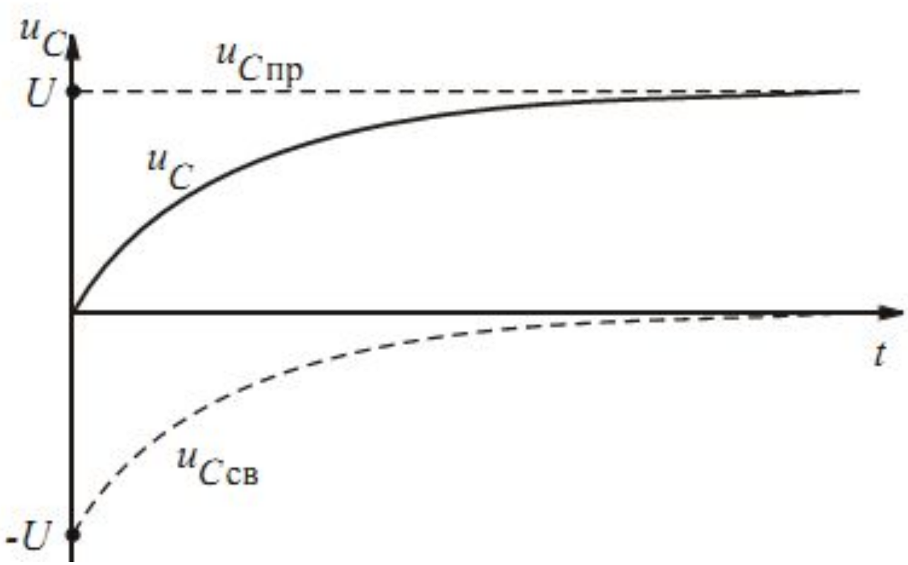
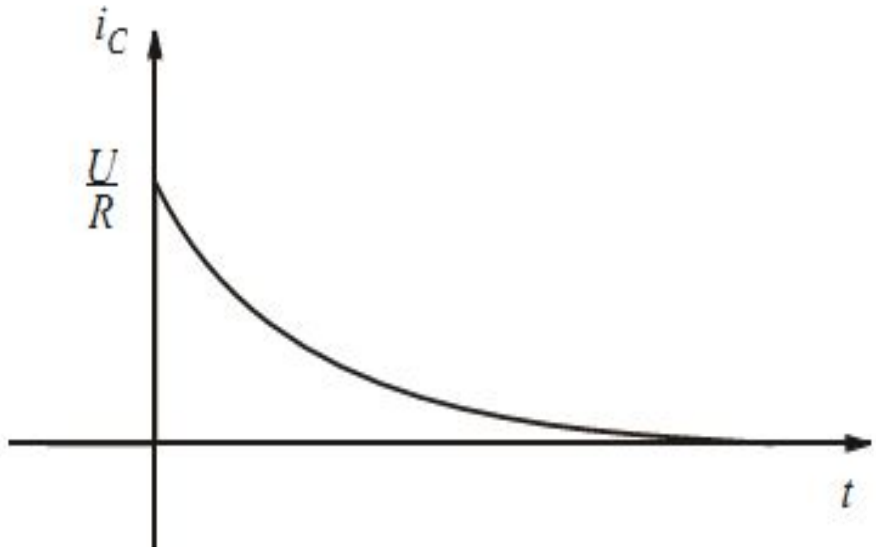


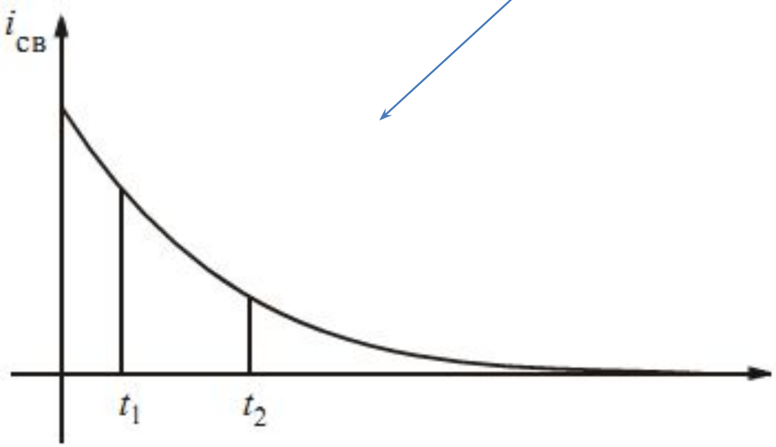
График изменения тока представлен на рис.

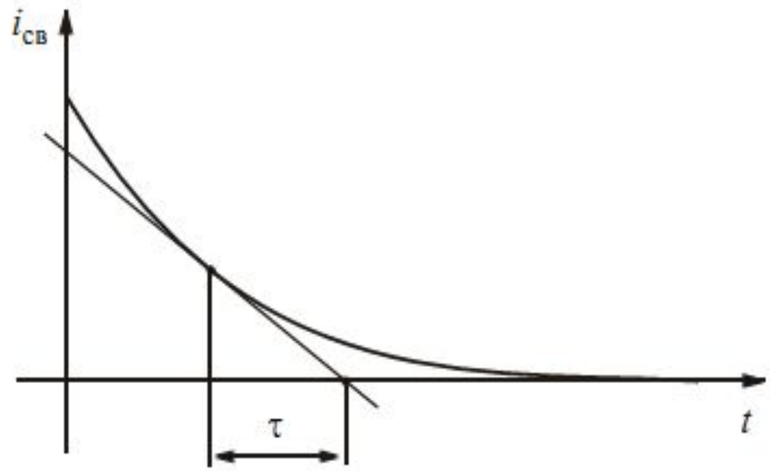


При $t = 0-$ тока не было, при $t = 0+$ ток $i_C = \frac{U}{R}$, далее он стремится к нулю по закону экспоненты. Графики будут меняться при изменении параметров схемы R и C. Величина напряжения от них не зависит. Величина тока обратно пропорциональна сопротивлению R и не зависит от емкости C. Длительность переходного процесса прямо пропорциональна значениям R и C.

Определение длительности переходного процесса

Теоретически переходный процесс длится бесконечно долго. Практически переходный процесс заканчивается через (3–5) ф. Постоянная времени ф – это время, в течение которого свободные составляющие уменьшаются в е раз (см. рис.).





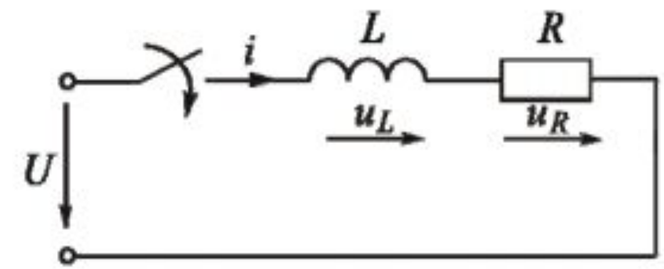
Время $t_2 - t_1 = \tau$, если $\dfrac{i_{t_1}}{i_{t_2}} = e \approx 2,7$.

Постояннои времени можно дать геометрическую интерпретацию: ф – это величина подкасательной к любой точке экспоненты (см. рис.).

Подключение реальной катушки к источнику постоянного напряжения. Переходные процессы в цепях первого порядка. Классический метод расчёта переходных процессов

Схема замещения анализируемой цепи приведена на рис.

1. Уравнение электрического состояни



в дифференциальной форме:

$$u_L + u_R = U .$$

После подстановки u_L и u_R, выраженных по закону Ома, получим

уравнение с одной переменной: $$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + Ri_L = U .$$

$$i_L = i_{L\text{пр}} + i_{L\text{св}} .$$

2. Решение этого уравнения является суммой двух слагае

3. Найдем $i_{L\text{пр}}$ в схеме при $t = \infty .$ Индуктивный элемент не оказывает

сопротивления по $i_{L\text{пр}} = \frac{U}{R}$ у току, вместо него будет закоротка.

Тогда $i_{L\text{св}}$ $i_{L\text{св}} = Ae^{pt} .$

$$Lp + R = 0 .$$

4. Вычислим по закону экспоненты:

Составим характеристическое уравнение для определения p:

Отсюда $p=-\frac{R}{L}$. Іостоянная времени $\tau=\frac{1}{|p|}=\frac{L}{R}$.

Так как $[L] = \text{Гн} = \text{с}\cdot\text{Ом}$, то$[\text{ф}] = \text{с}$.

Определим постоянную интегрирования А из начальных условий с использованием законов коммутации. В начальный момент времени

$$i_L(0+) = i_{L\text{пр}}(0+) + i_{L\text{св}}(0+).$$

По первому закону коммутации $i_L(0+) = i_L(0-)$. ммутации схема не была подключена к источнику энергии, поэтому $i_L(0-) = 0$.

Принужденная составляющая $i_{L\text{пр}} = \frac{U}{R}$ – стоянная величина.

Свободная составляющая в начальный момент $i_{L\text{св}}(0+) = A$.

После подстановки получим $0 = \frac{U}{R} + A$, а $A = -\frac{U}{R}$.

Тогда закон изменения тока $i_L = \frac{U}{R} - \frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$.

Закон изменения напряжения $u_R = Ri_L = U - U\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$.

Закон изменения напряжения $u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = L\frac{U}{R}\cdot\frac{R}{L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t} = U\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$.

В любой момент времени $u_R + u_L = U - Ue^{-\frac{R}{L}t} + Ue^{-\frac{R}{L}t} = U$.

Проиллюстрируем полученные законы изменения электрических величин графиками. График тока i_L (см. рис.) получаем как сумму графиков $i_{L\text{пр}}$ и $i_{L\text{св}}$. Составляющая тока $i_{L\text{пр}} = \frac{U}{R} = \text{const}$. Свободная составляющая меняется по закону экспоненты и стремится к нулю. В начальный момент $i_{L\text{св}}(0+) = -\frac{U}{R}$.

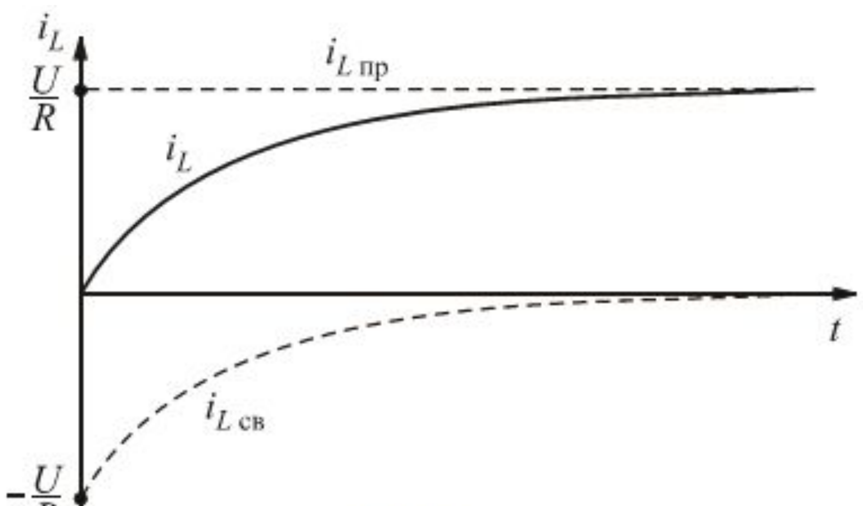


Рис. 16.7

, что ток в
ин … плавно и стремится к
й составляющей.

Графики изменения напряжений u_R и u_L приведены на рис.

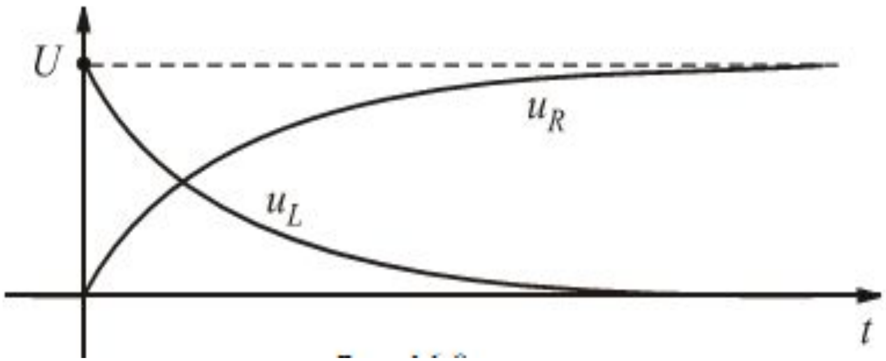


График u_R аналогичен графику тока i_L, так как $u_R = Ri_L$.

Напряжение u_L в начальный момент возрастает скачком до величины входного напряжения, а затем по экспоненциальному закону уменьшается до нуля.

Рационально самостоятельно проанализировать, как будут изменяться графики при перемене значений R и L.