

**Гармонические колебания в цепи при последовательном соединении R, L, C элементов. Треугольники сопротивлений и мощностей. Резонанс напряжений. Гармонические колебания в цепи при параллельном соединении R, L, C элементов. Треугольники проводимостей и мощностей. Резонанс токов.**

**Гармонические колебания в цепи при последовательном соединении R, L, C элементов.**

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i).$$

Пусть в последовательной RLC-цепи протекает ток

Согласно II закону Кир

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = i(t)R + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Под

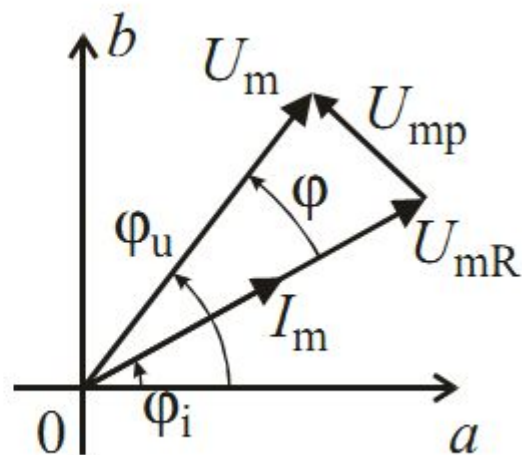
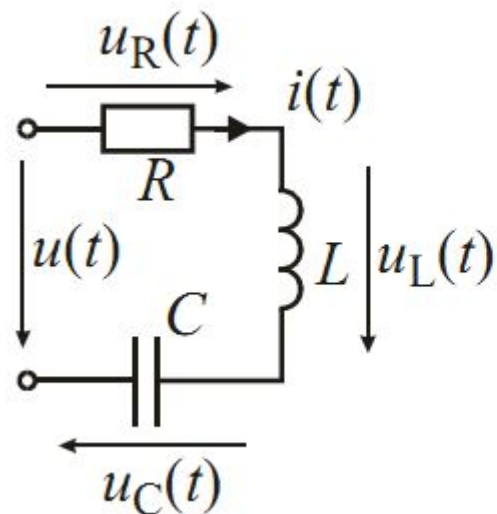
$$u(t) = I_m R \sin(\omega t + \varphi_i) + I_m \omega L \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) + I_m \frac{1}{\omega C} \sin\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right).$$

Запишем выражение в более компактном виде:

$$u(t) = U_{mR} \sin(\omega t + \varphi_R) + U_{mL} \sin(\omega t + \varphi_L) + U_{mC} \sin(\omega t + \varphi_C), \text{ где}$$

$$U_{mR} = I_m R, U_{mL} = I_m \omega L = I_m X_L, U_{mC} = I_m \frac{1}{\omega C} = I_m X_C,$$

$$\varphi_{uR} = \varphi_i, \varphi_{uL} = \varphi_i + \frac{\pi}{2}, \varphi_{uC} = \varphi_i - \frac{\pi}{2}.$$



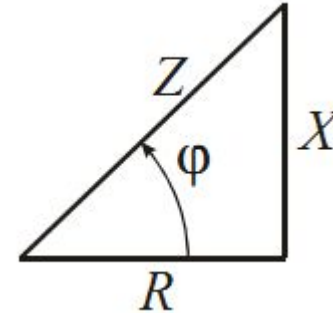
$$U_{mp} = U_{mL} - U_{mC} = I_m (X_L - X_C) = I_m X \text{ — напряжение,}$$

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \text{ — сопротивление.}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \text{ —}$$

Для удобного анализа последовательной RLC-цепи используют **треугольник сопротивлений**.

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R} = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R} = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



$\varphi > 0$  – **индуктивный характер цепи.**

$\varphi < 0$  – **емкостный характер цепи.**

$\varphi = 0$  – **резонанс напряжений.**

При резонансе напряжений полное сопротивление последовательной RLC-цепи равно

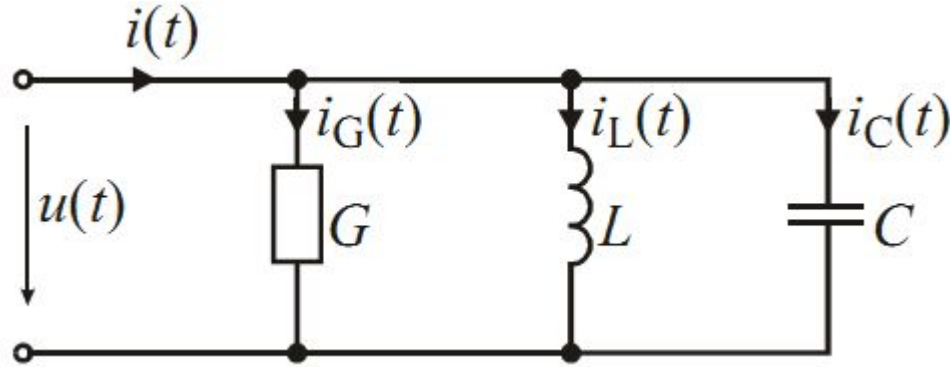
резистивному! Определим частоту, на которой происходит явление резонанса из

усл  $\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$ , откуда  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  [рад/с],  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  [Гц].

**Резонанс** – это явление, когда фазовый сдвиг между входным напряжением и током равен нулю!

## Гармонические колебания в цепи при параллельном соединении R, L, C

элемент



$$i(t) = i_G(t) + i_L(t) + i_C(t)$$

Согласно I закону Кирхгофа.

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

Напряжение на входе цепи:

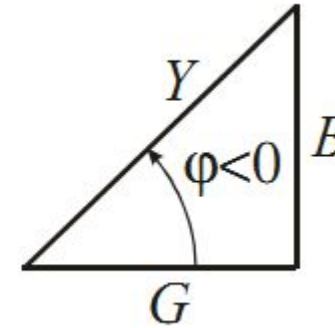
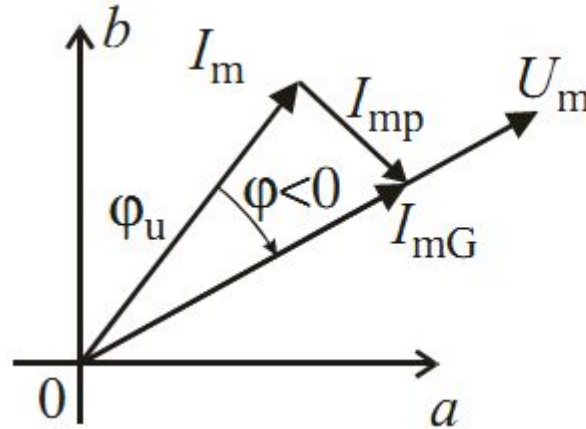
Поскольку:  $i(t) = G u(t) + C \frac{du}{dt} + \frac{1}{L} \int u(t) dt$ , то имеем:

$$i(t) = G U_m \sin(\omega t + \varphi_u) + \omega C U_m \sin\left(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\omega L} U_m \sin\left(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}\right).$$

Введём обозначения:  $I_{mG} = G U_m$ ,  $I_{mC} = \omega C U_m = B_C U_m$ ,  $I_{mL} = \frac{1}{\omega L} U_m = B_L U_m$ ,

$$\varphi_{iG} = \varphi_u, \quad \varphi_{iC} = \varphi_u + \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_{iL} = \varphi_u - \frac{\pi}{2}.$$

Треугольник проводимос



$$I_{mp} = I_{mC} - I_{mL} = (B_C - B_L)U_m = BU_m \text{ — тавляющая тока.}$$

$$B = B_C - B_L = \omega C - \frac{1}{\omega L} \text{ — проводимость.}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \text{ — оводимость.}$$

$$\varphi = -\arctg \frac{B}{G} = -\arctg \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G} \text{ — между входным напряжением и}$$

При  $\varphi = 0$  наступает резонанс по  $Y = G$  . Определим резонансную частоту из условия:

$$\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0, \text{ отсюда } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ [рад/с], } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ [Гц].}$$