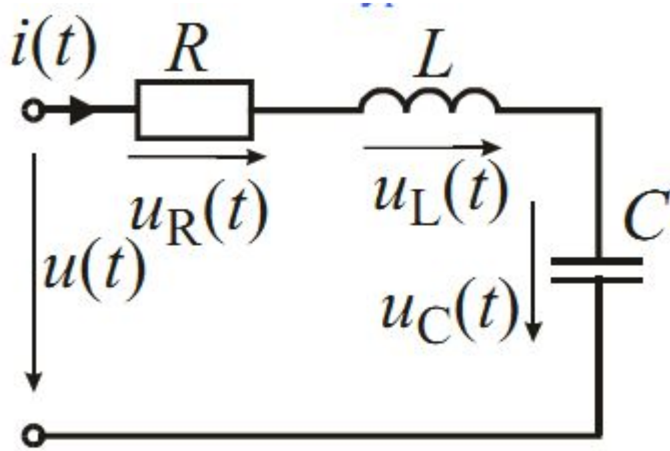
Последовательный колебательный контур. Основные понятия и определения. Частотные характеристики последовательного колебательного контура.
Параллельный колебательный контур. Основные понятия и определения. Частотные характеристики параллельного колебательного контура. Методика расчета резонансной частоты колебательных контуров.

Последовательный колебательный контур. Основные понятия и определения.



езонанс напряжений.

стота:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \; f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

сопротивление контура

$$Z = R.$$

Определим реактивные сопротивления на индуктивности и емкости при резонансе:

$$X_{L_0} = \omega_0 L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}}, \; X_{C_0} = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Видно, что сопротивления

$$X_{L_0} = X_{C_0} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \; -$$ **опротивление**

контура.

Резонансные свойства контура характеризуются **добротнос** $Q = 2\pi \frac{W_{\text{р}}}{W_{\text{аТ}}}$,

Где $W_{\text{р}}$ – симальное значение реактивной энергии,

запасенной в контуре при резонансе;

$W_{\text{аТ}}$ – активная энергия, поглощаемая в контуре за пери T; $d = \frac{1}{Q}$ – ухание.

Для выяснения физического смысла параме Q а исследуем энергетические соотношения в контуре при резонансе. Обозначим резон $i = I_{m0} \sin \omega_0 t$.

В контуре происходит периодический обмен энергии электрического и магнитного полей, т

$$W_{\text{р}} = \frac{L I_{m_0}^2}{2} = \frac{C U_{m_0}^2}{2} = \text{const}.$$

Значение активной энергии, рассеиваемой в контуре, определяется как:

$$W_{\text{аТ}} = I_0^2 R T = \frac{I_{m_0}^2 R T}{2}.$$

В итоге получаем формулу добротности:

$$Q = 2\pi \frac{L I_{m_0}^2}{I_{m_0}^2 R T} = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\rho}{R}, \text{ либо } Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0^2 L}{R} \frac{1}{\omega_0} = \frac{L}{R \omega_0 L C} = \frac{1}{R \omega_0 C} = \frac{\rho}{R}.$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R \omega_0 C} = \frac{\rho}{R}.$$

Таким образом, добротност Q показывает, во сколько раз резонансные напряжения на

реактивных R, L, C тах превышают приложенное напряжение.

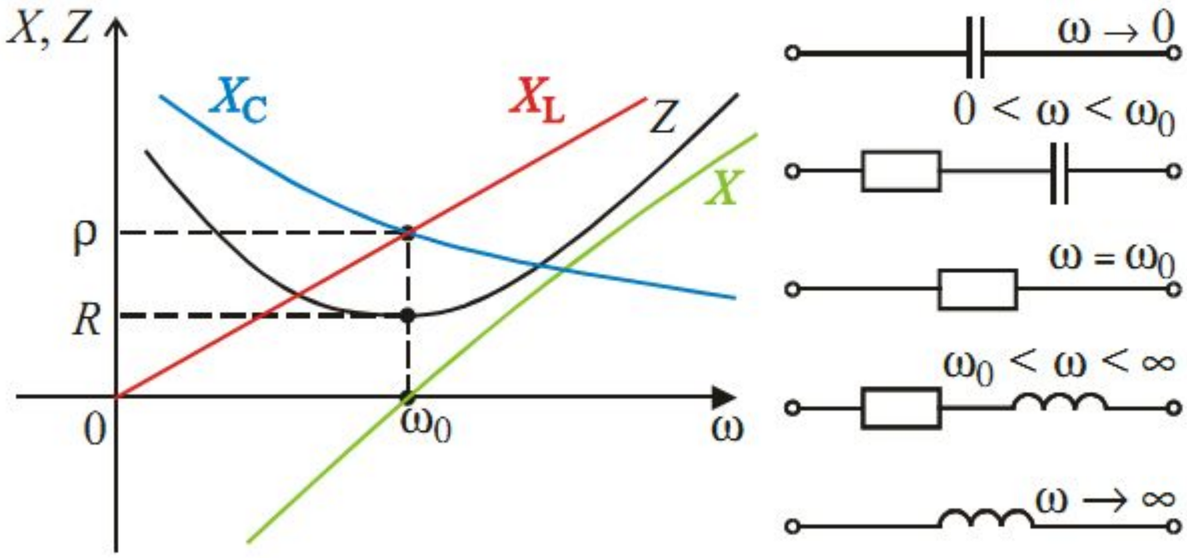
Величины ρ, ω_0, Q, d являются первичными параметрами контура.

Величины являются вторичными параметрами контура.

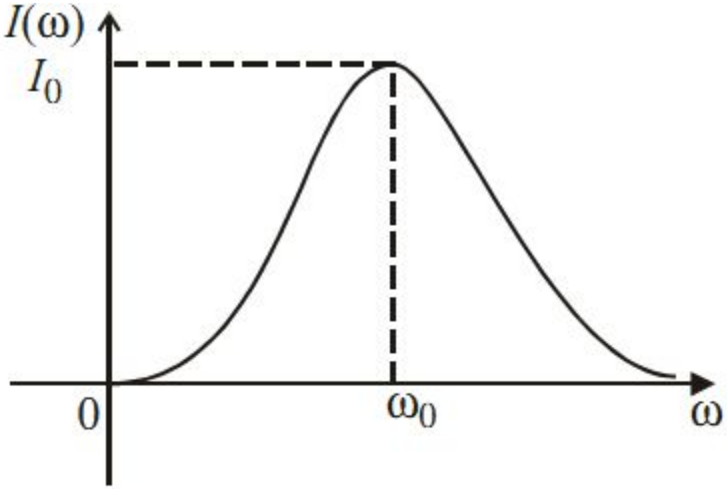
Частотные характеристики последовательного колебательного контура.

Из-

$$X_L(\omega) = \omega L\,,\; X_C(\omega) = \frac{1}{\omega C},\; X(\omega) = X_L(\omega) - X_C(\omega),\; Z(\omega) = \sqrt{R^2 + X^2(\omega)}\,,$$



Определим **частотную зависимость тока** в контуре:

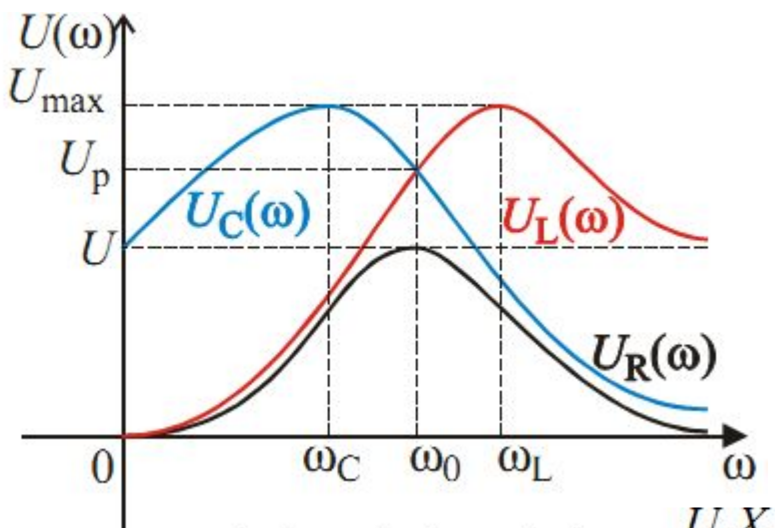


$$I(\omega) = \frac{U}{Z(\omega)} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2(\omega)}},$$

се:

$$I_0 = \frac{U}{R}.$$

Определим **частотные зависимости напряжений** на отдельных элементах контура:



$$U_R(\omega) = I(\omega)R = \frac{U R}{\sqrt{R^2 + X^2(\omega)}},$$

$$U_R(\omega_0) = I_0 R = U.$$

$$U_C(\omega_C) = U_L(\omega_L) = U_{max}$$

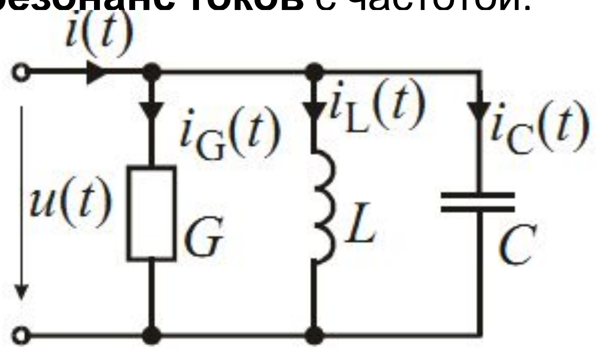
$$U_L(\omega) = I(\omega) X_L(\omega) = \frac{U X_L(\omega)}{\sqrt{R^2 + X^2(\omega)}}, \quad U_C(\omega) = I(\omega) X_C(\omega) = \frac{U X_C(\omega)}{\sqrt{R^2 + X^2(\omega)}},$$

при резонансе: $U_\mathrm{L}(\omega_0) = U_\mathrm{C}(\omega_0) = I_0\,\rho = U\dfrac{\rho}{R} = U\,Q$,

откуда определим добротность $\dfrac{U_\mathrm{L}(\omega_0)}{U} = \dfrac{U_\mathrm{C}(\omega_0)}{U} = Q$.

Параллельный колебательный контур. Основные понятия и определения.

Принцип дуальности позволяет распространить частотные характеристики последовательного колебательного контура на частотные характеристики параллельного контура. В параллельном колебательном контуре имеет место **резонанс токов** с частотой:



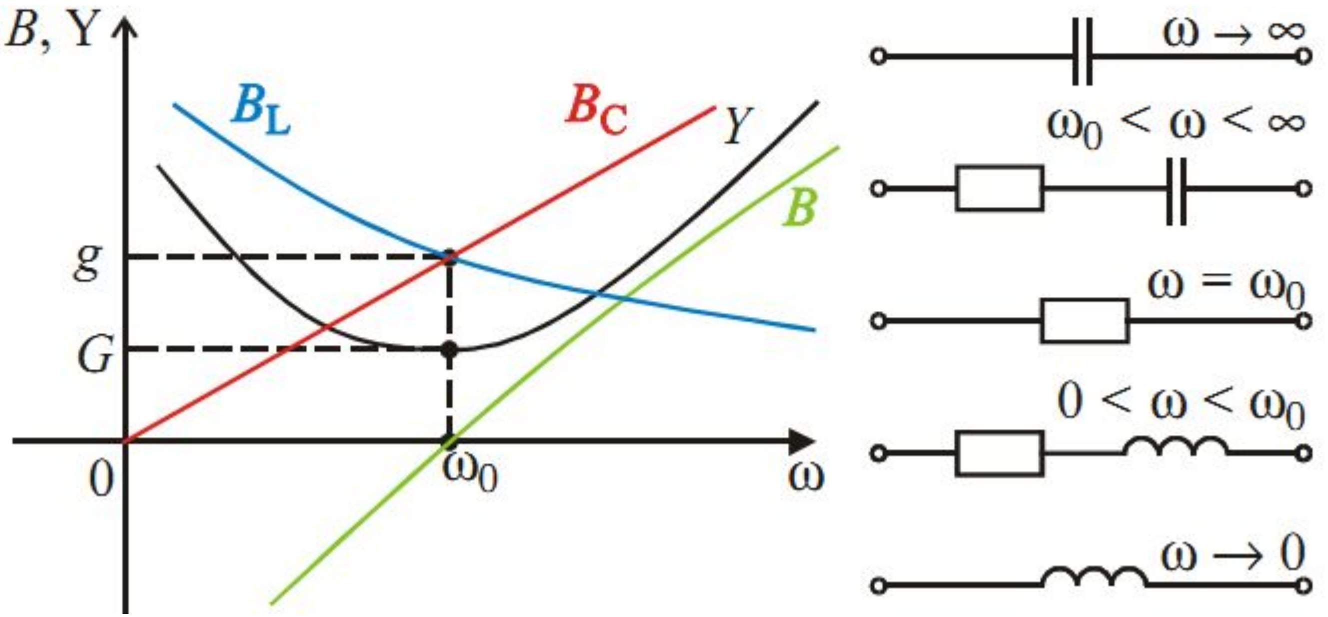
се:

$$Y = G\,,\ \ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\,,\ \ f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\,. \quad B_{\mathrm{C}_0} = \omega_0\,C = \frac{1}{\sqrt{LC}}\,C = \sqrt{\frac{C}{L}} = g\,, \qquad B_{\mathrm{L}_0} = \frac{1}{\omega_0\,L} = \frac{\sqrt{LC}}{L} = \sqrt{\frac{C}{L}} = g\,,$$

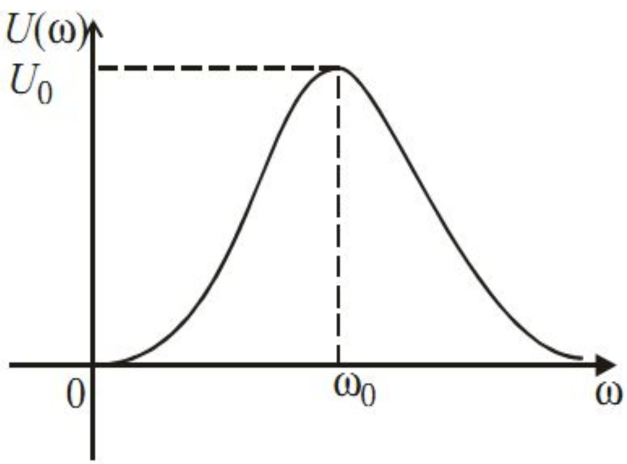
где g – характеристическая проводимость контура.

Добротность определяется как $Q = \dfrac{\omega_0\,C}{G} = \dfrac{1}{G\,\omega_0\,L} = \dfrac{g}{G}$.

$$B_C(\omega) = \omega C, \; B_L(\omega) = \frac{1}{\omega L}, \; B(\omega) = B_C(\omega) - B_L(\omega), \; Y(\omega) = \sqrt{G^2 + B^2(\omega)},$$



Определим **частотную зависимость напряжения** в контуре:



$$U(\omega) = \frac{I}{Y(\omega)} = \frac{I}{\sqrt{G^2 + B^2(\omega)}},$$

$$U_0 = \frac{I}{G}.$$

Определим **частотные зависимости токов** на отдельных элементах контура:

$$I_G(\omega) = U(\omega)G = \frac{I\,G}{\sqrt{G^2 + B^2(\omega)}}, \qquad I_G(\omega_0) = U_0\,G = I.$$

$$I_C(\omega) = U(\omega)B_C(\omega) = \frac{I\,B_C(\omega)}{\sqrt{G^2 + B^2(\omega)}}, \qquad I_L(\omega) = U(\omega)B_L(\omega) = \frac{I\,B_L(\omega)}{\sqrt{G^2 + B^2(\omega)}},$$

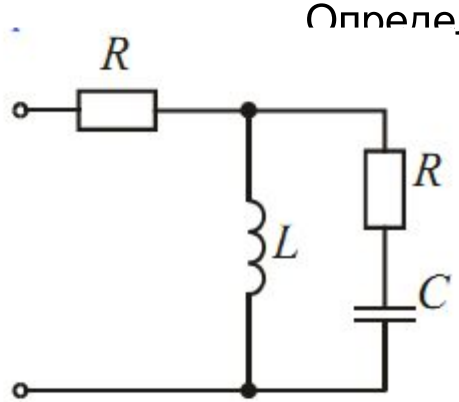
при резонансе: $I_C(\omega_0) = I_L(\omega_0) = U_0\,g = I\dfrac{g}{G} = I\,Q$; елим

добротност

$$\frac{I_C(\omega_0)}{I} = \frac{I_L(\omega_0)}{I} = Q.$$

Методика расчёта резонансной частоты колебательных контуров

Определим эквивалентное сопротивление цепи:



$$\underline{Z} = R + \frac{j\omega L\left(R + \dfrac{1}{j\omega C}\right)}{R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}}.$$

Определим мнимую часть комплексного сопротивления:

$$\operatorname{Im}(\underline{Z}) = \omega L \frac{R^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} - \frac{L}{C} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Определим резонансную частоту из условия $\operatorname{Im}(\underline{Z}) = 0$, поскольку при резонансе:

$$\varphi(\omega_0) = \arg(\underline{Z}) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(\underline{Z})}{\operatorname{Re}(\underline{Z})} = 0.$$

Таким образом, после алгебраических упрощений получим уравнение:

$$R^2 \omega_0^2 C^2 - \omega_0^2 L C + 1 = 0, \; \omega_0^2 \left(R^2 C^2 - L C\right) + 1 = 0, \; \omega_0^2 = -\frac{1}{R^2 C^2 - L C},$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L C - R^2 C^2}}, \text{ или } f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L C - R^2 C^2}}.$$

Самостоятельно получить выражение для резонансной частоты следующих цепей: