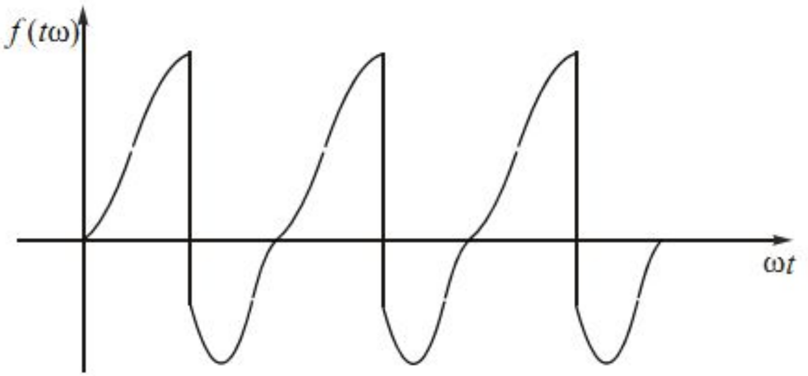
Расчет цепей при периодических негармонических воздействиях. Мощность в цепи с несинусоидальными периодическими токами и напряжениями. Активная, реактивная и полная мощности. Мощность искажения. Резонансные явления при негармонических токах.

Способы и изображения несинусоидальных периодических функций

1. **Графический**



Причины возникновения:

1. Несовершенство промышленных генераторов электрической энергии.
2. Существование генераторов специальных, отличных от синусоиды, форм сигналов.
3. Наличие в цепях нелинейных элементов, искажающих форму синусоидальных кривых электрических величин.

2. **Аналитический.** Если периодическая функция удовлетворяет условию Дирихле (на всяком конечном интервале имеет конечное число разрывов первого рода и конечное число экстремумов), то ее можно разложить в ряд Фурье:

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots A_{km}\sin(k\omega t + \psi_k) + \ldots,$$

где A_0 – постоянная составляющая ряда;

$A_{km}\sin(k\omega t + \psi_k)$ – гармоническая составляющая, меняющаяся с частотой $k\omega$.

Ряд Фурье можно записать следующим образом: $f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km}\sin(k\omega t + \psi_k)$.

Совокупность гармонических составляющих несинусоидальной периодической функции называют ее дискретным частотным спектром.

Первую гармонику ряда $A_{1m}\sin(\omega t + \psi_1)$ называют основной, остальные – высшими.

В зависимости от допустимой точности расчетов частью высших гармоник пренебрегают. При разложении в ряд Фурье часть слагаемых может обращаться в нуль.

Действующие значения несинусоидальных периодических токов и напряжений

Понятие действующего значения, как и в цепях синусоидального тока, основано на сравнении по тепловому действию с постоянным током.

Действующее значение тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,\mathrm{d}t}\;.$$

Несинусоидальную кривую тока разлагают в ряд Фурье:

$$i = I_0 + I_{1m}\sin(\omega t + \psi_{i_1}) + I_{2m}\sin(2\omega t + \psi_{i_2}) + I_{3m}\sin(3\omega t + \psi_{i_3}) + \ldots\,.$$

После подстановки и соответствующих преобразований получим

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \ldots}\,;$$

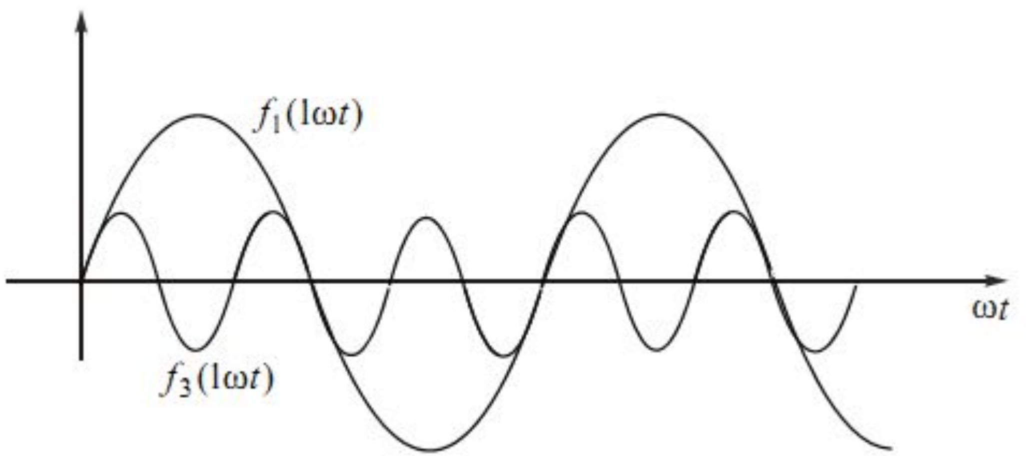
Действующее значение несинусоидального тока равно корню квадратному из суммы квадратов действующих значений токов всех слагаемых ряда.

Действующие значения напряжения и ЭДС определяют аналогично:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \ldots}\,;$$

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \ldots}\;.$$

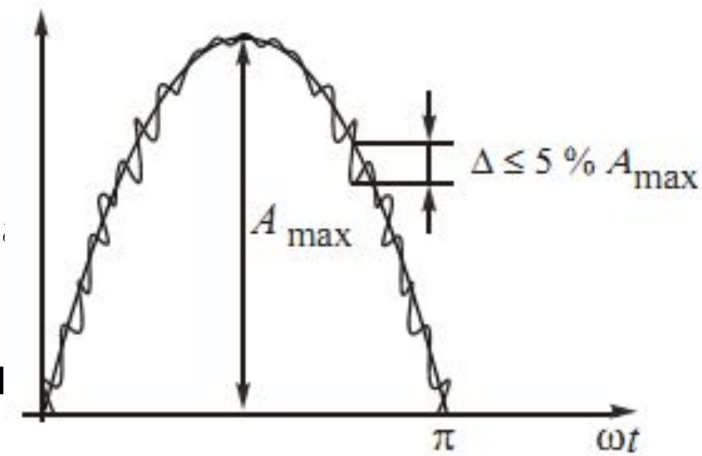
Так как гармоники изменяются с разной частотой, на графиках масштаб по оси абсцисс для каждого слагаемого ряда разный (рис.)



Все электрические машины обычно выполняют с симметричными магнитными системами. При разложении в ряд Фурье функций, симметричных относительно оси абсцисс, постоянная составляющая и все четные гармоники обращаются в нуль.

Реальные источники энергии не могут вырабатывать ЭДС и токи, меняющиеся строго по синусоидальному закону. На практике говорят о практических синусоидах токов и напряжений.

Практической синусоидой называют такую кривую, у которой разность между соответствующими точками кривой и ее первой гармоники не превышает 5 % от максимального значения (рис.) При расчете цепей несинусоидального тока, если позволяет требуема точность, нередко несинусоидальные кривые заменяют эквивалентными им синусоидами.



Действующие значения несинусоидальной кривой и эквивалентной ей
синусоиды одинаковы.

Коэффициенты, характеризующие периодические несинусоидальные функции

1. Коэффициент амплитуды определяют как отношение максимального

$$k_a = \frac{A_{max}}{A}.$$

значения к дейст

$$k_a = \sqrt{2} = 1{,}41.$$

Для синусоиды

2. Коэффициент искажения – это отношение действующ

$$k_u = \frac{A_1}{A}.$$

значения

$$k_u = 1.$$

основной гармо к действующему значению всей кривой:

Для синусоиды

3. Коэффициент ф

$$k_ф = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11.$$

отн

$$k_ф = \frac{A}{A_{ср}}.$$

действующего к среднему по модулю значен

Для синусоиды

Среднее по модул углов k ψ и определяется по формуле:

$$A_{ср} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |f(\omega t)|\,d(\omega t).$$

Если функция не содержит постоянной составляющей и четных гармоник и не изменяет знака в течение каждого полупериода, то $A_{\text{ср}}$ ия нахождения

можно воспользоваться следующим выражением:

$$A_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi}\left(A_{1m}\cos\psi_1 + \frac{1}{3}A_{3m}\cos\psi_3 + \frac{1}{5}A_{5m}\cos\psi_5 + \ldots \right).$$

Мощности в цепях несинусоидального тока

Активна... ности за пер...

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u\,i\,\mathrm{d}t.$$

Пусть

$$u = U_0 + U_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots;$$

$$i = I_0 + I_{1m}\sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + I_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2 - \varphi_2) + \ldots.$$

После п... еобразований получим

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + \ldots.$$

Очевидно, что активную мощность получают суммированием активных мощностей всех подсхем:

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \ldots P_k + \ldots.$$

Реактивную мощность вычисляют суммированием реактивных мощностей подсхем с синусоидальн...

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots Q_k + \ldots.$$

Полную мощность определяют как произведение действующих значений напряжения и ток $S = UI.$ ме:

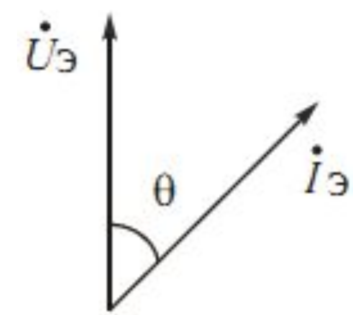
Эти три мощности, в отличие от цепей синусоидального тока, обычно не образуют прямоугольный треугольник $S^2 \geq P^2 + Q^2.$

Величину $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$ называют мощностью искажения.

Отношение активной мощности к полной называют коэффициентом мощности и иногда приравнивают косинусу некоторого условного угла θ :

$$\chi = \frac{P}{S} = \cos\theta .$$

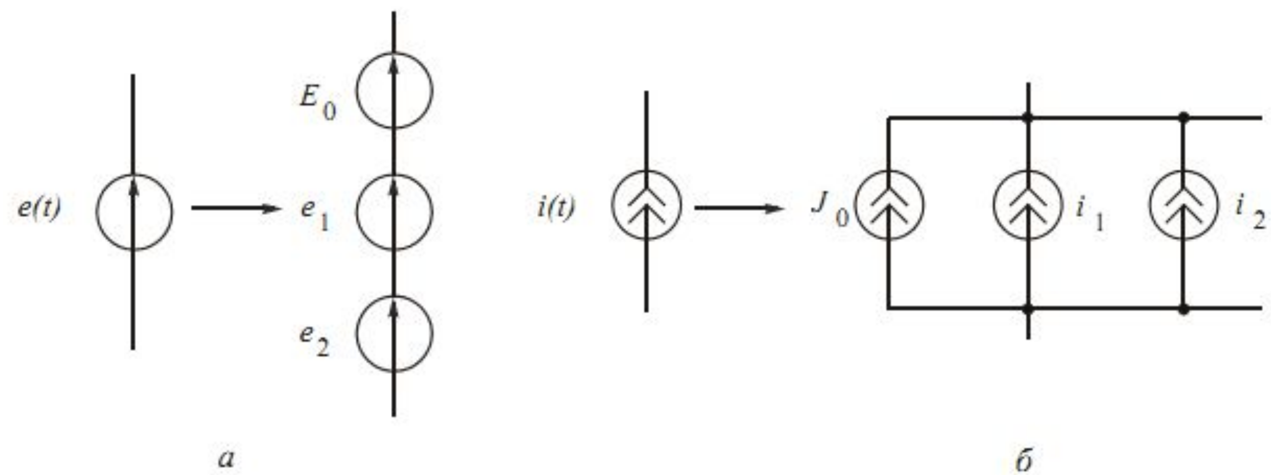
Углу θ можно дать графическую интерпретацию, пользуясь понятиями эквивалентных синусоид тока и напряжения, действующие значения которых равны действующим значениям несинусоидальных величин (рис.).



Угол сдвига фаз между эквивалентными синусоидами ток и напряжения будет равен условному углу θ в случае, если мощность, вычисляемая по формуле $P = U_э I_э \cos\theta$, на мощности, потребляемой цепью несинусоидального тока.

Расчет однофазных цепей при несинусоидальных периодических воздействиях

Источник несинусоидальной ЭДС представим как ряд последовательно соединенных источников ЭДС (рис., а). Источник несинусоидального тока – как ряд параллельно соединенных источников тока с разной частотой (рис., б).



При расчете применяют метод наложения. Рационально разбить схему на столько подсхем, сколько частот получается при разложении в ряд Фурье несинусоидальных ЭДС и токов. Подсхемы отличаются друг от друга не только источниками энергии, но и величинами реактивных сопротивлений, которые зависят от частоты:

$$X_{\kappa L} = \kappa L\omega \quad \text{и} \quad X_{\kappa C} = \frac{1}{\kappa C\omega}.$$

Индуктивная катушка сглаживает кривые тока. Конденсатор увеличивает пульсацию кривой. Определим требуемые по условию величины в подсхемах. Найдем нужные величины в исходной схеме.

Мгновенные значения токов и напряжений в схеме получают суммированием соответствующих мгновенных значений в подсхемах. Действующие значения токов, напряжений и ЭДС определяют через соответствующие действующие значения в подсхемах по форму

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \ldots I_k^2 + \ldots};$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots U_k^2 + \ldots};$$

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \ldots + E_k^2 + \ldots}.$$

Активная мощность $P = P_0 + P_1 + P_2 + \ldots + P_k + \ldots .$