

# Презентация на тему: РГР

Выполнил студент группы МО-11 Долгодилин  
А.В.

## \* СОДЕРЖАНИЕ

* Постановка задачи.....	1
* Построение уравнения регрессии.....	1
* Первый способ.....	2
* Второй способ.....	5
* Третий способ.....	6
* Решение задачи в Excel.....	8
* Заключение.....	10
0	
* Список литературы.....	10

## \* ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

- \* В опытах по исследованию влияния давления  $p$  на интенсивность  $I$  изнашивания среднеуглеродистой стали при трении ее по поверхности хромистой стали в результате измерения были получены следующие данные.

\*

$I :=$

0.28
0.46
0.73
0.79
0.72
0.58
0.45
0.35
0.34
0.51

$p :=$

0.15
0.25
0.5
0.75
1
1.25
1.5
1.75
2
2.25

- \* Необходимо на основе этих данных построить уравнение регрессии  $I(p)$ , описывающие зависимость интенсивности изнашивания  $I$ , мг/м, от давления  $p$ , МПа.

## \* ПОСТРОЕНИЕ УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ

- \* Результаты измерений будем аппроксимировать кубической параболой

$$I = a \cdot p^3 + b \cdot p^2 + c \cdot p + d$$

- \* В данном случае поставленная задача сводится к нахождению значений коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , при которых среднее квадратичное отклонение измерений значений  $I$  согласно (1) от найденных по уравнению по уравнению регрессии (2)

$$\sum_{j=1}^{10} \left[ I_j - \left[ a \cdot (p_j)^3 + b \cdot (p_j)^2 + c \cdot p_j + d \right] \right]^2 = \min$$

# Введем обозначение

$$F(a, b, c, d) := \sum_{j=1}^{10} \left[ I_j - \left[ a \cdot (p_j)^3 + b \cdot (p_j)^2 + c \cdot p_j + d \right] \right]^2$$

Первый способ

Найдем частные производны функционала  $F(a, b, c, d)$  по переменным  $a, b, c$  и  $d$ . Имеем

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum_{j=1}^{10} \left[ I_j - \left[ a \cdot (p_j)^3 + b \cdot (p_j)^2 + c \cdot p_j + d \right] \right]^2 \rightarrow 477.7368391875 \cdot a + 235.98648 \cdot b + 119.790075 \cdot c + 63.288 \cdot d - 28.4184525$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum_{j=1}^{10} \left[ I_j - \left[ a \cdot (p_j)^3 + b \cdot (p_j)^2 + c \cdot p_j + d \right] \right]^2 \rightarrow 235.98648 \cdot a + 119.790075 \cdot b + 63.288 \cdot c + 35.67 \cdot d - 16.62885$$

$$\frac{\partial}{\partial c} \sum_{j=1}^{10} \left[ I_j - \left[ a \cdot (p_j)^3 + b \cdot (p_j)^2 + c \cdot p_j + d \right] \right]^2 \rightarrow 119.790075 \cdot a + 63.288 \cdot b + 35.67 \cdot c + 22.8 \cdot d - 11.349$$

$$\frac{\partial}{\partial d} \sum_{j=1}^{10} \left[ I_j - \left[ a \cdot (p_j)^3 + b \cdot (p_j)^2 + c \cdot p_j + d \right] \right]^2 \rightarrow 63.288 \cdot a + 35.67 \cdot b + 22.8 \cdot c + 20 \cdot d - 10.42$$

Если приравнять найденные выражения для частных производных относительно  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  нулю, Получим систему четырех линейных уравнений с четырьмя неизвестными  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ .

Матрица данной системы линейных уравнений

$$\underset{\text{www}}{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial a} \frac{\partial}{\partial a} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial b} \frac{\partial}{\partial a} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial c} \frac{\partial}{\partial a} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial d} \frac{\partial}{\partial a} F(a,b,c,d) \\ \frac{\partial}{\partial a} \frac{\partial}{\partial b} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial b} \frac{\partial}{\partial b} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial c} \frac{\partial}{\partial b} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial d} \frac{\partial}{\partial b} F(a,b,c,d) \\ \frac{\partial}{\partial a} \frac{\partial}{\partial c} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial b} \frac{\partial}{\partial c} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial c} \frac{\partial}{\partial c} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial d} \frac{\partial}{\partial c} F(a,b,c,d) \\ \frac{\partial}{\partial a} \frac{\partial}{\partial d} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial b} \frac{\partial}{\partial d} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial c} \frac{\partial}{\partial d} F(a,b,c,d) & \frac{\partial}{\partial d} \frac{\partial}{\partial d} F(a,b,c,d) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 477.7368391875 & 235.98648 & 119.790075 & 63.288 \\ 235.98648 & 119.790075 & 63.288 & 35.67 \\ 119.790075 & 63.288 & 35.67 & 22.8 \\ 63.288 & 35.67 & 22.8 & 20 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 477.737 & 235.986 & 119.79 & 63.288 \\ 235.986 & 119.79 & 63.288 & 35.67 \\ 119.79 & 63.288 & 35.67 & 22.8 \\ 63.288 & 35.67 & 22.8 & 20 \end{pmatrix}$$

# Зададим начальное приближение к a, b, c и d

```
a := 0
```

```
b := 0
```

```
c := 0
```

```
d := 0
```

# Столбец свободных слагаемых системы линейных уравнений рассчитываем по формуле

$$g = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial a} F(a, b, c, d) \\ \frac{\partial}{\partial b} F(a, b, c, d) \\ \frac{\partial}{\partial c} F(a, b, c, d) \\ \frac{\partial}{\partial d} F(a, b, c, d) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 28.4184525 \\ 16.62885 \\ 11.349 \\ 10.42 \end{pmatrix}$$

Следовательно

$$g = \begin{pmatrix} 28.418 \\ 16.629 \\ 11.349 \\ 10.42 \end{pmatrix}$$

Решение системы четырех линейных уравнений с четырьмя неизвестными  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  имеет вид

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot g$$

Найденные численные значения  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  запишем в форме

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.633 \\ -2.482 \\ 2.63 \\ -0.055 \end{pmatrix}$$

# Отсюда

$$a = 0.633$$

$$b = -2.482$$

$$c = 2.63$$

$$d = -0.055$$

## Второй способ

Решим полученную систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными относительно  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  применением функции **Find**

Given

$$477.7368391875 \cdot a + 235.98648 \cdot b + 119.790075 \cdot c + 63.288 \cdot d - 28.92564 = 0$$

$$235.98648 \cdot a + 119.790075 \cdot b + 63.288 \cdot c + 35.67 \cdot d - 16.8126 = 0$$

$$119.790075 \cdot a + 63.288 \cdot b + 35.67 \cdot c + 22.8 \cdot d - 11.394 = 0$$

$$63.288 \cdot a + 35.67 \cdot b + 22.8 \cdot c + 20 \cdot d - 10.4 = 0$$