ЛЕКЦИЯ 5

«ВИДЫ РАБОТ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ТРИАНГУЛЯЦИИ»

1. Последовательность видов работ при построении триангуляции.
2. Приведение измеренных направлений к центрам пунктов.
3. Способы определения элементов приведения.
4. Предварительная обработка триангу-ляции.
5. Виды условных уравнений в триангуляции.
6. Допустимые размеры свободных членов условных уравнений.

1. Последовательность видов работ при построении триангуляции.

При создании геодезических сетей методом триангуляции выполняют следующие виды работ:

1. Составление технического проекта сети по карте.
2. Рекогносцировка на местности вершин треугольников и выходных сторон.
3. Закладка центров и постройка триангуляционных знаков в вершинах треугольников.

4.Определение значений длин и дирекционных углов выходных сторон.

5. Измерение углов треугольников.

6.Обработка результатов измерений (предварительная обработка, уравнивание, вычисление координат и составление каталогов пунктов).

При составлении проекта пользуются топографической картой. Намечают места размещения пунктов, рассчитывают высоты сигналов, делают предрасчет точности, определяют сметную стоимость работ и т.п.

Во время рекогносцировки при необходимости вносят изменения в проект.

Длины выходных сторон в настоящее время измеряют электромагнитными дальномерами. Для измерения углов в сетях 3, 4 кл. и сетях сгущения, в основном, применяют способ круговых приемов.

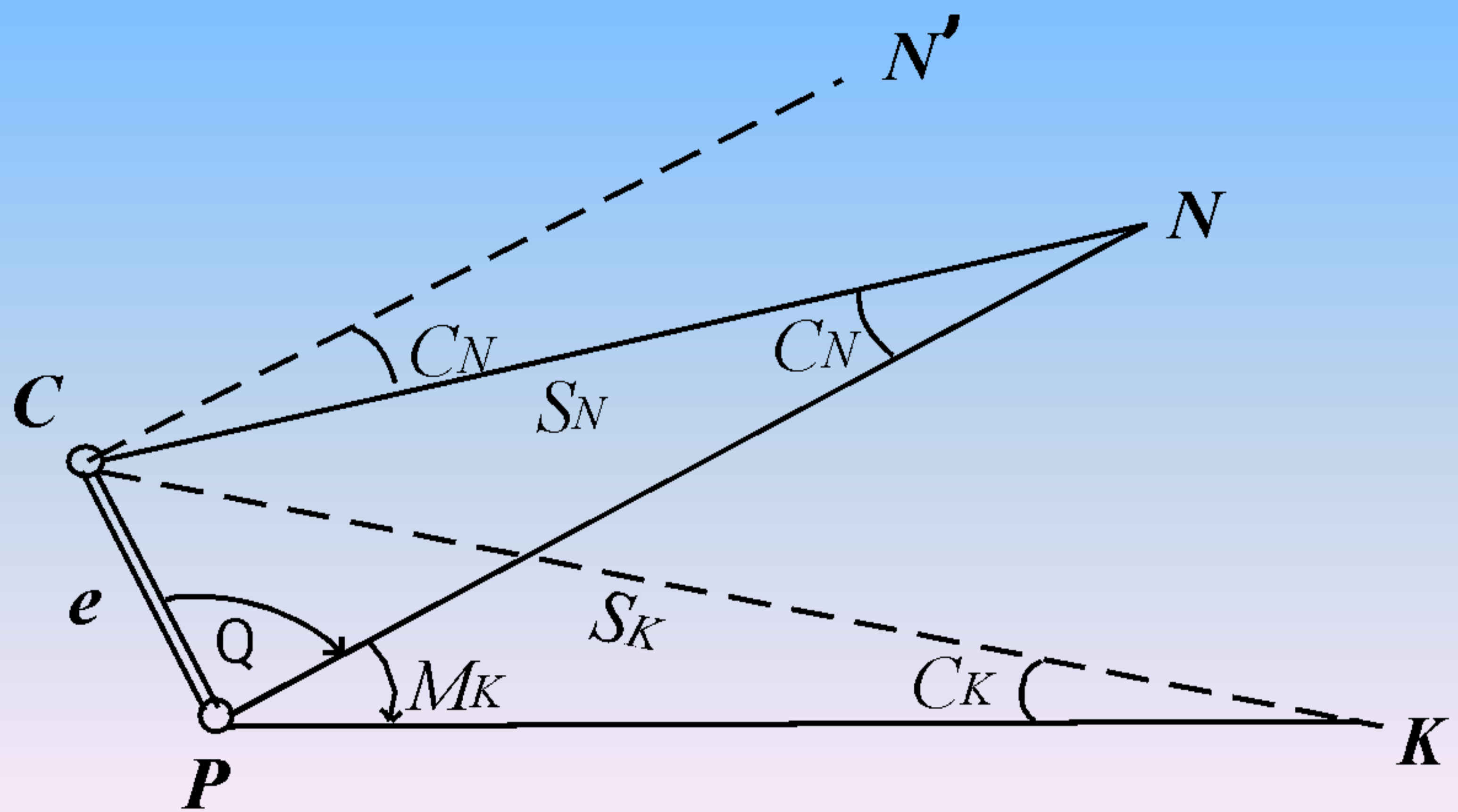
Обработку результатов измерений выполняют в настоящее время на ПЭВМ.

2. Приведение измеренных направлений к центрам пунктов.

Геодезический знак стремятся строить так, чтобы ось визирного цилиндра находилась на одной отвесной линии с центром знака. Практически это условие не всегда выполняется. Вследствие этого при измерении углов прибор часто устанавливают не над центром пункта и наблюдают на визирные цели смежных пунктов, оси которых не совпадают с отвесными линиями центров пунктов.

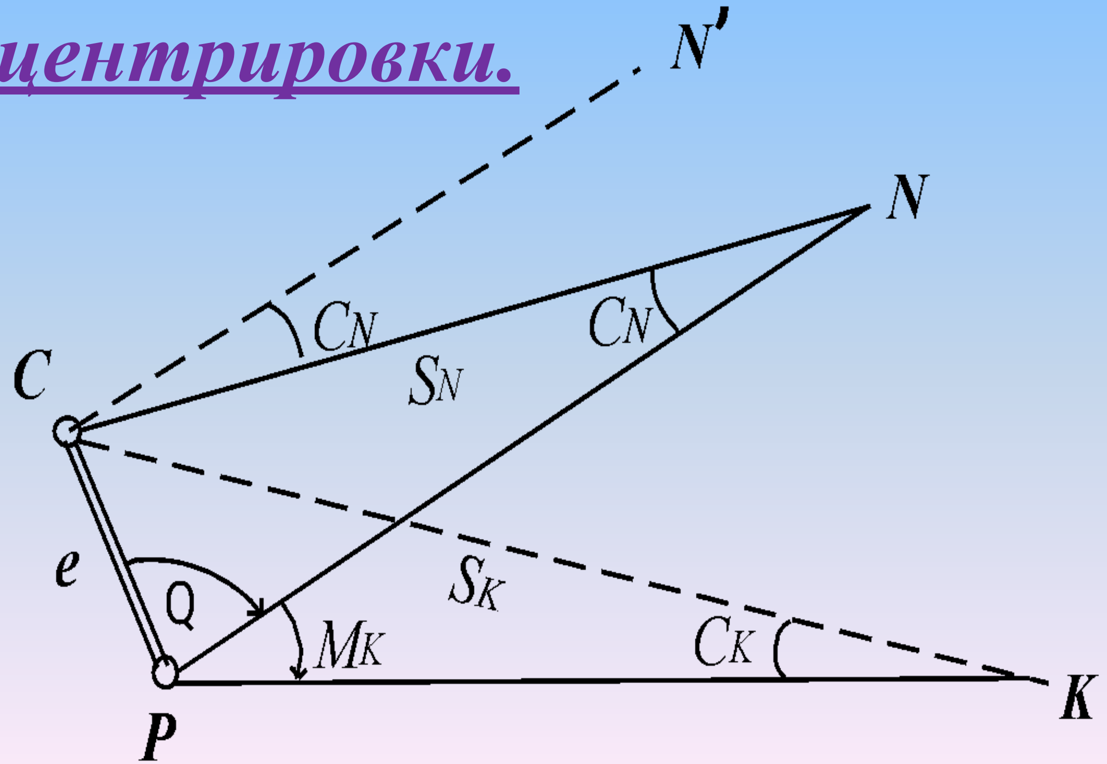
В таких случаях в измеренные направления вводятся поправки за ***центрировку*** и ***редукцию***.

Пусть в момент измерения направлений центр пункта находился в точке ***C***, а прибор в точке ***P***.



Расстояние ***CP=e*** называется ***линейным элементом центрировки***.

Угол ***Θ***, отсчитываемый при точке ***P*** от направления ***C*** до начального направления ***N*** по ходу часовой стрелки, называется ***угловым элементом центрировки.***

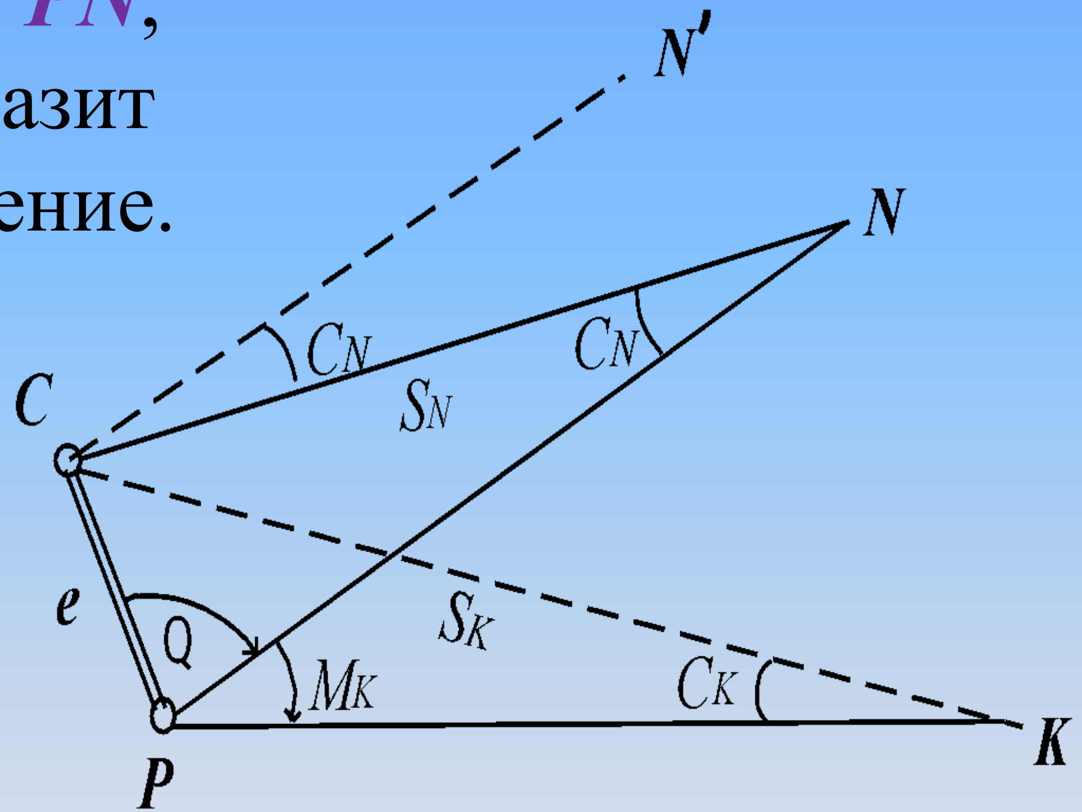


Фактически измерено направление PN, а надо было измерить CN.

Проведем CN' // PN, тогда угол c_N выразит поправку в направление.

Из Δ CNP имеем

$$\frac{\sin c_N}{e} = \frac{\sin \Theta}{S_N}.$$



Отсюда

$$\sin c_N = \frac{e \sin \Theta}{S_N}.$$

По малости угла c_N можно записать

$$c''_N = \frac{e \sin \Theta}{S_N} \rho''.$$

Аналогично можно найти поправку в любое направление. Например, поправка в направление на пункт K составит

$$c''_k = \frac{e \sin(M_K + \Theta)}{S_K} \rho'',$$

где M_K – величина измеренного направления на пункт K.

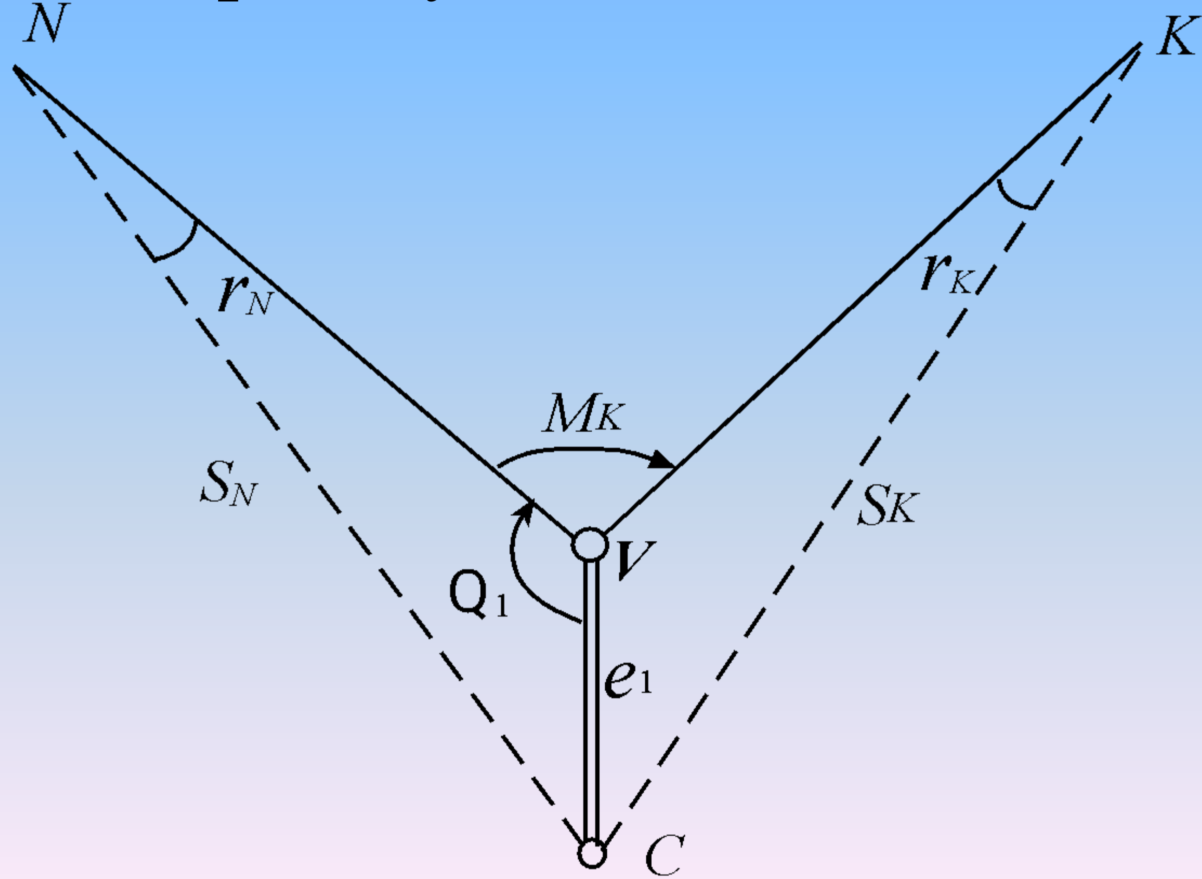
В общем виде без индексов формулу для вычисления поправок за центрировку можно записать так

$$c'' = \frac{e \sin(M + \Theta)}{S} \rho''.$$

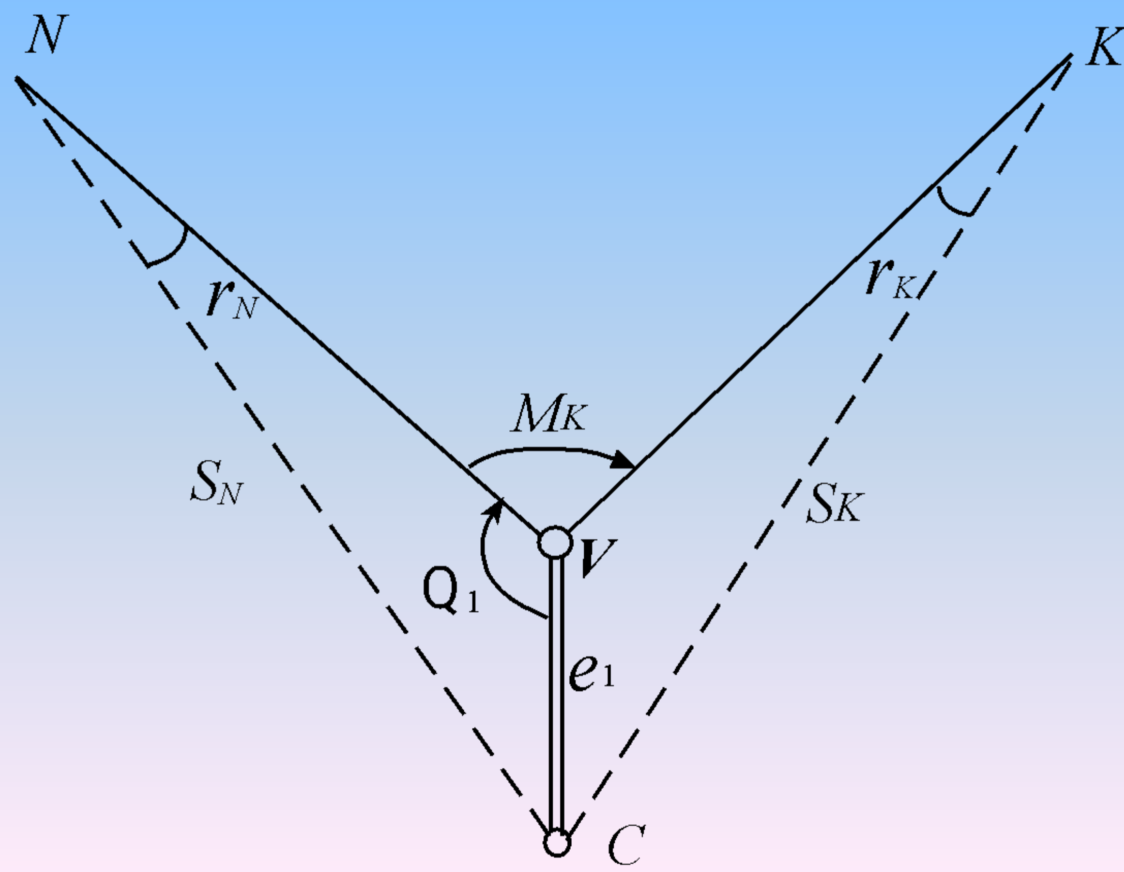
Поправки за центрировку вводятся со своим знаком в измеренные направления на данном пункте.

Выведем формулу для вычисления ***поправок за редукцию.***

Пусть с пункта ***N*** производилось наблюдение на визирный цилиндр ***V***, проекция которого не совпадает с центром пункта ***C***.

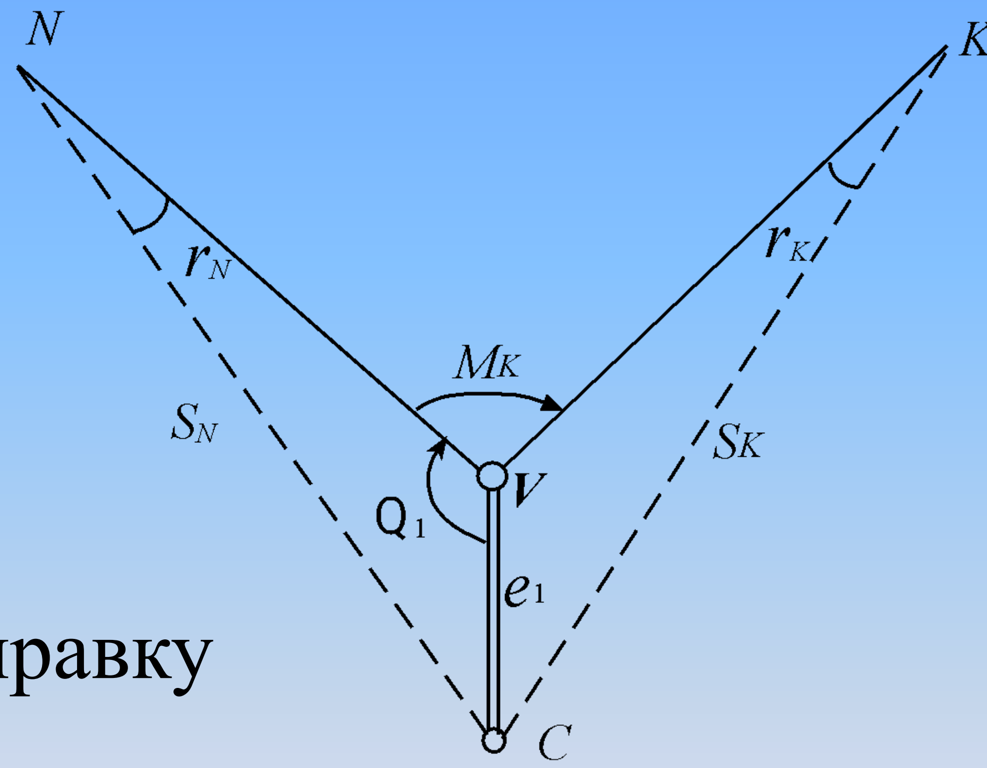


Расстояние ***e_1***, называется ***линейным элементом редукции***. Угол ***Θ_1*** с вершиной в точке ***V***, считаемый от направления на центр ***C*** до нулевого направления ***N*** по ходу часовой стрелки, называется ***угловым элементом редукции***.



Из рис. видно, что в направление ***NV*** нужно ввести поправку

$$r''_N = \frac{e_1 \sin \Theta_1}{S_n} \rho'',$$



а в направление ***KV*** поправку

$$r''_K = \frac{e_1 \sin(M_K + \Theta_1)}{S_K} \rho''.$$

В общем виде формулу для вычисления поправок за редукцию можно записать так

$$r'' = \frac{e_1 \sin(M + \Theta_1)}{S} \rho''.$$

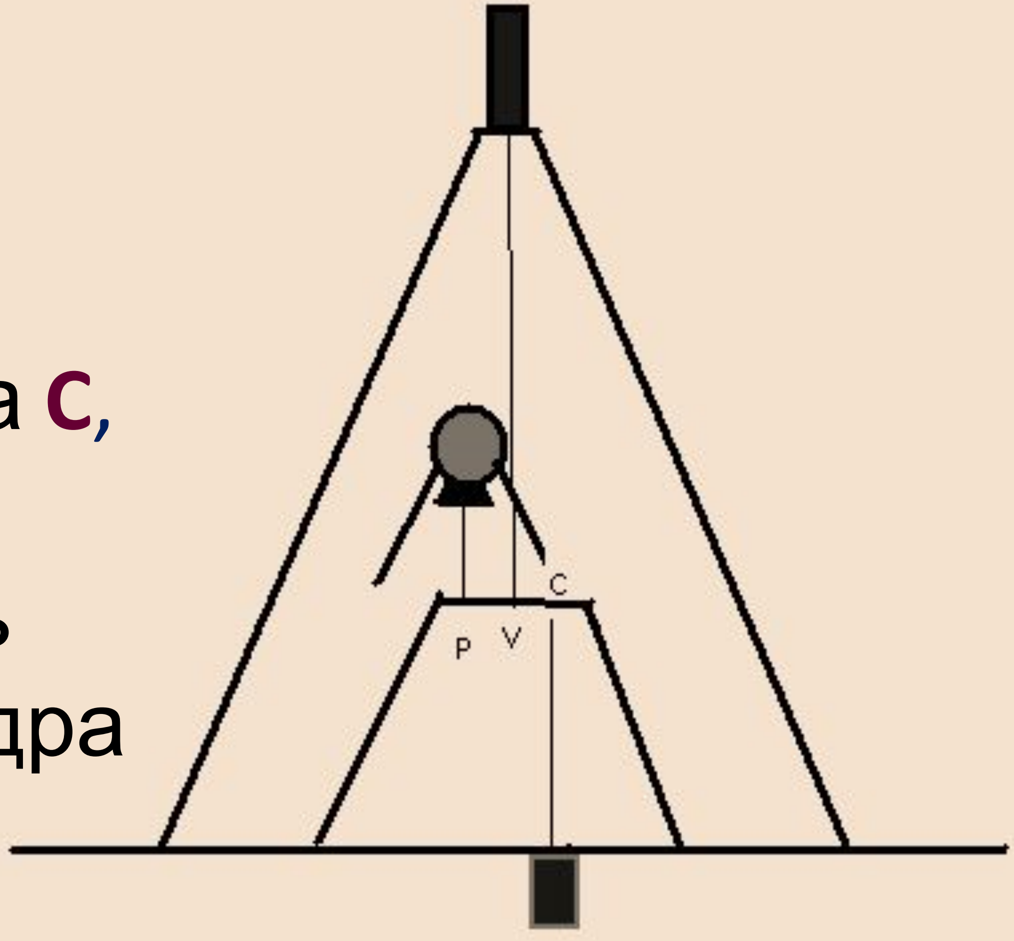
Поправки за редукцию вычисляются на данном пункте для всех направлений, но вводятся со своим знаком в направления, измеренные на соседних пунктах.

3. Способы определения элементов приведения.

Величины **e, e_1, Θ, Θ_1** необходимые для вычисления ***c*** и ***r*** называются элементами приведения. Для их определения чаще всего применяют ***графический способ***.

Над центром пункта устанавливают центрировочный столик, на который прикрепляют лист бумаги.

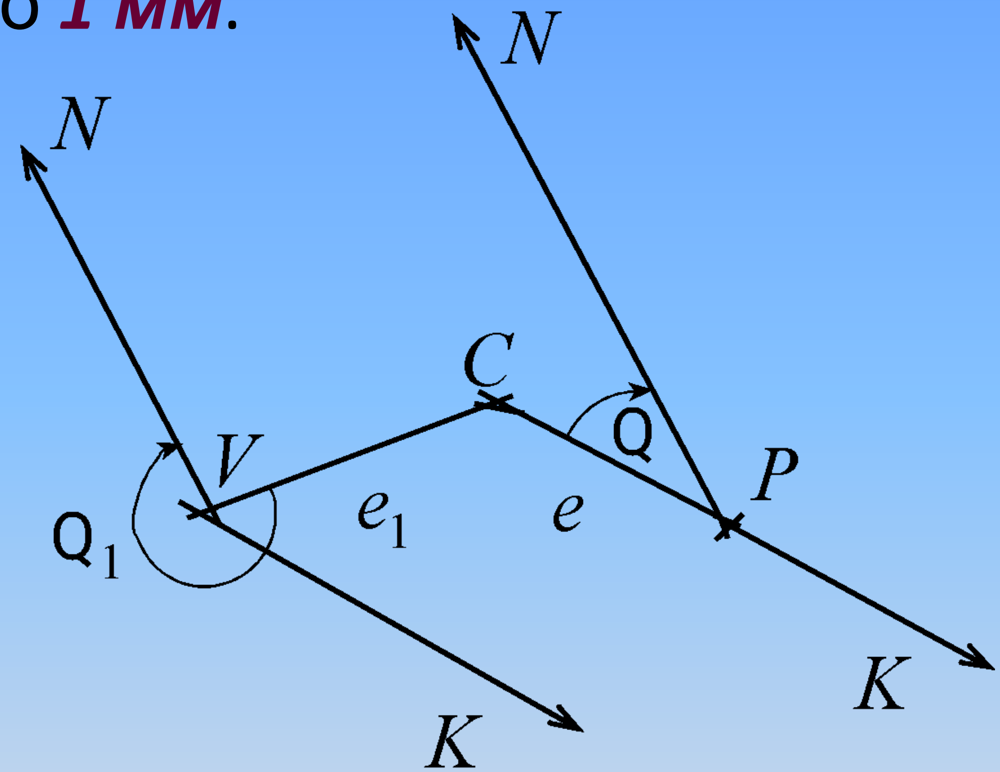
Затем с помощью вспомогательного теодолита проектируют на центрировочный лист центр пункта **C**, ось вращения теодолита **P** и ось визирного цилиндра **V**.



Проектирование выполняют при двух положениях круга с трех точек, расположенных так, чтобы проектирующие плоскости пересекались под углом 120^0. Стороны треугольников погрешностей при проектировании точек ***С*** и ***Р*** не должны превышать 0,5 см, а для точки ***V*** – 1 см. Окончательное положение проекций точек ***С, Р*** и ***V*** намечают в центре треугольников погрешностей.

Линейные элементы приведения ***CP=e*** и ***VC***=***e***$_1$ измеряют с точностью до ***1 мм***.

Для определения угловых элементов приведения **Θ** и **Θ**$_1$**,** из точек ***P*** и ***V*** с помощь визирной линейки прочерчивают направления на начальный пункт, после чего углы измеряют транспортиром.



Для контроля прочерчивают направления еще на один из пунктов ***K***, измеряют транспортиром углы ***NPK, NVK*** и сравнивают их с измеренными теодолитом.

Графический способ применяют в случаях, когда **e** и e_1 небольшие.

Если **e** не вмещается на центрировочный лист, то его измеряют непосредственно рулеткой, как расстояние между нитью отвеса, установленного над центром пункта, и нитью отвеса теодолита. Угол измеряют непосредственно теодолитом.

4. Предварительная обработка триангуляция.

После выполнения полевых работ приступают к предварительной обработке триангуляции:

1. Проверяют полевые журналы и центрировочные листы.
2. Вычисляют средние значения направлений и составляют сводные ведомости измеренных величин.
3. Составляют схему сети с измеренными направлениями и углами.

4. Выполняют предварительное решение треугольников.

5. Вычисляют поправки за центрировку и редукцию.

6. Вычисляют приведенные к центрам направления.

7. Составляют схему сети с приведенными направлениями.

8. Вычисляют угловые невязки и проверяет их допустимость.

9. Делают оценку точности угловых измерений по невязкам треуголь-ников.

10. Устанавливает допустимость невязок.

5. Виды условных уравнений в триангуляции.

При построении триангуляции в целях контроля и повышения точности кроме ***необходимых*** измеряют ***избыточные*** величины. Например, в треугольниках измеряют все три угла, хотя для их решения необходимо только два.

Геодезические сети, имеющие только необходимые исходные данные, называются ***свободными***.

Если сеть содержит избыточные исходные данные, то она ***несвободная***. Каждое избыточное измерение и избыточное исходное данное позволяют записать математическое соотношение между измеренными величинами, т.е. ***условное уравнение***.

При создании триангуляции возникают условия ***фигур, горизонтов, сумм, полюсов, сторон, дирекционных углов*** и ***координат.***

1) ***Условие фигур***, заключается в том, что в любой замкнутой фигуре сумма уравненных углов должна быть **$180^0(n-2)$**.

Обозначим измеренные углы ***арабскими цифрами 1,2,3…***, поправки к ним – ***цифрами в скобках (1), (2), (3)…***, уравненные значения углов – ***цифрами с чертой*** $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}...$

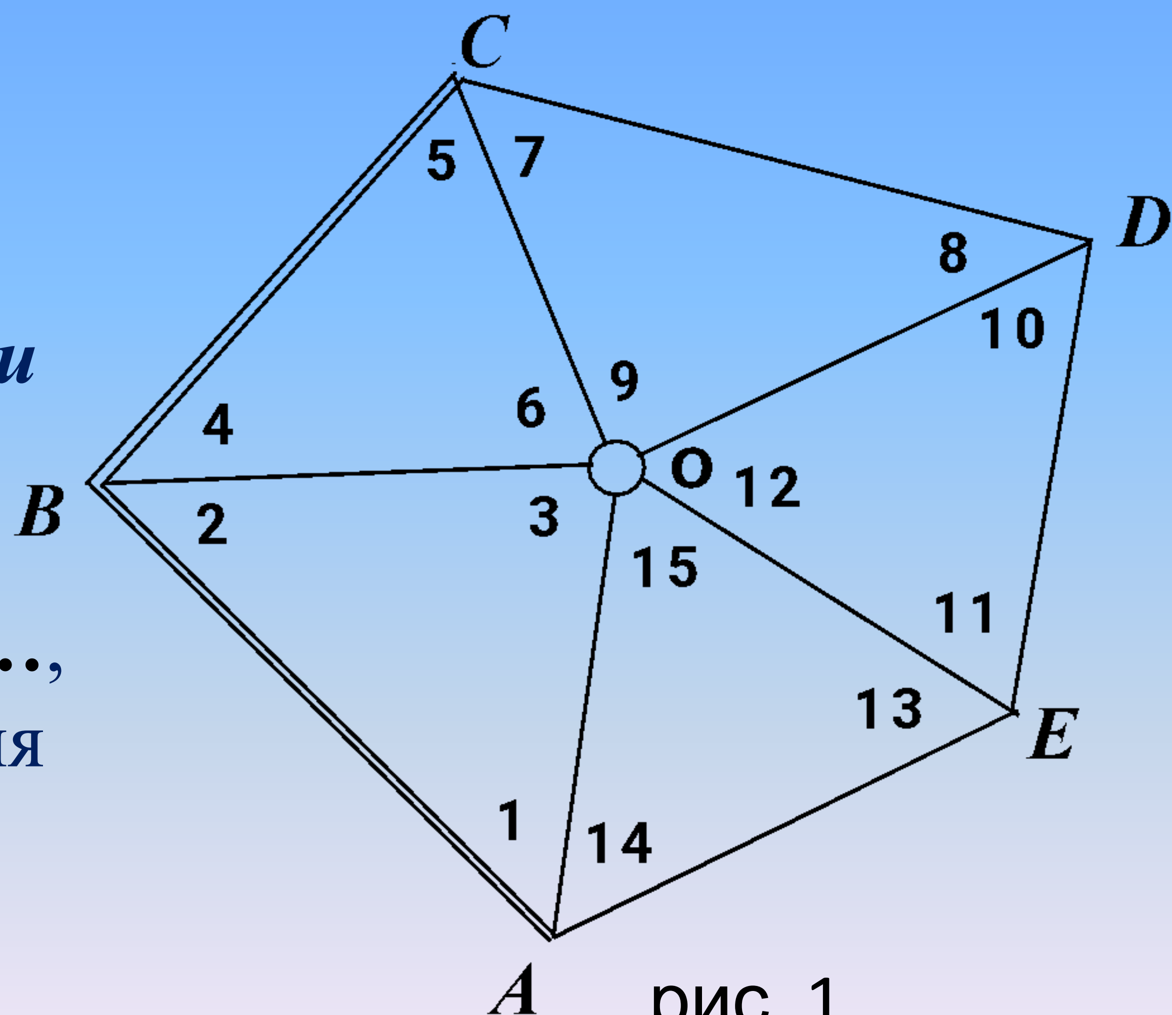


рис. 1

Тогда условие фигуры $\triangle$ АВО запишется так

$$\overline{1}+\overline{2}+\overline{3}=180^{0} \quad \textbf{(1)}$$

Учитывая, что

$$\overline{1}=1+(1)$$

получим

$$1+(1)+2+(2)+3+(3)-180^{0}=0.$$

Обозначим

$$1+2+3–180^0 = w. \quad (2)$$

Тогда

$$(1)+(2)+(3)+w = 0. \quad (3)$$

Полученное уравнение называется ***условным уравнением поправок***. Здесь ***w*** – ***свободный член (невязка).***

2) **Условие горизонта** заключается в том, что сумма уравненных углов, замыкающих горизонт на пункте, должна равняться 360^0. Применительно к рисунку имеем

$$\overline{3}+\overline{6}+\overline{9}+\overline{12}+\overline{15}=360^0.(4)$$

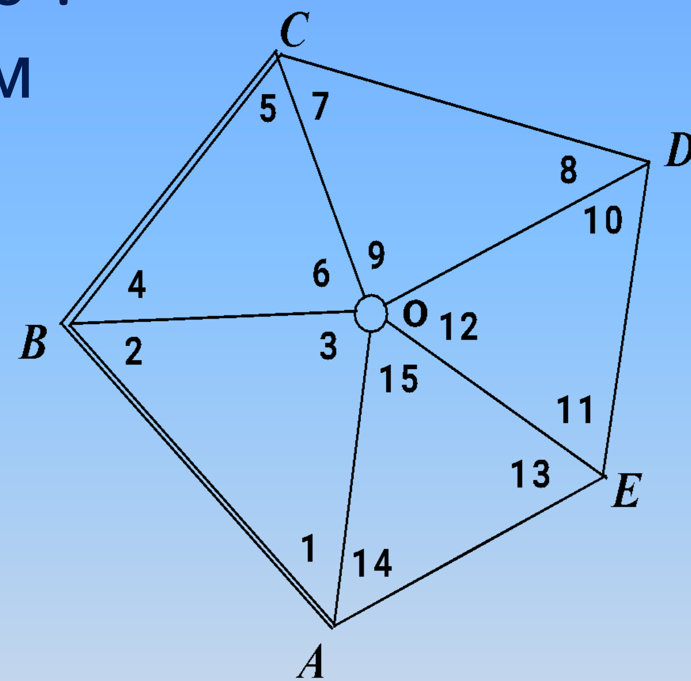


рис. 1

Выразив уравненные углы через измеренные и поправки к ним, получим условное уравнение поправок

$$(3)+(6)+(9)+(12)+(15)+w_Г=0, (5)$$

где $w_Г = 3+6+9+12+15-360^0$ – **свободный член (невязка).**

3) **Условие сумм** заключается в том, что сумма, уравненных углов, входящих в исходный угол, должна равняться его значению. Условие возникает при построении типовой фигуры «вставка в угол».

Условие сумм для рисунка запишется так

$$\overline{2} + \overline{4} = \angle B. \quad (6)$$

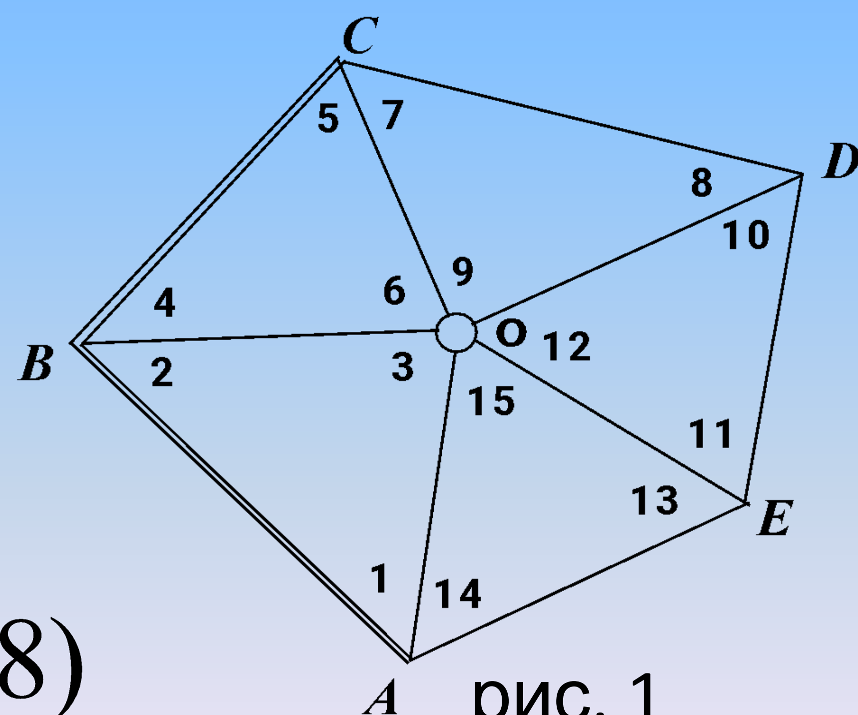


рис. 1

Условное уравнение поправок будет иметь вид

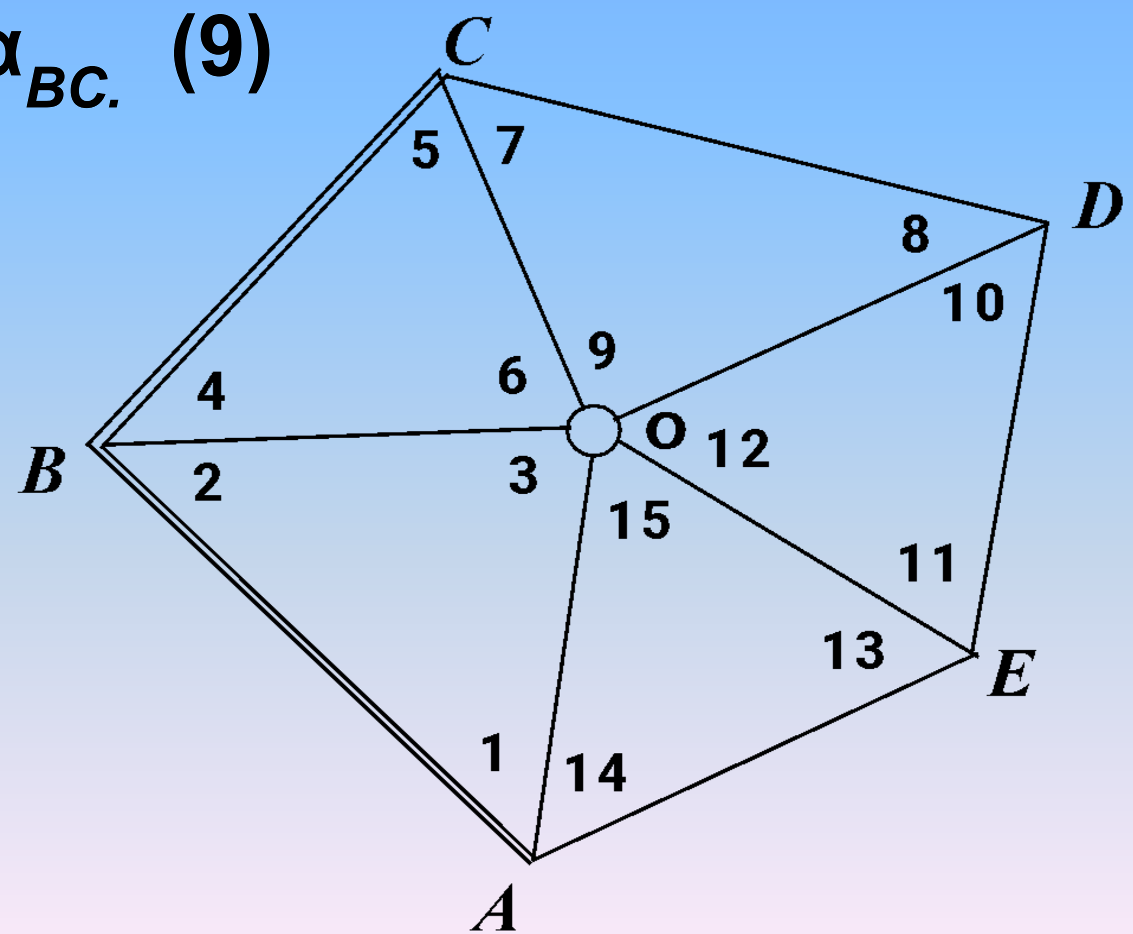
$$(2)+(4)+w_S = 0, \quad (7)$$

где

$$w_S = 2 + 4 - \angle B. (8)$$

Условие сумм можно рассматривать и как условие дирекционных углов, так как $\angle$**B** можно выразить через исходные дирекционные углы:

$$\angle B = \alpha_{BA} - \alpha_{BC.} \quad (9)$$

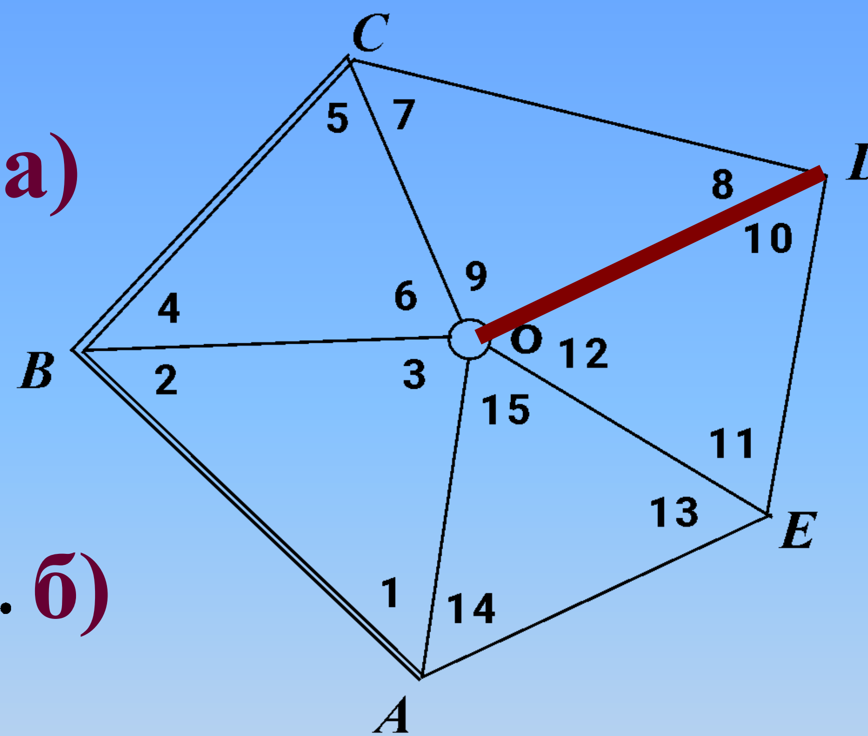


4) ***Полюсное условие*** заключается в том, что длина одной и той же стороны, вычисленная двумя независимыми путями по уравненным углам должна иметь в обоих случаях одинаковое значение.

Возьмем в качестве исходной сторону ***OA*** и вычислим дважды сторону ***OD***, решая треугольники по часовой стрелке и против часовой стрелки.

В результате получим

$$OD = \frac{OA \sin \overline{1} \sin \overline{4} \sin \overline{7}}{\sin \overline{2} \sin \overline{5} \sin \overline{8}}, \text{ а)}$$



$$OD = \frac{OA \sin \overline{14} \sin \overline{11}}{\sin \overline{13} \sin \overline{10}}. \text{ б)}$$

Разделив а) на б), получим условие полюса

$$\frac{\sin \overline{1} \sin \overline{4} \sin \overline{7} \sin \overline{10} \sin \overline{13}}{\sin \overline{2} \sin \overline{5} \sin \overline{8} \sin \overline{11} \sin \overline{14}} = 1. \quad (10)$$

Равенство (10) можно получить, решая треугольники по ходу часовой стрелки, начиная от стороны *OA* и кончая стороной *OA*.

Все стороны имеют общую точку *O*, называемую ***полюсом***.

Для перехода к условным уравнениям поправок в уравнении (10) необходимо заменить уравненные углы измеренными с поправками и привести его к линейному виду, разложив в ряд Тейлора, ограничиваясь первыми степенями поправок.

В результате получим

$$\left(\frac{\sin 1}{\sin 2}\cdot\frac{\sin 4}{\sin 5}\cdot\frac{\sin 7}{\sin 8}\cdot\frac{\sin 10}{\sin 11}\cdot\frac{\sin 13}{\sin 14}-1\right)+$$

$$+\frac{\cos 1}{\sin 2}\cdot\frac{\sin 4}{\sin 5}\cdot\frac{\sin 7}{\sin 8}\cdot\frac{\sin 10}{\sin 11}\cdot\frac{\sin 13}{\sin 14}\cdot\frac{(1)}{\rho}+\ldots-$$

$$-\frac{\sin 1}{\sin 2}\cdot\frac{\sin 4}{\sin 5}\cdot\frac{\sin 7}{\sin 8}\cdot\frac{\sin 10}{\sin 11}\cdot\frac{\sin 13\cdot\cos 14}{\sin^2 14}\cdot\frac{(14)}{\rho}=0.$$

Если второе слагаемое умножить и разделить на ***sin1***, то его с достаточной точностью можно заменить значением $ctg1\frac{(1)}{\rho}$. Аналогично можно преобразовать и другие слагаемые.

Введем следующие обозначения

$$ctgi\frac{1}{\rho}=\delta_i,$$

$$\left(\frac{\sin 1}{\sin 2}\cdot\frac{\sin 4}{\sin 5}\cdot\frac{\sin 7}{\sin 8}\cdot\frac{\sin 10}{\sin 11}\cdot\frac{\sin 13}{\sin 14}-1\right)=w_{\Pi}.$$

Тогда полюсное условное уравнение поправок в угловой мере будет иметь вид

$$\delta_1(1)+\delta_4(4)+\delta_7(7)+\delta_{10}(10)+\delta_{13}(13)-$$
$$-\delta_2(2)-\delta_5(5)-\delta_8(8)-\delta_{11}(11)-\delta_{13}(14)+w_{\Pi}=0. \qquad \textbf{(11)}$$

Если условиться обозначать связующие углы буквами ***A*** и ***B***, как показано на рисунке, то условие полюса можно записать короче:

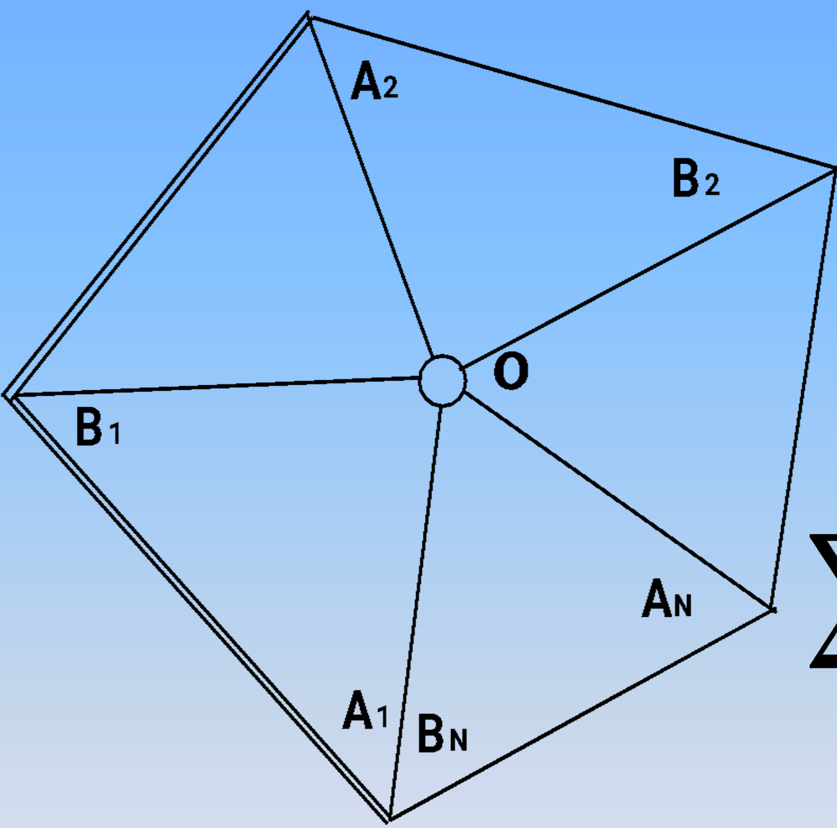


рис. 2

$$\frac{\Pi \sin \overline{A}}{\Pi \sin \overline{B}} = 1. \quad \textbf{(12)}$$

Условное уравнение поправок

$$\sum_{1}^{n} \delta_A(A) - \sum_{1}^{n} \delta_B(B) + w_{\Pi} = 0, \quad \textbf{(13)}$$

где

$$w_{\Pi} = \left(\frac{\Pi \sin A}{\Pi \sin B} - 1 \right).$$

5) ***Условие сторон (базисов)*** заключается в том, что длина одной исходной стороны, вычисленная по другой исходной стороне и уравненным углам должна быть равна известному ее значению.

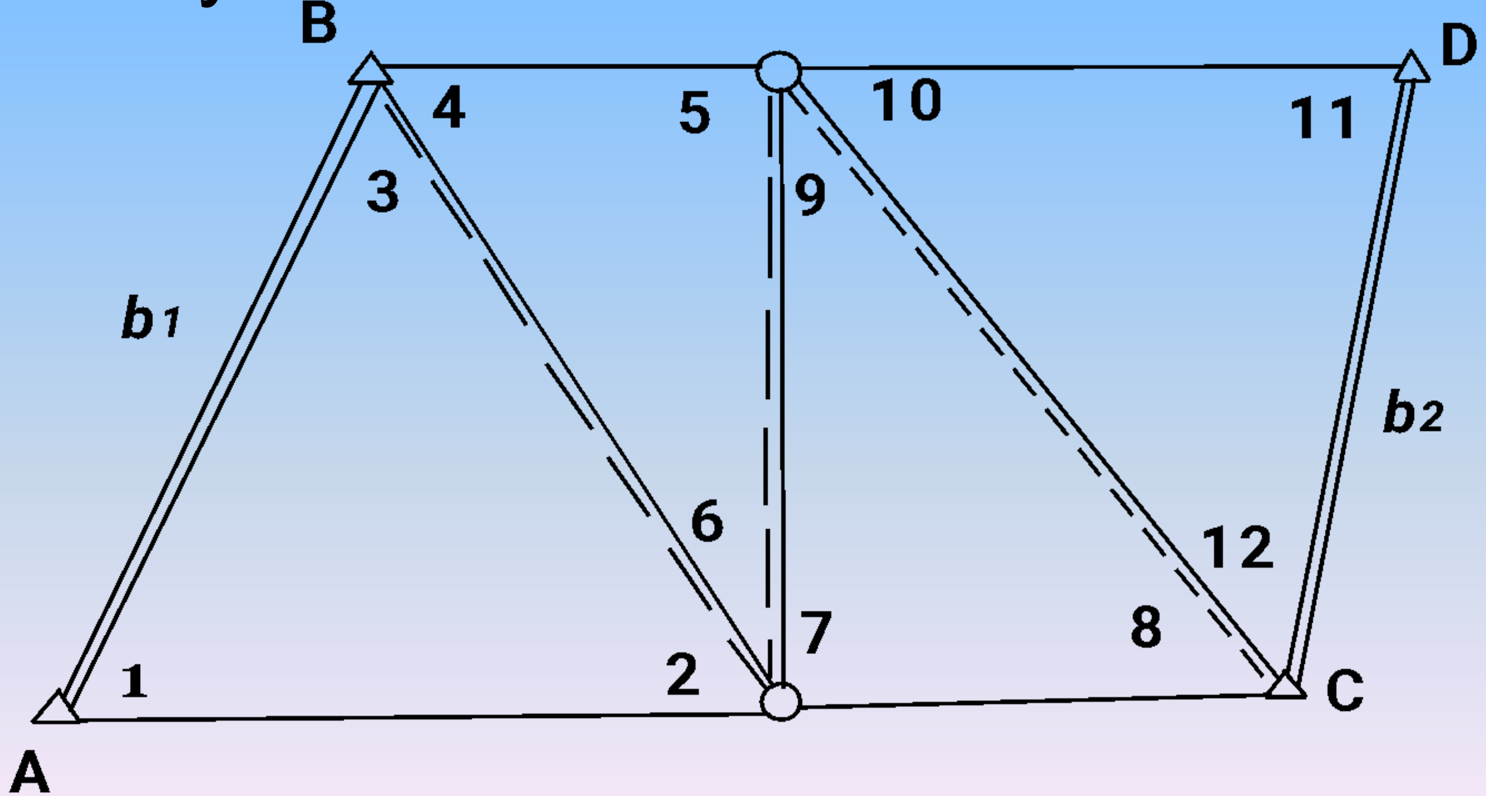


рис. 3

Для данной цепи треугольников, заключенной между исходными сторонами b_1 и b_2 можно записать

$$b_2 = b_1 \frac{\sin \overline{1} \sin \overline{4} \sin \overline{7} \sin \overline{10}}{\sin \overline{2} \sin \overline{5} \sin \overline{8} \sin \overline{11}},$$

или в другом виде

$$\frac{b_1 \sin \overline{1} \sin \overline{4} \sin \overline{7} \sin \overline{10}}{b_2 \sin \overline{2} \sin \overline{5} \sin \overline{8} \sin \overline{11}} = 1. \qquad (14)$$

Это равенство и будет выражать условие сторон. Оно аналогично (10). Для перехода к условному уравнению поправок необходимо поступить так, как в предыдущем случае. В результате получим

$$\begin{aligned}&\delta_1(1)+\delta_4(4)+\delta_7(7)+\delta_{10}(10)-\\&-\delta_2(2)-\delta_5(5)-\delta_8(8)-\delta_{11}(11)+w_Б=0\end{aligned} \quad \textbf{, (15)}$$

гд
е

$$w_Б = \left(\frac{b_1 \sin 1 \sin 4 \sin 7 \sin 10}{b_2 \sin 2 \sin 5 \sin 8 \sin 11} - 1 \right). \quad \textbf{(16)}$$

Если связующие углы числителя обозначить через *А*, а в знаменателе через *В*, то выражения **(14), (15)** и **(16)** можно записать короче:

$$\frac{b_1 \Pi \sin \overline{A}}{b_2 \Pi \sin \overline{B}} = 1, \qquad \textbf{(17)}$$

$$\sum_{1}^{n} \delta_A(A) - \sum_{1}^{n} \delta_B(B) + w_Б = 0, \quad \textbf{(18)}$$

$$w_Б = \left(\frac{b_1 \Pi \sin A}{b_2 \Pi \sin B} - 1 \right) \quad \textbf{(19)}$$

6) ***Условие дирекционных углов*** заключается в том, что дирекционный угол одной исходной стороны, вычисленный по дирекционному углу другой исходной стороны и уравненным углам должен быть равен известному его значению.

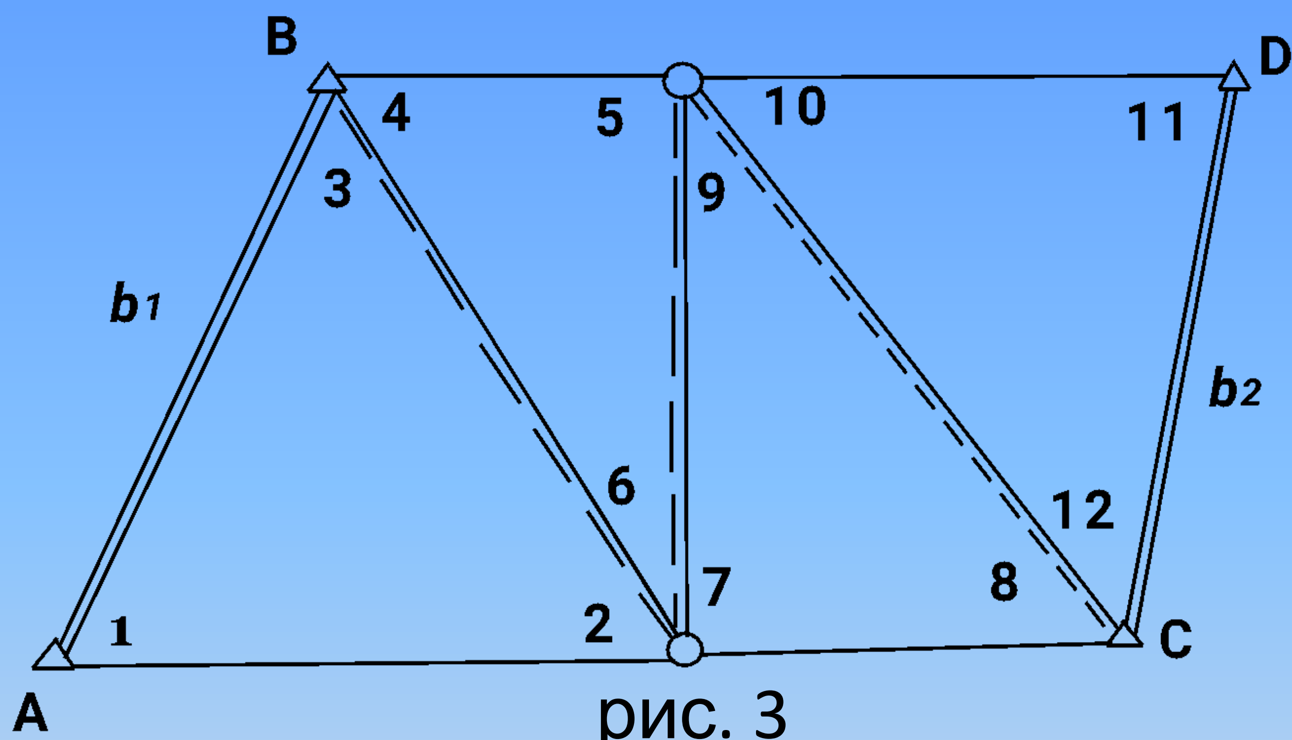


рис. 3

Для сети (рис.3) условие записывается так

$$\alpha_{CD} = \alpha_{AB} + 180^0 - \overline{3} + \overline{6} - 180^0 +$$
$$+180^0 - \overline{9} + \overline{12} - 180^0$$

Заменим уравненные углы измеренными с поправками

$$\alpha_{AB}–[3+(3)]+[6+(6)]–[9+(9)]+[12+(12)]– \alpha_{CD}=0.$$

Обозначим

$$w_\alpha = \alpha_{AB} –3 + 6 – 9 + 12 – \alpha_{CD}. \quad (20)$$

Тогда условное уравнение поправок примет вид:

$$–(3) + (6) – (9) + (12) + w_\alpha = 0. \quad (21)$$