

Лекция 8. ТЕОРИЯ ИГР

Теория игр — математический метод изучения **оптимальных стратегий в играх**.

Под игрой понимается процесс, в котором участвуют **две и более сторон**, ведущих борьбу за **реализацию своих интересов**.

Каждая из сторон имеет свою **цель** и использует **некоторую стратегию**, которая может вести к **выигрышу** или **проигрышу** — в зависимости от поведения других игроков.

Теория игр помогает **выбрать лучшие стратегии с учётом** представлений о других **участниках**, их ресурсах и их возможных поступках.

Теория игр — это раздел прикладной математики, точнее — **исследования операций**. Чаще всего **методы теории игр находят применение** в экономике, чуть **реже** в других общественных науках — социологии, политологии, психологии, этике и других.

Важное значение теория игр имеет для искусственного интеллекта и

ТЕОРИЯ ИГР

Содержание

1 История

2 Представление игр

2.1 Экстенсивная форма

2.2 Нормальная форма

2.3 Характеристическая функция

3 Применение теории игр

3.1 Описание и моделирование

3.2 Нормативный анализ (выявление наилучшего поведения)

4 Типы игр

4.1 Кооперативные и некооперативные

4.2 Симметричные и несимметричные

4.3 С нулевой суммой и с ненулевой суммой

4.4 Параллельные и последовательные

4.5 С полной или неполной информацией

4.6 Игры с бесконечным числом шагов

4.7 Дискретные и непрерывные игры

4.8 Метаигр

5 Литература

ТЕОРИЯ ИГР

История

Математическая теория игр берёт своё начало из неоклассической экономики.

Впервые математические аспекты и приложения теории были изложены в классической книге 1944 года **Джона фон Неймана** и **Оскара Моргенштерна** «Теория игр и экономическое поведение» (англ. *Theory of Games and Economic Behavior*).

Одним из **основателей** математической теории игр является **Джон Нэш**. В своих трудах Дж. Нэш разработал принципы «**управленческой динамики**». **Первые** концепции теории игр анализировали антагонистические игры, когда есть проигравшие и выигравшие за их счет игроки.

Нэш разрабатывает **методы анализа**, в которых все участники или **выигрывают**, или **терпят поражение**. Эти ситуации получили названия «**равновесие по Нэшу**», или «**некооперативное равновесие**», в ситуации **стороны используют оптимальную стратегию**, что и приводит к созданию **устойчивого равновесия**.

Игрокам **выгодно** сохранять это **равновесие**, так как любое **изменение ухудшит их положение**. Работы Дж. Нэша сделали серьёзный вклад в развитие теории игр, были **пересмотрены математические инструменты** экономического моделирования.

ТЕОРИЯ ИГР

Представление игр

Игры представляют собой строго **определённые математические объекты**. Игра образуется **игроками, набором стратегий** для каждого игрока и **указания выигрышей, или платежей, игроков для каждой комбинации стратегий**.

Большинство кооперативных игр описываются характеристической функцией, в то время как для остальных видов чаще используют **нормальную или экстенсивную форму**.

Характеризующие признаки игры как математической модели ситуации:

- наличие нескольких участников;
- **неопределенность** поведения участников, связанная с наличием у каждого из них **нескольких** вариантов действий;
- **различие** (несовпадение) интересов участников;
- **взаимосвязанность** поведения участников, поскольку результат, получаемый каждым из них, зависит от **поведения всех участников**;
- **наличие правил поведения**, известных всем участникам.

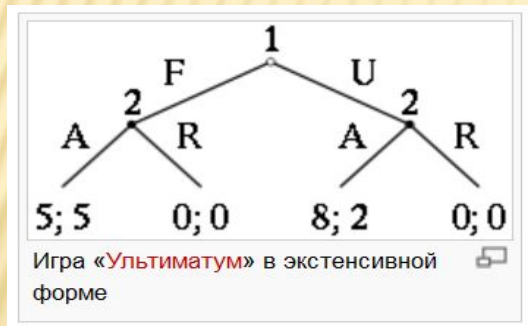
ТЕОРИЯ ИГР

Представление игр. Экстенсивная форма.

Игра «Ультиматум» в экстенсивной форме

Игры в экстенсивной, или расширенной, форме представляются в виде ориентированного дерева, где каждая вершина соответствует ситуации выбора игроком своей стратегии. Каждому игроку сопоставлен целый уровень вершин.

Платежи записываются внизу дерева, под каждой *листовой вершиной*.



На рисунке слева — игра для двух игроков. **Игрок 1** ходит первым и выбирает стратегию **F** или **U**. **Игрок 2** анализирует свою позицию и решает — выбрать стратегию **A** или **R**. **Скорее всего первый игрок выберет U, а второй — A** (для каждого из них это *оптимальные стратегии*); тогда они получают соответственно **8** и **2** очка.

Экстенсивная форма очень наглядна, с её помощью особенно удобно представлять игры с более чем двумя игроками и игры с последовательными ходами.

Если же участники делают **одновременные ходы**, то соответствующие вершины либо **соединяются пунктиром**, либо **обводятся сплошной линией**.

ТЕОРИЯ ИГР

Представление игр. Нормальная форма.

В нормальной, или стратегической, форме игра описывается **платёжной матрицей**. Каждая сторона (точнее, измерение) матрицы — это игрок, строки определяют стратегии первого игрока, а столбцы — второго.

На пересечении двух стратегий можно увидеть **выигрыши**, которые получают игроки. В примере (см. рис. ниже), если игрок **1** выбирает первую стратегию, а **второй игрок** — вторую стратегию, то на пересечении **видим $(-1, -1)$** , это значит, что в результате хода **оба игрока потеряли по одному очку**.

| | Игрок 2 стратегия 1 | Игрок 2 стратегия 2 |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| Игрок 1 стратегия 1 | 4, 3 | -1, -1 |
| Игрок 1 стратегия 2 | 0, 0 | 3, 4 |

Нормальная форма для игры с 2 игроками, у каждого из которых по 2 стратегии.

Ы

Игроки **выбирали стратегии** **себя результатом**, но проиграли, из-за **незнания хода другого игрока**.

Обычно в **нормальной форме** представляются игры, в которых **ходы делаются одновременно**, или хотя бы полагается, что все игроки не знают о том, **что делают другие участники**. Такие игры с **неполной информацией** будут рассмотрены ниже.

ТЕОРИЯ ИГР

Применение теории игр

Теория игр, как один из подходов в прикладной математике, применяется для изучения поведения человека и животных в различных ситуациях.

Первоначально теория игр использовалась для описания и моделирования поведения человеческих популяций.

Многие исследователи рассматривают теорию игр как инструмент предсказания поведения, и как инструмент анализа ситуаций с целью выявления наилучшего поведения для рационального игрока.

Типы игр. Кооперативные и некооперативные

Игра называется кооперативной, или *коалиционной*, если игроки могут объединяться в группы, взяв на себя некоторые обязательства перед другими игроками и координируя свои действия. Этим она отличается от некооперативных игр, в которых каждый обязан играть за себя.

Из двух типов игр, некооперативные описывают ситуации в мельчайших деталях и выдают более точные результаты. Кооперативные рассматривают процесс игры в целом. Сделаны попытки объединить два подхода.

Гибридные игры включают в себя элементы кооперативных и некооперативных игр (игрок преследует интересы группы, но реализовывает свои интересы) .

ТЕОРИЯ ИГР

Игра будет симметричной тогда, когда соответствующие стратегии у игроков будут равны, то есть иметь одинаковые платежи. Иначе говоря, если игроки могут поменяться местами и при этом их выигрыши за одни и те же ходы не изменятся. Многие изучаемые игры для двух игроков — симметричные.

Примерами симметричных игр являются: «Дилемма заключённого», «Охота на оленя», «Ястребы и голуби». В качестве несимметричных игр можно привести «Ультиматум» или «Диктатор»

В примере ниже игра может показаться симметричной из-за похожих стратегий, но это не так — выигрыш второго игрока при профилях стратегий (А, А) и (Б, Б) будет

| | А | Б |
|---|------|------|
| А | 1, 2 | 0, 0 |
| Б | 0, 0 | 1, 2 |

Несимметричная игра

ТЕОРИЯ ИГР

С нулевой суммой и с ненулевой суммой

Игры с нулевой суммой — особая разновидность игр с постоянной суммой, то есть таких, где игроки не могут увеличить или уменьшить имеющиеся ресурсы, или фонд игры.

В этом случае сумма всех выигрышей равна сумме всех проигрышей при любом ходе.

На рисунке ниже — числа означают платежи игрокам — и их сумма в каждой клетке равна нулю. Примерами таких игр может служить покер, где один выигрывает все ставки других; либо банальное воровство.

| | А | Б |
|---|-------|-------|
| А | -1, 1 | 3, -3 |
| Б | 0, 0 | -2, 2 |

Игра с нулевой суммой

В играх с **ненулевой суммой** выигрыш какого-то игрока не обязательно означает проигрыш другого, и наоборот.. Исход такой игры может быть меньше или больше нуля. Такие игры могут быть преобразованы к нулевой сумме — это делается введением **фиктивного игрока**.

ТЕОРИЯ ИГР

Параллельные и последовательные

В параллельных играх игроки ходят **одновременно**, или, они **не осведомлены** о выборе других **до тех пор**, пока **все не сделают свой ход**.

В последовательных, или *динамических*, играх участники могут делать ходы в заранее **установленном** либо **случайном порядке**, но при этом они **получают некоторую информацию** о предшествующих **действиях других**.

Эта информация может **быть** даже **не совсем полной**, например, игрок может узнать, что его противник **из десяти** своих стратегий *точно не выбрал* **пятую**, ничего не узнав о других.

Параллельные игры обычно представляют в **нормальной форме**, а последовательные — в **экстенсивной**.

ТЕОРИЯ ИГР

С полной или неполной информацией

Важное подмножество последовательных игр составляют игры с **полной информацией**.

В такой игре **участники знают все ходы**, сделанные до текущего момента, равно как и **возможные стратегии противников**, что позволяет им в некоторой степени **предсказать** последующее развитие игры.

Полная информация **не доступна в параллельных играх**, так как в них **неизвестны текущие ходы противников**. Большинство изучаемых в математике игр — с **неполной информацией**.

Игры с бесконечным числом шагов

Игры в реальном мире, как правило, длятся **конечное число ходов**. В теории множеств рассматриваются игры, способные **продолжаться бесконечно долго**. Причём **победитель и его выигрыш не определены до окончания всех ходов**.

В этом случае, **задача состоит не в поиске оптимального решения, а в поиске хотя бы выигрышной стратегии**.

В ряде источников доказывається, что иногда даже **для игр с полной информацией и двумя исходами — «выиграл» или «проиграл» — ни один из игроков не имеет такой стратегии**.

ТЕОРИЯ ИГР

Дискретные и непрерывные игры

Большинство изучаемых игр **дискретны**: в них **конечное число игроков, ходов, событий, исходов** и т. п.

Составляющие дискретных игр могут быть **расширены на множество вещественных чисел**. Игры, включающие такие элементы, часто называются **дифференциальными**.

Элементы дискретных игр связаны с какой-то **вещественной шкалой** (обычно — шкалой времени), **Дифференциальные игры** также рассматриваются в теории оптимизации, находят своё применение в **технике и технологиях, физике**.

Метаигры

Это игры, результатом которых является **набор правил для другой игры** (называемой **целевой** или **игрой-объектом**). Цель метаигр — **увеличить полезность выдаваемого набора правил**. Теория метаигр связана с теорией **оптимальных механизмов**.

Литература

Петросян Л. А. Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр: Учеб. пособие для ун-тов. М.: Высш. шк. Книжный дом «Университет» 1998. С. 304. ISBN

ТЕОРИЯ ИГР

ТЕОРИЯ ИГР
