Непозиционные системы счисления (например, римская)

I – единица, **V** – пять, **X** – десять,
L – пятьдесят, **C** – сто, **D** – пятьсот,
M – тысяча

III = 1+1+1 = 3 IV = –1+5 = 4 VI = 5+1 = 6

XL = –10+50 = 40 LX = 50+10 = 60 XC = –10+100 = 90

CIX = 100–1+10 = 109

MCMXCVIII = 1000–100+1000–10+100+5+1+1+1=1998

Позиционные системы счисления

$$A_{(q)} = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \cdots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \cdots + a_{-m} \cdot q^{-m}$$

A(q) – произвольное число, записанное в системе счисления с основанием ***q;***
$\boldsymbol{a_i}$ – коэффициенты ряда (цифры системы счисления); ***n, m*** – количество целых и дробных разрядов.

Позиционные системы счисления

Представление чисел в различных системах счисления

Система счисления	Цифровая форма	Многочленная форма
Двоичная (q=2)	$11010{,}101_2$	$1\cdot2^4+1\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+0\cdot2^0+1\cdot2^{-1}+0\cdot2^{-2}+1\cdot2^{-3}$
Троичная (q=3)	$22120{,}212_3$	$2\cdot3^4+2\cdot3^3+1\cdot3^2+2\cdot3^1+0\cdot3^0+2\cdot3^{-1}+1\cdot3^{-2}+2\cdot3^{-3}$
Восьмеричная (q=8)	$3714{,}4314_8$	$3\cdot8^3+7\cdot8^2+1\cdot8^1+4\cdot8^0+4\cdot8^{-1}+3\cdot8^{-2}+1\cdot8^{-3}+4\cdot8^{-4}$
Десятичная (q=10)	$4509{,}52_{10}$	$4\cdot10^3+5\cdot10^2+0\cdot10^1+9\cdot10^0+5\cdot10^{-1}+2\cdot10^{-2}$
Шестнадцатеричная (q=16)	$A3F{,}1CD_{16}$	$A\cdot16^2+3\cdot16^1+F\cdot16^0+1\cdot16^{-1}+C\cdot16^{-2}+D\cdot16^{-3}$

Двоичная система счисления

Основание системы счисления: ***q* = 2**

Алфавит системы счисления: ***0, 1***

$$1\ 1\ 0\ 1\ 1,\ 1\ 0\ 1_2 = (1\cdot 2^4+1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0+1\cdot 2^{-1}+0\cdot 2^{-2}+1\cdot 2^{-3})_{10} = =27{,}625_{10}$$

$$\downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow$$

$$2^4\ \ 2^3\ \ 2^2\ \ 2^1\ \ 2^0\ \ 2^{-1}\ \ 2^{-2}\ \ 2^{-3}$$

весовые коэффициенты разрядов

Восьмеричная система счисления

Основание системы счисления: ***q* = 8**

Алфавит системы счисления: ***0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7***

$$735,46_8 = (7\cdot8^2 + 3\cdot8^1 + 5\cdot8^0 + 4\cdot8^{-1} + 6\cdot8^{-2})_{10} = 477,59375_{10}$$

$$8^2 \quad 8^1 \quad 8^0 \quad 8^{-1} \quad 8^{-2}$$

весовые коэффициенты разрядов

Десятичная система счисления

Основание системы счисления: ***q* = 10**

Алфавит системы счисления: ***0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9***

$$2\;6\;3\;9,\;2\;5\;8_{10}=(2\cdot10^3+6\cdot10^2+3\cdot10^1+9\cdot10^9+2\cdot10^{-1}+5\cdot10^{-2}+8\cdot10^{-3})_{10}=2639{,}258_{10}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 6 & 3 & 9, & 2 & 5 & 8 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 10^3 & 10^2 & 10^1 & 10^0 & 10^{-1} & 10^{-2} & 10^{-3} \end{array}$$

весовые коэффициенты разрядов

Шестнадцатеричная система счисления

Основание системы счисления: ***q* = 16**

Алфавит системы счисления: ***0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F***

$$A\ B\ 9,\ C\ 2\ F_{16} = (10\cdot16^{2}+11\cdot16^{1}+9\cdot16^{0}+12\cdot16^{-1}+2\cdot16^{-2}+15\cdot16^{-3})_{10}=2745{,}7614745\ldots_{10}$$

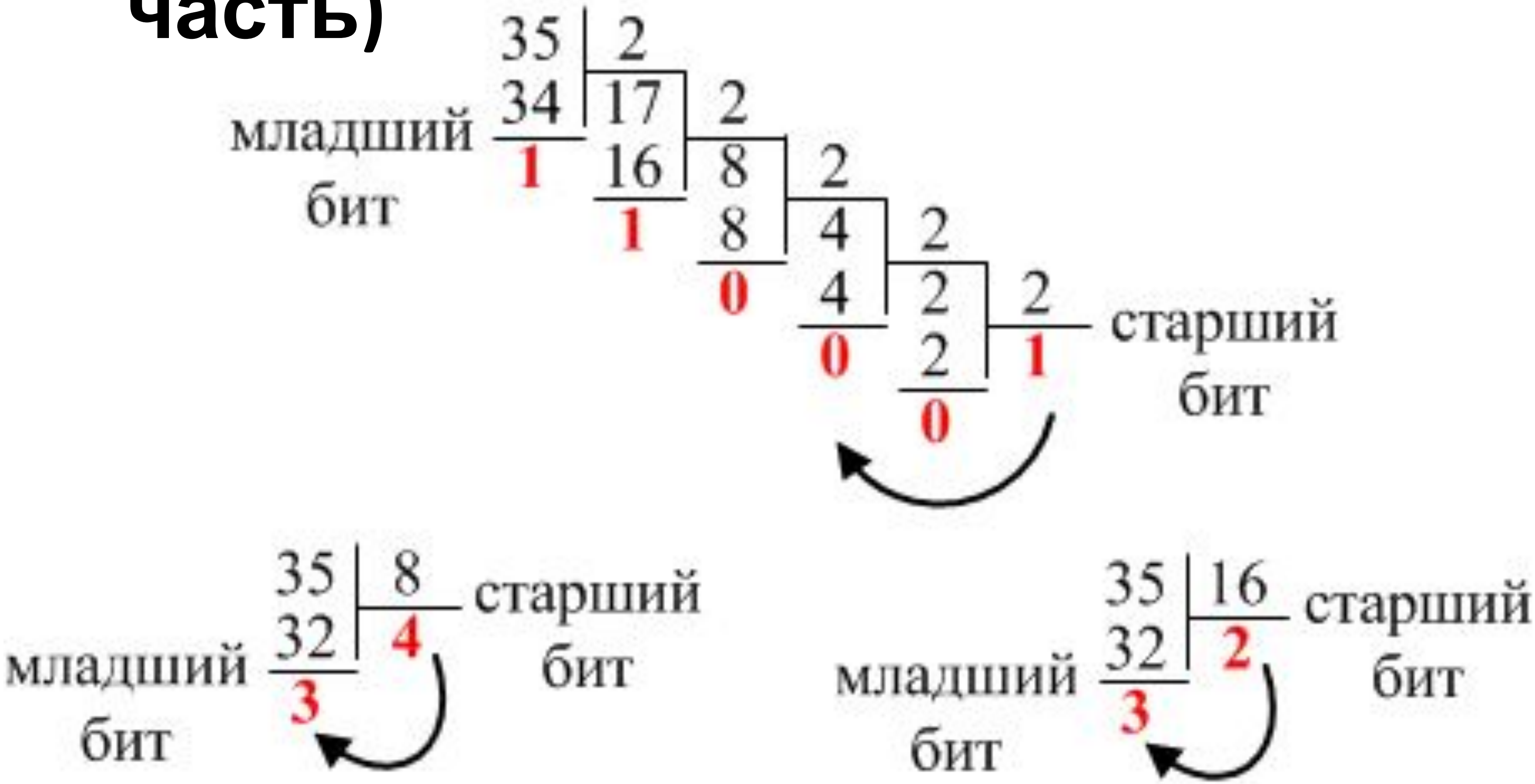
$$\begin{array}{cccccc} A & B & 9, & C & 2 & F \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 16^{2} & 16^{1} & 16^{0} & 16^{-1} & 16^{-2} & 16^{-3} \end{array}$$

весовые коэффициенты разрядов

Связь между системами счисления

D	B	Q	H	D	B	Q	H
0	0	0	0	9	1001	11	9
1	1	1	1	10	1010	12	A
2	10	2	2	11	1011	13	B
3	11	3	3	12	1100	14	C
4	100	4	4	13	1101	15	D
5	101	5	5	14	1110	16	E
6	110	6	6	15	1111	17	F
7	111	7	7	16	10000	20	10
8	1000	10	8	17	10001	21	11

Перевод из D в B, Q, H (целая часть)



Перевод из D в B, Q, H (целая часть)

$$35_{10} \rightarrow 100011_2 \rightarrow 43_8 \rightarrow 23_{16}$$

Перевод из D в B, Q, H (дробная часть)

$0{,}583\times2=1{,}166$	1
$0{,}166\times2=0{,}332$	0
$0{,}332\times2=0{,}664$	0
$0{,}664\times2=1{,}328$	1
$0{,}328\times2=0{,}656$	0
$0{,}656\times2=1{,}312$	1
$0{,}312\times2=0{,}624$	0
$0{,}624\times2=1{,}248$	1

$0{,}583\times8=4{,}664$	4
$0{,}664\times8=5{,}312$	5
$0{,}312\times8=2{,}496$	2
$0{,}496\times8=3{,}968$	4

$0{,}583\times16=9{,}328$	9
$0{,}328\times16=5{,}248$	5
$0{,}248\times16=3{,}968$	4

$$0{,}583_{10}\rightarrow0{,}10010101_2\rightarrow0{,}4524_8\rightarrow0{,}954_{16}$$

Двоично-десятичный код

$983{,}65_{10} = 1001\ \ 1000\ \ 0011,\ \ 0110\ \ 0101_{2-10}.$

9 8 3 6 5

Виды двоично-десятичных кодов

7-4-2-1	7-3-2-1	3-3-2-1	6-3-1-1
6-4-2-1	6-3-2-1	6-2-2-1	5-3-1-1
5-4-2-1	5-3-2-1	5-2-2-1	4-3-1-1
4-4-2-1	4-3-2-1	4-2-2-1	5-2-1-1

Двоично-десятичный код

Десятичная цифра	Код Айкена (2-4-2-1)	Код с избытком 3 (8-4-2-1)
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	1011	1000
6	1100	1001
7	1101	1010
8	1110	1011
9	1111	1100

Двоичная арифметика

Сложение	Вычитание	Умножение
$0 + 0 = 0$	$0 - 0 = 0$	$0 \times 0 = 0$
$0 + 1 = 1$	$1 - 0 = 1$	$0 \times 1 = 0$
$1 + 0 = 1$	$1 - 1 = 0$	$1 \times 0 = 0$
$1 + 1 = 10$	$10 - 1 = 1$	$1 \times 1 = 1$

перенос в старший разряд

Двоичная арифметика

$99_{10} + 95_{10} = 194_{10}$

$109_{10} - 49_{10} = 60_{10}$

$$
\begin{array}{r}
\color{red}{1111111} \\
01100011_2 \\
+\; 01011111_2 \\
\hline
11000010_2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
\color{red}{01100000} \\
01101101_2 \\
-\; 00110001_2 \\
\hline
00111100_2
\end{array}
$$

Двоичная арифметика

$17_{10} \times 12_{10} = 204_{10}$

$$
\begin{array}{r}
\times\ 00010001_2 \\
00001100_2 \\
\hline
+\ 10001 \\
10001 \\
\hline
11001100_2
\end{array}
$$

$204_{10} / 12_{10} = 17_{10}$

$$
\begin{array}{l|l}
-\,11001100_2 & 1100_2 \\
\cline{2-2}
\ \ 1100 & 10001_2 \\
\cline{1-1}
\ \ \ \ \ 01 & \\
\ \ \ \ -\ 0 & \\
\ \ \ \ \ 011 & \\
\ \ \ \ -\ \ 0 & \\
\ \ \ \ \ 0110 & \\
\ \ \ \ -\ \ \ 0 & \\
\ \ \ \ \ 01100 & \\
\ \ \ \ -\,01100 & \\
\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 0 &
\end{array}
$$

Представление знаковых чисел

Для представления знаковых чисел используются три способа:

1) *прямой* код;
2) *обратный* код;
3) *дополнительный* код.

Запись чисел в общем виде:

$$\alpha_n \alpha_{n-1} \dots \alpha_i \dots \alpha_1 \alpha_0 \alpha_{-1} \dots \alpha_m ,$$

где $\alpha_n \in \{0,1\}$ – знак числа

Представление знаковых чисел

Положительные целые числа

$n = 8$

$1_{10}=1_2$

0	0	0	0	0	0	0	1

знак числа «+»

$127_{10}=1111111_2$

0	1	1	1	1	1	1	1

знак числа «+»

Диапазон представимых чисел:
$0 \ldots 2^{n-1}-1$.

Представление знаковых чисел

Отрицательные целые числа

-137

$q = 10$ $\qquad$ $q = 2$

$1|137_{пр}$ $\quad$ $1|862_{обр}$ $\quad$ $1|863_{доп}$

$1|10001001_{пр}$ $\quad$ $1|01110110_{обр}$ $\quad$ $1|01110111_{доп}$

Представление знаковых чисел

Формулы для вычисления количественного эквивалента кода

Прямой

$$N_{\text{пр}} = (-1)^{\alpha_n} \sum_{m}^{n-1} \alpha_i q^i \,;$$

Дополнительный

$$N_{\text{доп}} = -\alpha_n q^n + \sum_{m}^{n-1} \alpha_i q^i \,;$$

Обратный

$$N_{\text{обр}} = -\alpha_n (q^n - q^m) + \sum_{m}^{n-1} \alpha_i q^i \,.$$

Преобразование положительных чисел из одного кода в другой

A

$P=10$

Xпр: 0 |137
Xобр: 0 |137
Xдоп: 0 |137

B

$P=10$

Xдоп: 0 |137
Xпр: 0 |0137
Xобр: 0 |0137

C

Xпр: 0 |000
Xобр: 0 |000
Xдоп: 0 |000

D

Xдоп: 0 |000
Xпр: 0 |0000
Xобр: 0 |0000

E

$P=2$

Xпр: 0 |101
Xобр: 0 |101
Xдоп: 0 |101

F

$P=2$

Xдоп: 0 |101
Xпр: 0 |0101
Xобр: 0 |0101

Преобразование прямого кода отрицательного числа в дополнительный код

	A	B	C	D
	P=10	P=10	P=2	P=2
Хпр:	1 |600 (–600)	1 |000 (–0)	1 |0101 (–5)	1 |0100 (–4)
Хобр:	1 |399 (–600)	1 |999 (–0)	1 |1010 (–5)	1 |1011 (–4)
+	1	1	1	1
Хдоп:	1 |400 (–600)	0 |000 (+0)	1 |1011 (–5)	1 |1100 (–4)

	E	F	G
	P=2	P=8	P=16
Хпр:	1 |0000 (–0)	1 | 450	1 | A70
Хобр:	1 |1111 (–0)	1 | 327	1 | 58F
+	1	1	1
Хдоп:	0 |0000 (+0)	1 | 330	1 | 590

Преобразование прямого кода отрицательного числа в дополнительный код

$$
\begin{array}{lllll}
 & \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} \\
 & P=10 & P=10 & P=2 & P=2 \\
\text{Xпр:} & 1\,|600\ (-600) & 1\,|000\ (-0) & 1\,|0101\ (-5) & 1\,|0100\ (-4) \\
- & \qquad\ 1 & \qquad\ 1 & \qquad\ \ 1 & \qquad\ \ 1 \\
\hline
 & 1\,|599 & 0\,|999 & 1\,|0100 & 1\,|0011 \\
\text{Xдоп:} & 1\,|400\ (-600) & 0\,|000\ (+0) & 1\,|1011\ (-5) & 1\,|1100\ (-4)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llll}
 & \text{E} & \text{F} & \text{G} \\
 & P=2 & P=8 & P=16 \\
\text{Xпр:} & 1\,|0000\ (-0) & 1\,|\,450 & 1\,|\,A70 \\
- & \qquad\ \ 1 & \qquad\ 1 & \qquad\ 1 \\
\hline
 & 0\,|1111 & 1\,|\,447 & 1\,|A6F \\
\text{Xдоп:} & 0\,|0000\ (+0) & 1\,|\,330 & 1\,|\,590
\end{array}
$$

Преобразование прямого кода отрицательного числа в дополнительный код

	A	B	C	D
	$P=10$	$P=10$	$P=2$	$P=2$
P^n:	$1\ 000$	$1\ 000$	$1\ 0000$	$1\ 0000$
Хпр:	$-\ 1 \vert 600\ (-600)$	$-\ 1 \vert 000\ (-0)$	$-\ 1 \vert 0101\ (-5)$	$-\ 1 \vert 0100\ (-4)$
Хдоп:	$1 \vert 400\ (-600)$	$0 \vert 000\ (+0)$	$1 \vert 1011\ (-5)$	$1 \vert 1100\ (-4)$

	E	F	G
	$P=2$	$P=8$	$P=16$
P^n:	$1\ 0000$	$1\ 000$	$1\ 000$
Хпр:	$-\ 1 \vert 0000\ (-0)$	$-\ 1 \vert 450$	$-\ 1 \vert A70$
Хдоп:	$0 \vert 0000\ (+0)$	$1 \vert 330$	$1 \vert 590$

Преобразование дополнительного кода отрицательного числа в обратный и прямой коды

Так как в дополнительном коде значащие разряды отрицательного числа имеют количественный эквивалент $P^n - |N|$, то для определения значащих разрядов

- прямого кода достаточно вычислить

$$(1)\quad P^n - (P^n - |N|) = |N| \text{ или}$$

$$(2)\quad \big((P^n - P^m) - (P^n - |N|)\big) + P^m = |N| \text{ или}$$

$$(3)\quad (P^n - P^m) - \big((P^n - |N|) - P^m\big) = |N|;$$

- обратного кода достаточно вычислить

$$(4)\quad (P^n - |N|) - P^m = (P^n - P^m) - |N| \text{ или}$$

$$(5)\quad (P^n - P^m) - \Big(\big((P^n - P^m) - (P^n - |N|)\big) + P^m\Big) = (P^n - P^m) - |N|.$$

Преобразование дополнительного кода отрицательного числа в прямой код (по формуле (1))

$$
\begin{array}{lcccc}
 & \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} \\
 & P=10 & P=10 & P=2 & P=2 \\
P^n: & 1000 & 1000 & 10000 & 10000 \\
\text{Xдоп:} & -\,1\,|\,400\ (-600) & -\,1\,|\,000\ (-10^3) & -\,1\,|\,1011\ (-5) & -\,1\,|\,1100\ (-4) \\
\hline
\text{Xпр:} & 1\,|\,0600\ (-600) & 1\,|\,1000\ (-10^3) & 1\,|\,00101\ (-5) & 1\,|\,00100\ (-4)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lccc}
 & \text{E} & \text{F} & \text{G} \\
 & P=2 & P=8 & P=16 \\
P^n: & 10000 & 1000 & 1000 \\
\text{Xдоп:} & -\,1\,|\,0000\ (-16) & -\,1\,|\,330 & -\,1\,|\,590 \\
\hline
\text{Xпр:} & 1\,|\,10000\ (-16) & 1\,|\,0450 & 1\,|\,0A70
\end{array}
$$

Преобразование дополнительного кода отрицательного числа в прямой код (по формулам (2) и (3))

	A	B	C	D
	P=10	P=10	P=2	P=2
Хдоп:	$1\,\vert 400\ (-600)$	$1\,\vert 000\ (-10^3)$	$1\,\vert 1011\ (-5)$	$1\,\vert 0000\ (-16)$
	$599 + 1$	$999 + 1$	$0100 + 1$	$1111 + 1$
Хпр:	$1\,\vert 0600\ (-600)$	$1\,\vert 1000\ (-10^3)$	$1\,\vert 00101\ (-5)$	$1\,\vert 10000\ (-16)$

	E	F	G	H
	P=10	P=10	P=2	P=2
Хдоп:	$1\,\vert 400\ (-600)$	$1\,\vert 000\ (-10^3)$	$1\,\vert 011\ (-5)$	$1\,\vert 000\ (-8)$
	$-\ 1$	$-\ 1$	$-\ 1$	$-\ 1$
	399	999	010	111
Хпр:	$1\,\vert 0600\ (-600)$	$1\,\vert 1000\ (-10^3)$	$1\,\vert 0101\ (-5)$	$1\,\vert 1000\ (-8)$

Преобразование дополнительного кода отрицательного числа в обратный код (по формуле (4))

	A	B	C	D
	P=10	P=10	P=2	P=2
Хдоп:	1 |400 (–600)	1 |000 (-10^3)	1 |1011 (–5)	1 |0000 (–16)
Хдоп:	1 |9400 (–600)	1 |9000 (-10^3)	1 |11011 (–5)	1 |10000 (–16)
	– 1	– 1	– 1	– 1
Хобр:	1 |9399 (–600)	1 |8999 (-10^3)	1 |11010 (–5)	1 |01111 (–16)

Прямой код отрицательных чисел

Прямой код числа –1

1	0	0	0	0	0	0	1

знак числа «–»

Прямой код числа –127

1	1	1	1	1	1	1	1

знак числа «–»

Диапазон представимых чисел: $-(2^{k-1}-1)...0$

Обратный код отрицательных чисел

Число: –1

Код модуля числа:

0	0	0	0	0	0	0	1

Обратный код числа:

1	1	1	1	1	1	1	0

знак числа «–»

Число: –127

Код модуля числа:

0	1	1	1	1	1	1	1

Обратный код числа:

1	0	0	0	0	0	0	0

знак числа «–»

Диапазон представимых чисел: $-(2^{k-1}-1)\ldots0$

Дополнительный код отрицательных чисел

Дополнительный код числа –1:

1	1	1	1	1	1	1	1

знак числа «–»

Дополнительный код числа –127:

1	0	0	0	0	0	0	1

знак числа «–»

Исключение из правила:

код 1|00…0 (–0) следует замещать кодом 0|00…0 (+0).

$X_{пр}$:	1|0010000	1|1011100	1|1011001	1|1000000	1|0000000
$X_{доп}$:	1|1110000	1|0100100	1|0100111	1|1000000	0|0000000

Диапазон представимых чисел: $-2^{k-1} \ldots -1$

ОПЕРАЦИЯ ИЗМЕНЕНИЯ ЗНАКА

$0|1011\ 100_{2\text{п}}$ $0|7657\ 100_{8\text{д}}$ $0|1011\ 100_{2\text{о}}$

$1|1011\ 100_{2\text{п}}$ $1|0120\ 700_{8\text{д}}$ $1|0100\ 011_{2\text{о}}$

$1|F876\ AB0_{16\text{д}}$ $0|1011\ 100_{2\text{д}}$ $1|4019\ 347_{10\text{о}}$

$0|0789\ 550_{16\text{д}}$ $1|0100\ 100_{2\text{д}}$ $0|5980\ 652_{10\text{о}}$

$0|9AF0\ 36_{16\text{о}}$ $0|3764\ 430_{8\text{о}}$

$1|650F\ C9_{16\text{о}}$ $1|4013\ 347_{8\text{о}}$

$0|7345\ 426_{8\text{п}}$ $1|9876\ 200_{10\text{д}}$

$1|7345\ 426_{8\text{п}}$ $0|0123\ 800_{10\text{д}}$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ЧИСЕЛ БЕЗ ЗНАКА

$001_2 + 100_2 = 101_2$ $\qquad$ $101_2 - 010_2 = 011_2$

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ КОДЕ

$$
\begin{array}{r|l}
1 & 768.85 \\
+\;0 & 215.04 \\
\hline
\text{Дополнительный код суммы: }\;1 & 983.89
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
1 & 768.85 \\
+\;1 & 784.96 \\
\hline
\text{Дополнительный код суммы: }\;1 & 553.81
\end{array}
$$

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ КОДЕ

	0	10100111.011	(+167 3/8)
+			
	0	01010011.101	(+83 5/8)
	0	11111011.000	(+251)

	1	01111001.101	(–134 3/8)
+			
	0	01110001.011	(+113 3/8)
	1	11101011.000	(–21)

	1	01111001.101	(–134 3/8)
+			
	1	10001110.101	(–113 3/8)
	1	00001000.010	(–247 6/8)

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ КОДЕ

	0	A7.6	(+167 3/8)
+	0	53.A	(+83 5/8)
	0	FB.0	(+251)

	1	79.A	(–134 3/8)
+	0	71.6	(+113 3/8)
	1	EB.0	(–21)

	1	79.A	(–134 3/8)
+	1	8E.A	(–113 3/8)
	1	08.4	(–247 6/8)

	1	08.4	(–247 6/8)
+	1	F7.C	(–8 2/8)
	1	00.0	(–256)

Минимальное число представимое в выбранной разрядной сетке в дополнительном коде.

Нельзя изменять знак этого числа из-за асимметрии представления чисел в дополнительном коде

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ В ОБРАТНОМ КОДЕ

```
   0 0   00001111 11
    0 | 10100111.011   (+167 3/8)
 +
    0 | 01010011.101   (+83 5/8)
 ----------------------
    0 | 11111011.000
 +
                   0
 ----------------------
    0 | 11111011.000   (+251)
```

```
   0 0   11100010 00
    1 | 01111001.100   (–134 3/8)
 +
    0 | 01110001.011   (+113 3/8)
 ----------------------
    1 | 11101010.111
 +
                   0
 ----------------------
    1 | 11101010.111   (–21)
```

```
   1 1   11111111 00
    1 | 01111001.100   (–134 3/8)
 +
    1 | 10001110.100   (–113 3/8)
 ----------------------
    1 | 00001000.000
 +
                   1
 ----------------------
    1 | 00001000.001   (–247 6/8)
```

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ В ОБРАТНОМ КОДЕ

```
  00   011
   0 | 247.3  (+167 3/8)
 +
   0 | 123.5   (+83 5/8)
 ------------------
   0 | 373.0
 +
         0
 ------------------
   0 | 373.0    (+251)
```

```
  00   011
   1 | 571.4  (–134 3/8)
 +
   0 | 161.3  (+113 3/8)
 ------------------
   1 | 752.7
 +
         0
 ------------------
   1 | 752.7     (–21)
```

```
  11   111
   1 | 571.4  (–134 3/8)
 +
   1 | 616.4  (–113 3/8)
 ------------------
   1 | 410.0
 +
         1
 ------------------
   1 | 410.0  (–247 6/8)
```

```
  00   000
   1 | 410.1  (–247 6/8)
 +
   0 | 367.6    (–8 2/8)
 ------------------
   1 | 777.7
 +
         0
 ------------------
   1 | 777.7      (–0)
```

ПЕРЕПОЛНЕНИЕ РАЗРЯДНОЙ СЕТКИ ПРИ СЛОЖЕНИИ

$$
\begin{array}{r|ll}
 & 0111 & (+7) \\
+\,0 & 1100 & (+12) \\
\hline
1 & 0011 & (-13)
\end{array}
$$

Признаки переполнения при положительных операндах

$a_n| a_{n-1}\ldots a_1 a_0 a_{-1} a_{-2}\ldots a_m$ и $b_n| b_{n-1}\ldots b_1 b_0 b_{-1} b_{-2}\ldots b_m$:

$$(\overline{a_n}\,\overline{b_n}\,S_n)\text{или}(\overline{a_n}\,\overline{b_n}\,p_n),$$

где S_n – знаковый разряд суммы; p_n – перенос в знаковый разряд.

Признаки переполнения при отрицательных операндах:

$$(a_n b_n \overline{S_n})\text{или}(a_n b_n \overline{p_n}).$$

БУЛЕВЫ УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ВАРИАНТЫ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ ВЫЧИСЛЯЮЩИХ ПРИЗНАК ПЕРЕПОЛНЕНИЯ РАЗРЯДНОЙ СЕТКИ СУММЫ:

$$R = \overline{a_n}\,\overline{b_n}S_n + a_n b_n \overline{S_n},$$
$$R = \overline{a_n}\,\overline{b_n}p_n + a_n b_n \overline{p_n}.$$

Если R=1, то код суммы содержит ошибку.

УСТРАНЕНИЕ ОШИБКИ ПЕРЕПОЛНЕНИЯ РАЗРЯДНОЙ СЕТКИ ПРИ СЛОЖЕНИИ

При P=2

0	0111	(+7)
+ 0	0111	(+12)
1	0111	(–13)
0	10111	(+19)

1	1001	(–7)
+ 1	0100	(–12)
0	1101	(+13)
1	01101	(–19)

При P=16

0	B9	(+185)
+ 0	72	(+114)
1	2B	(–213)
0	12B	(+299)

1	47	(–185)
+ 1	8E	(–114)
0	D5	(+213)
1	ED5	(–299)

При P=10

0	87	(+87)	1	13	(–87)
+ 0	25	(+25)	+ 1	75	(–25)
1	12	(–88)	0	88	(+88)
0	112	(+112)	1	888	(–112)

ВЫЧИТАНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ КОДЕ

$$
\begin{array}{cc|ll}
 & 0 & 10100111.011 & (+167\ 3/8) \\
- & 0 & 01010011.101 & (+83\ 5/8) \\
\hline
 & 0 & 01010011.110 & (+83\ 6/8)
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cc|ll}
 & 1 & 01111001.101 & (-134\ 3/8) \\
- & 0 & 01110001.011 & (+113\ 3/8) \\
\hline
 & 1 & 00001000.010 & (-247\ 6/8)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc|ll}
 & 1 & 01111001.101 & (-134\ 3/8) \\
- & 1 & 10001110.101 & (-113\ 3/8) \\
\hline
 & 1 & 11101011.000 & (-21)
\end{array}
$$

ВЫЧИТАНИЕ ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНЫХ ЧИСЕЛ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ КОДЕ

$$
\begin{array}{rr|cl}
 & 0 & \mathrm{A7.6} & (+167\ 6/16) \\
- & 0 & \mathrm{53.A} & (+83\ 10/16) \\
\hline
 & 0 & \mathrm{53.C} & (+83\ 12/16)
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr|cl}
 & 1 & \mathrm{79.A} & (-134\ 6/16) \\
- & 0 & \mathrm{71.6} & (+113\ 6/16) \\
\hline
 & 1 & \mathrm{08.4} & (-247\ 12/16)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rr|cl}
 & 1 & \mathrm{79.A} & (-134\ 6/16) \\
- & 1 & \mathrm{8E.A} & (-113\ 6/16) \\
\hline
 & 1 & \mathrm{08.4} & (-21)
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr|cl}
 & 1 & \mathrm{08.4} & (-247\ 12/16) \\
- & 1 & \mathrm{F7.C} & (-8\ 4/16) \\
\hline
 & 1 & \mathrm{00.0} & (-239\ 8/16)
\end{array}
$$

Знаковые разряды вычитаются по правилам вычитания в двоичной системе счисления.

ВЫЧИТАНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ В ОБРАТНОМ КОДЕ

$$
\begin{array}{rl|ll}
 & 0\;0 & 10100111\;00 & \\
 & 0 & 10100111.011 & (+167\ 3/8) \\
- & 0 & 01010011.101 & (+83\ 5/8) \\
\hline
 & 0 & 01010011.110 & \\
- & & \rightarrow 0 & \\
\hline
 & 0 & 01010011.110 & (+83\ 6/8)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl|ll}
 & 0\;0 & 00000000\;11 & \\
 & 1 & 01111001.100 & (-134\ 3/8) \\
- & 0 & 01110001.011 & (+113\ 3/8) \\
\hline
 & 1 & 00001000.001 & \\
- & & \rightarrow 0 & \\
\hline
 & 1 & 00001000.001 & (-247\ 6/8)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl|ll}
 & 1\;1 & 00011100\;00 & \\
 & 1 & 01111001.100 & (-134\ 3/8) \\
- & 1 & 10001110.100 & (-113\ 3/8) \\
\hline
 & 1 & 11101011.000 & \\
- & & \rightarrow 1 & \\
\hline
 & 1 & 11101010.111 & (-21)
\end{array}
$$

ПЕРЕПОЛНЕНИЕ РАЗРЯДНОЙ СЕТКИ ПРИ ВЫЧИТАНИИ

Если знак уменьшаемого 0, а вычитаемого 1, то признак переполнения можно описать выражениями:

$$\overline{a_n} b_n d_n \text{ или } \overline{a_n} b_n \overline{u_n},$$

где d_n – знаковый разряд разности; u_n – заём из знакового разряда.

Если знак уменьшаемого 1, а вычитаемого 0, то признак переполнения описывается выражениями:

$$a_n \overline{b_n d_n} \text{ или } a_n \overline{b_n} u_n.$$

Признак переполнения при вычитании описывается уравнениями:

$$R = \overline{a_n} b_n d_n + a_n \overline{b_n d_n},$$
$$R = \overline{a_n} b_n \overline{u_n} + a_n \overline{b_n} u_n.$$

УСТРАНЕНИЕ ОШИБКИ ПЕРЕПОЛНЕНИЯ РАЗРЯДНОЙ СЕТКИ ПРИ ВЫЧИТАНИИ

```
 1 0   00110001 00
   0 | 10100111.011   (+167 3/8)
 –
   1 | 10001110.101   (–113 3/8)
 ---------------------
   1 | 00011000.110   (–231 2/8)

 0 | 100011000.110    (+280 6/8)
```

```
 0 1   00001100 10
   1 | 01111001.101   (–134 3/8)
 –
   0 | 10100111.011   (+167 3/8)
 ---------------------
   0 | 11010010.010   (+162 2/8)

 1 | 011010010.010    (–301 6/8)
```

УМНОЖЕНИЕ В ПРЯМОМ КОДЕ

$$
\begin{array}{r|l}
0 & 1101.01 \\
\times\ 1 & 1011.10 \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
000000 \\
110101 \\
110101 \\
+\quad 110101 \\
000000 \\
110101 \\
\hline
\end{array}
$$

$$
1\,|\,10011000.0110
$$

УМНОЖЕНИЕ БЕЗ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПРЯМОЙ КОД С ВВЕДЕНИЕМ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ПОПРАВОК В РЕЗУЛЬТАТ

ПРИ X<0, Y≥0

Количественный эквивалент кода значащих разрядов произведения при умножении по правилам прямого кода

$$(P^n - |X|)|Y| = P^n|Y| - |XY|. \quad (1)$$

Количественный эквивалент значащих разрядов дополнительного кода произведения должен быть равен

$$P^{2n+1} - |XY|. \quad (2)$$

Количественный эквивалент ошибки

$$(P^{2n+1} - |XY|) - (P^n|Y| - |XY|) = P^n(P^{n+1} - |Y|). \quad (3)$$

ПРИ X≥0, Y<0

Количественный эквивалент ошибки

$$P^n(P^{n+1} - |X|).$$

УМНОЖЕНИЕ БЕЗ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПРЯМОЙ КОД С ВВЕДЕНИЕМ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ПОПРАВОК В РЕЗУЛЬТАТ

ПРИ X<0, Y<0

Количественный эквивалент кода значащих разрядов произведения при умножении по правилам прямого кода

$$(P^n - |X|)(P^n - |Y|) = P^{2n} - P^n|X| - P^n|Y| + |X||Y|. \quad (4)$$

Количественный эквивалент значащих разрядов дополнительного кода произведения должен быть равен

$$|X||Y|.$$

Количественный эквивалент ошибки

$$|X||Y| - (P^{2n} - P^n|X| - P^n|Y| + |X||Y|) = P^n|X| + P^n|Y| - P^{2n}. \quad (5)$$

УМНОЖЕНИЕ БЕЗ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПРЯМОЙ КОД С ВВЕДЕНИЕМ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ПОПРАВОК В РЕЗУЛЬТАТ

ПРИ X<0, Y≥0

Коррекция произведения (1)+(3)

$$(P^n - |X|)|Y| + P^n(P^{n+1} - |Y|) = P^{2n+1} - |XY|.$$

ПРИ X<0, Y<0

Коррекция произведения (4)+(5)

$$(P^{2n} - P^n|X| - P^n|Y| + |X||Y|) + (P^n|X| + P^n|Y| - P^{2n}) = |X||Y|.$$

УМНОЖЕНИЕ БЕЗ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПРЯМОЙ КОД С ВВЕДЕНИЕМ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ПОПРАВОК В РЕЗУЛЬТАТ

$X=\pm 910{,}24$; $Y=\pm 800{,}13$ $\qquad\qquad$ $XY=\pm 728310{,}3312$

Здесь $n=3$

$$
\begin{array}{r|l}
0 & 910.24 \\
\times\ 1 & 199.87 \\
\hline
\multicolumn{2}{r}{181929.6688} \\
+\ \multicolumn{2}{l}{9089760} \\
\hline
1 & 9271689.6688
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
1 & 089.76 \\
\times\ 0 & 800.13 \\
\hline
\multicolumn{2}{r}{071819.6688} \\
+\ \multicolumn{2}{l}{9199870} \\
\hline
1 & 9271689.6688
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
1 & 089.76 \\
\times\ 1 & 199.87 \\
\hline
\multicolumn{2}{r}{017940.3312} \\
+ & 0910240 \\
 & 0800130 \\
- & 1 \\
\hline
0 & 0728310.3312
\end{array}
$$

$P^n(P^{n+1}-|X|=10^3(10^4-910.24)=9089760$

$P^n(P^{n+1}-|Y|=10^3(10^4-800.13)=9199870$

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕЛЕНИЯ

Различают:

- деление целых с вычислением целого частного и/или остатка;
- деление целых и действительных чисел с вычислением частного в заданном формате с фиксированной точкой;
- деление целых и действительных чисел с вычислением заданного количества значащих разрядов частного;
- деление целых и действительных чисел с вычислением заданного количества значащих разрядов частного с округлением результата.

Знак частного равен сумме по модулю 2 знаковых разрядов операндов.

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕЛЕНИЯ

ОСОБЫЕ СЛУЧАИ

X – делимое, Y – делитель, Z – частное, R – остаток

1. X=0; Y≠0. Результат Z=0 и R=0. Вопрос состоит в знаках результата
2. X ≠0; Y=0. Частное Z=∞ и не является конкретной числовой величиной. Открыт вопрос об остатке R и о знаках частного и остатка.
3. X=0; Y=0. Частное Z и остаток R не являются числовыми величинами.

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕЛЕНИЯ

Деление целых с вычислением целого частного Z и целого остатка R

[illegible] = [illegible] + [illegible],

причем [illegible] ≤ [illegible] – 1.

Например, 16:3=+5 и *R*=+1; 16:(–3)=–5 и *R*=+1; (–16):3=–5 и *R*=–1; (–16):(–3)=+5 и *R*=–1.

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕЛЕНИЯ

Деление целых и действительных чисел с вычислением частного в формате с фиксированной точкой

Погрешность определения частного *Z*:

[illegible] = [illegible]/[illegible] − [illegible] [illegible] $[\Delta_{макс}, \Delta_{мин}]$

Поэтому:

[illegible] = [illegible] + [illegible]Δ.

Так как:

ä[illegible]ä$_{макс}$ = ä[illegible]ä$_{макс}$ Tä[illegible]ä$_{мин}$

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕЛЕНИЯ

Деление целых и действительных чисел с вычислением заданного количества значащих разрядов частного

Например, при *l*=5 результат деления
15,3:(–17,1)=–0,89473684…
должен быть (*Z*=–89473; *i*=–5)

$$\Delta = [illegible] T [illegible],$$

где *R* – последний остаток от деления.

Справедливы отношения:

$$[illegible] = [illegible] + [illegible] \Delta = [illegible] + [illegible].$$

Модуль абсолютной погрешности частного

$$|\Delta| < [illegible]^{[illegible]},$$

где *P* – основание системы счисления;
i≠const – индекс младшего разряда частного, который определяется вычисляемым в процессе деления положением запятой в частном.

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕЛЕНИЯ

Максимальное значение модуля погрешности

$|\Delta|_{макс} \approx$ [illegible].

Относительная погрешность, приведенная к величине частного

[illegible] $\approx \Delta /$ [illegible].

Максимальное значение относительной погрешности

[illegible]$_{макс} \approx \Delta_{макс} /$ [illegible]$_{мин}$ $= |\Delta|_{макс} / |$[illegible]$|_{мин}$ $=$ [illegible] $/$ [illegible] $=$ [illegible].

Деление целых и действительных чисел с вычислением заданного количества значащих разрядов частного с округлением результата

Например, 53,253:2,4=53,253:2,400=53 253:2 400.

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕЛЕНИЯ

Деление прямых двоичных кодов операндов с вычислением прямых кодов частного и остатка

Делимое $X>0$ и делитель $Y>0$ двоичные n разрядные целые. Справедливо отношение

[illegible] = [illegible] + [illegible],

где Z – частное, индекс старшего значащего разряда которого не может превышать $n–1$;

R_m – остаток от деления X на Y;

m – индекс младшего разряда частного ($m \le n–1$).

Остаток должен удовлетворять условию $2^m(Y–1) \ge R_m \ge 0$.

ОПЕРАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕЛЕНИЯ

Правила для вычисления остатков и значений разрядов частного, начиная со старшего разряда $z_{n\text{-}1}$:

$$\square = \square\square - 1, \square\square - 2, \ldots, \square\square; \qquad (1)$$

$$\square\square_{\square} = \square\square; \qquad (2)$$

$$\square\square_{\square} = \begin{cases} 1 \text{ при } \square\square_{\square+1} - 2^{\square}\square\square \geq 0, \\ 0 \text{ при } \square\square_{\square+1} - 2^{\square}\square\square < 0; \end{cases} \qquad (3)$$

$$\square\square_{\square} = \square\square_{\square+1} - 2^{\square}\square\square\square\square_{\square}. \qquad (4)$$

ОПЕРАЦИЯ ОКРУГЛЕНИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Округление до нуля

Прямой код:

[illegible]$_{пр} = ($[illegible]$-1)^{[illegible]}$ [illegible] $+ (-1)^{[illegible]}$ [illegible]; [illegible] $\{0,1\}$.

[illegible]$_{про} = (-1)^{[illegible]}$ [illegible].

$\Delta_{про} = (-1)^{[illegible]}$ [illegible].

$$0 \le |\Delta_{про}| < P^k$$

ОПЕРАЦИЯ ОКРУГЛЕНИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Округление до нуля

Обратный код:

$$\boxtimes\boxtimes_{\text{обр}} = -\boxtimes\boxtimes_{\boxtimes}\boxtimes\boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes} - \boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes}\boxtimes + \sum_{\boxtimes\boxtimes}^{\boxtimes\boxtimes-1} \boxtimes\boxtimes_{\boxtimes\boxtimes}\boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes}.$$

$$\boxtimes\boxtimes_{\text{обро}} = -\boxtimes\boxtimes_{\boxtimes\boxtimes}\boxtimes\boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes} - \boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes}\boxtimes + \sum_{\boxtimes\boxtimes}^{\boxtimes\boxtimes-1} \boxtimes\boxtimes_{\boxtimes\boxtimes}\boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes}.$$

$$\Delta_{\text{обро}} = \boxtimes\boxtimes_{\text{обр}} - \boxtimes\boxtimes_{\text{обро}} = -\boxtimes\boxtimes_{\boxtimes\boxtimes}\boxtimes\boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes} - \boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes}\boxtimes + \sum_{\boxtimes\boxtimes}^{\boxtimes\boxtimes-1} \boxtimes\boxtimes_{\boxtimes\boxtimes}\boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes}.$$

$$0 \le |\Delta_{\text{обро}}| < P^k$$

ОПЕРАЦИЯ ОКРУГЛЕНИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Округление до нуля

Дополнительный код:

$$[\text{illegible}]_{\text{доп}} = -[\text{illegible}] + [\text{illegible}]_{[\text{illegible}]}^{[\text{illegible}]-1} [\text{illegible}].$$

$$[\text{illegible}]_{\text{допо}} = -[\text{illegible}] + [\text{illegible}]_{[\text{illegible}]}^{[\text{illegible}]-1} [\text{illegible}].$$

$$\Delta_{\text{допо}} = [\text{illegible}]_{\text{доп}} - [\text{illegible}]_{\text{допо}} = [\text{illegible}]_{[\text{illegible}]}^{[\text{illegible}]-1} [\text{illegible}].$$

ОПЕРАЦИЯ ОКРУГЛЕНИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

$$
\begin{array}{ccccccc}
\text{A} & & \text{B} & & \text{C} & \text{D} & & \text{E} \\
1\,|\,2.43470_{\text{пр}} & = & 1\,|\,7.56529_{\text{обр}} & = & 1\,|\,7.56530_{\text{доп}} & 1\,|\,2.43000_{\text{пр}} & = & 1\,|\,7.57000_{\text{доп}} \\
1\,|\,2.43_{\text{пр}} & = & 1\,|\,7.56_{\text{обр}} & \neq & 1\,|\,7.56_{\text{доп}} & 1\,|\,2.43_{\text{пр}} & = & 1\,|\,7.57_{\text{доп}} \\
 & & & + & 1 & & & \\
\hline
 & & & & 1\,|\,7.57_{\text{доп}} & & &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccc}
\text{F} & & \text{G} & & \text{H} & \text{I} \\
1\,|\,1.10011_{\text{пр}} & = & 1\,|\,0.01100_{\text{обр}} & = & 1\,|\,0.01101_{\text{доп}} & 1\,|\,0.010_{\text{доп}} \\
1\,|\,1.10_{\text{пр}} & = & 1\,|\,0.01_{\text{обр}} & \neq & 1\,|\,0.01_{\text{доп}} & 1\,|\,0.01_{\text{доп}} \\
 & & & + & 1 & \\
\hline
 & & & & 1\,|\,0.10_{\text{доп}} &
\end{array}
$$

Сложение в двоично-десятичном коде

Xi – цифра *i*-го разряда 1-го слагаемого, ***Yi*** – цифра *i*-го разряда 2-го слагаемого, ***Pi*** – перенос из (*i* – 1)-го разряда в *i*-ый разряд

Сложение в двоично-десятичном коде

1. Если ***Xi*** + ***Yi*** + ***Pi*** < 10, то суммы по модулю 10 и 16 совпадают и коррекция результата не нужна.

$$
\begin{array}{rr}
 & 0110 \\
 & +\,0010 \\
\hline
\text{Сумма} & 1000 \\
\text{Коррекция} & \text{———} \\
\text{Результат} & 1000
\end{array}
$$

Сложение в двоично-десятичном коде

2. Если $X_i + Y_i + P_i \geq 16$, то при первом сложении сумму необходимо скорректировать на +6.

$$\begin{array}{rr} & 1 \\ & 1000 \\ + & 1001 \\ \hline \text{Сумма} & 0001 \\ \text{Коррекция} & 0110 \\ \hline \text{Результат} & 0111 \end{array}$$

Сложение в двоично-десятичном коде

3. Если 10 ≤ $\boldsymbol{Xi}$ + $\boldsymbol{Yi}$ + $\boldsymbol{Pi}$ < 16, то необходима коррекция на +6 из-за превышения допустимого значения суммы.

	1	
		0110
	+	0111
Сумма		1101
Коррекция		0110
Результат	1	0011

Сложение в двоично-десятичном коде

Сложить 184_{10} и 298_{10}

$$
\begin{array}{rccc}
 & 0001 & 1000 & 0100 \\
+ & & & \\
 & 0010 & 1001 & 1000 \\
\hline
 & 0100 & 0001 & 1100 \\
+ & & & \\
 & 0000 & 0110 & 0110 \\
\hline
 & 0100 & 1000 & 0010
\end{array}
$$

Сложение в двоично-десятичном коде

Сложить 475_{10} и 829_{10}

		0100	0111	0101
+		1000	0010	1001
		1100	1001	1110
+		0110	0000	0110
	0001	0010	1010	0100
+	0000	0000	0110	0000
	0001	0011	0000	0100

Сложение в двоично-десятичном коде

Сложение 184_{10} и 298_{10} с предварительной коррекцией

$$
\begin{array}{rccc}
 & 0001 & 1000 & 0100 \\
+ & 0110 & 0110 & 0110 \\
\hline
 & 0111 & 1110 & 1010 \\
+ & 0010 & 1001 & 1000 \\
\hline
 & 1010 & 1000 & 0010 \\
- & 0110 & 0000 & 0000 \\
\hline
 & 0100 & 1000 & 0010
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rccc}
 & 0001 & 1000 & 0100 \\
+ & 0110 & 0110 & 0110 \\
\hline
 & 0111 & 1110 & 1010 \\
+ & 0010 & 1001 & 1000 \\
\hline
 & 1010 & 1000 & 0010 \\
+ & 1010 & 0000 & 0000 \\
\hline
 & 0100 & 1000 & 0010
\end{array}
$$

Сложение в двоично-десятичном коде

Сложить 184_{10} и 298_{10}

$$
\begin{array}{cccc}
 & 1\ \text{Е} & 1\ \text{И} & \\
 & 0001 & 1000 & 0100 \\
+ & & & \\
 & 0010 & 1001 & 1000 \\
\hline
 & 0100 & 0010 & 1100 \\
+ & & & \\
 & 0000 & 0110 & 0110 \\
\hline
 & 0100 & 1000 & 0010
\end{array}
$$

Вычитание в двоично-десятичном коде

Вычитание 615_{10} и 396_{10}

$$
\begin{array}{rccc}
 & 0110 & 0001 & 0101 \\
- & 0011 & 1001 & 0110 \\
\hline
 & 0010 & 0111 & 1111 \\
- & 0000 & 0110 & 0110 \\
\hline
 & 0010 & 0001 & 1001
\end{array}
$$

Вычитание в двоично-десятичном коде

Вычитание 124_{10} и 381_{10}

$$
\begin{array}{rcccc}
 & 0011 & 1000 & 0001 & \\
- & 0001 & 0010 & 0100 & \\
\hline
 & 0010 & 0101 & 1101 & \\
- & 0000 & 0000 & 0110 & \\
\hline
 & 0010 & 0101 & 0111 & \color{red}{1101}
\end{array}
$$

Алгебраическое сложение в ДДК с использованием дополнительного кода

Операция определения дополнений до 9 к цифрам числа в тетрадах:

$$Di = 9 - Xi = 9 + 6 - (Xi + 6)$$
$$= 15 - (Xi + 6)$$

где ***Di*** – дополнение до 9 к цифре ***i***-й тетрады числа;

Xi – цифра i-й тетрады числа.

Алгебраическое сложение в ДДК с использованием дополнительного кода

$$X = -836_{10} = -(1000000110110)_{2-10} \to (1100000110110)_{\text{пр}}.$$

$$
\begin{array}{rcccc}
 & 1 & 1000 & 0011 & 0110 \\
+ & & 0110 & 0110 & 0110 \\
\hline
 & 1 & 1110 & 1001 & 1100
\end{array}
$$

$$X_{\text{ОБР}} = 1 \quad 0001 \quad 0110 \quad 0011$$

Алгебраическое сложение в ДДК с использованием дополнительного кода

$$X_{\text{доп}} = 1 \quad 0001 \quad 0110 \quad 0100$$

$$Y = +298_{10} = +(001010011000)_{2-10} \rightarrow (0001010011000)_{\text{пр}}.$$

$X_{\text{доп}}$	1	0001	0110	0100
+ $Y_{\text{пр}}$	0	0010	1001	1000
	1	0011	1111	1100
			0110	0110
$(X_{\text{доп}} + Y_{\text{пр}})_{\text{доп}}$	1	0100	0110	0010

Алгебраическое сложение в ДДК с использованием дополнительного кода

$(X_{доп} + Y_{пр})_{доп}$	1	0100	0110	0010
+ Коррект. поправка	0	0110	0110	0110
Сумма	1	1010	1100	1000
Инверсия	1	0101	0011	0111
+	0	0000	0000	0001
Результат	1	0101	0011	1000

Модифицированные коды

$2 + 1 = 3$

$$\begin{array}{r} 0010 \\ +\;0001 \\ \hline \underbrace{00}11 \end{array}$$

$-3 - 1 = -4$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ +\;1111 \\ \hline \underbrace{11}00 \end{array}$$

– знаковые – разряды

В этих примерах переполнения нет

$2 + 2 = 4$

$$\begin{array}{r} 0010 \\ +\;0010 \\ \hline \underbrace{01}10 \end{array}$$

$-3 - 2 = -5$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ +\;1110 \\ \hline \underbrace{10}11 \end{array}$$

– знаковые – разряды

В этих примерах переполнение есть