Метрология, стандартизация и сертификация

Калеев Дмитрий Вячеславович
кафедра ВТ

Лекции 10
«Обработка косвенных измерений»

National Research University
of Electronic Technology (MIET)

Косвенные измерения – определением искомого значения физической величины на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной.

МИ 2083-90 ГСИ. ИЗМЕРЕНИЯ КОСВЕННЫЕ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИИ И ОЦЕНИВАНИЕ ИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

1. Косвенные измерения при линейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения;

2. Косвенные измерения при нелинейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения;

3. Косвенные измерения при нелинейной зависимости и коррелированных погрешностях измерений аргументов с неизвестным законом распределения.

Косвенные измерения при линейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения

$$A = b_1 a_1 + b_2 a_2 + \ldots + b_m a_m$$

$$b_1 = \text{const}, b_2 = \text{const}, \ldots, b_m = \text{const}$$

Результат косвенных измерений:

$$\overline{A} = \sum_{i=1}^{m} b_i \overline{a}_i$$, где $$\overline{a}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij}$$

СКО результата косвенных измерений:

$$S\left(\overline{A}\right) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} b_i^2 S^2\left(\overline{a}_i\right)}$$, где $$S\left(\overline{a}_i\right) = \sqrt{\frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} \left(a_{ij} - \overline{a}_i\right)^2}$$

Косвенные измерения при линейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения

Доверительные границы случайной погрешности косвенных измерений:

$$\varepsilon(P) = t_P S(\overline{A})$$

$$df = \frac{\left(\sum_{i=1}^{m} b_i^2 S^2(\overline{a}_i)\right) - 2\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{b_i^4 S^4(\overline{a}_i)}{(n_i+1)}\right)^2}{\sum_{i=1}^{m} \frac{b_i^4 S^4(\overline{a}_i)}{(n_i+1)}}$$

Косвенные измерения при линейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения

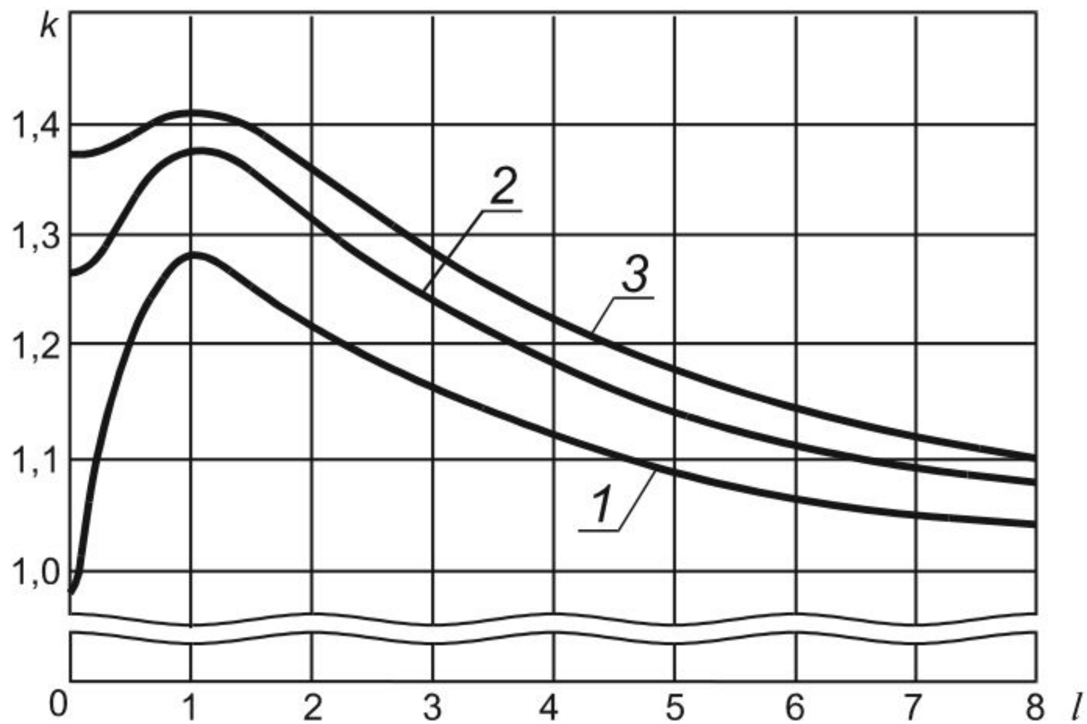
Границы НСП аргументов косвенных измерений, заданных своими границами:

$$\Theta(P) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m} b_i^2 \Theta_i^2}$$

P	k		
0,9	0,95		
0,95	1,1		
0,99	?	?	?

Косвенные измерения при линейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения

Границы НСП аргументов косвенных измерений, заданных своими границами:



$$b_1\Theta_1 \le b_2\Theta_2 \le b_3\Theta_3 \le b_4\Theta_4$$

$$l_i = \frac{b_{i+1}\Theta_{i+1}}{b_i\Theta_i}$$

$$\max(k_i)$$

Косвенные измерения при линейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения

Границы НСП аргументов косвенных измерений, заданных своими доверительными границами:

$$\Theta(P) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m} b_i^2 \frac{\Theta_i^2(P)}{k_i^2}}$$

Значение Θ/ε	Погрешность результата измерения Δ(P)
$\Theta/\varepsilon < 0{,}8$	$\varepsilon(P)$
$0{,}8 < \Theta/\varepsilon \le 8$	$D(P) = K[\Theta(P) + \varepsilon(P)]$
$\Theta/\varepsilon > 8$	$\Theta(P)$

Косвенные измерения при нелинейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения

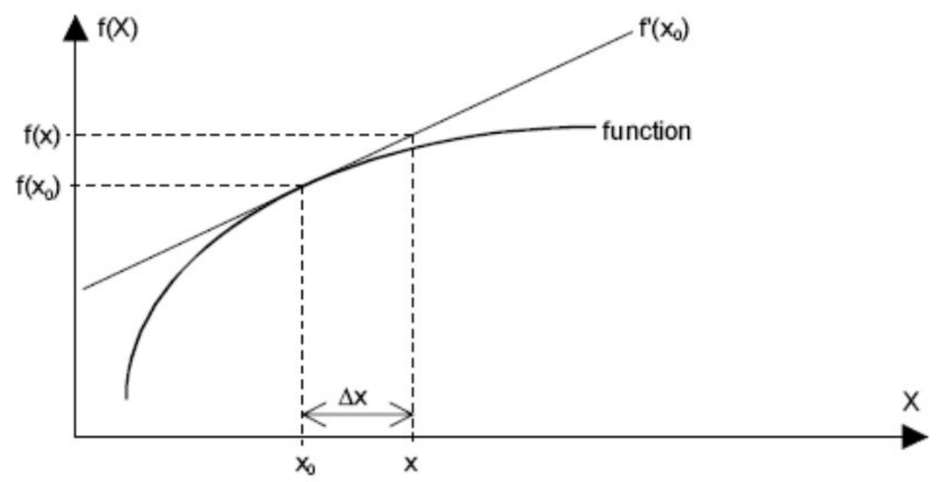
$$A = f(a_1, a_2, ..., a_m)$$

$$f(a_1, a_2, ..., a_m) = f(\overline{a}_1, \overline{a}_2, ..., \overline{a}_m) + \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial a_i} \Delta_i + R$$

$$R = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial^2 f}{\partial a_i \partial a_j} \left(\Delta_i \cdot \Delta_j \right)$$

$$\max\left(\Delta_i\right)$$

$$R < 0{,}8 \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2 \cdot S^2\left(\overline{a}_i\right)}$$



Косвенные измерения при нелинейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения

Результат косвенных измерений:

$$\overline{A} = f\left(\overline{a}_1, \overline{a}_2, \ldots, \overline{a}_m\right)$$

СКО результата косвенных измерений:

$$S\left(\overline{A}\right) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial a_i}\right)^2 S^2\left(\overline{a}_i\right)}$$

Доверительные границы случайной погрешности:

$$\varepsilon(P) = t_P S\left(\overline{A}\right)$$

$$b_i = \left(\frac{\partial f}{\partial a_i}\right)$$

$$df = \frac{\left(\sum_{i=1}^{m} b_i^2 S^2\left(\overline{a}_i\right)\right) - 2\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{b_i^4 S^4\left(\overline{a}_i\right)}{\left(n_i + 1\right)}\right)^2}{\sum_{i=1}^{m} \frac{b_i^4 S^4\left(\overline{a}_i\right)}{\left(n_i + 1\right)}}$$

Косвенные измерения при нелинейной зависимости и коррелированных погрешностях измерений аргументов с неизвестным законом распределения

$$\overline{A} = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} A_i \qquad S_{\overline{A}} = \sqrt{\frac{1}{L(L-1)}\sum_{i=1}^{L}(A_i - \overline{A})^2}$$

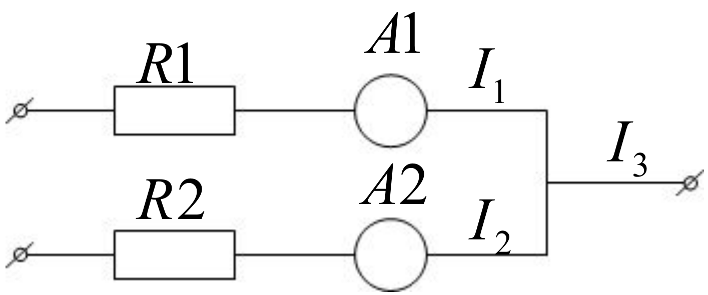
$$\left|\frac{\tilde{r}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\tilde{r}^2}}\right| < t_P$$

Коэффициент корреляции:

$$\tilde{r} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}\right)\left(y_i - \overline{Y}\right)}{n\tilde{\sigma}_X\tilde{\sigma}_Y}$$

Задача

Косвенные измерения при линейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения



$\bar{I}_1 = 0,263\,A;$

$n_1 = 30;$

$\varepsilon_1(P) = 0,012\,A;$

$\Theta_1(P) = 0,053\,A.$

$\bar{I}_2 = 1,125\,A;$

$n_2 = 30;$

$\varepsilon_2(P) = 0,005\,A;$

$\Theta_2(P) = 0,012\,A.$

Косвенные измерения при нелинейной зависимости и некоррелированных погрешностях измерений аргументов с нормальным законом распределения

Вольтметр класса точности 0,5, предел измерения 30 В;

Амперметр класса точности 1,0;

Нормальные условия.

Параметры	Номер измерения			
	1	2	3	4
U, В	18,0	20,5	19,8	21,2
I, мА	530	610	590	630
R, Ом	33,9623	33,6066	33,5593	33,6508

Источники

1. Основы метрологии. Бурдун Г.Д.
2. Основы метрологии и электрические измерения. Душин Е.М.
3. Метрология. Теория измерений. Жуков В.К.
4. Погрешности измерений. Рабинович С.Г.