



Метрология, стандартизация и сертификация

Калеев Дмитрий Вячеславович
кафедра ВТ

Лекции 8
«Класс точности СИ. Экспериментальное нормирование
инструментальной погрешности»



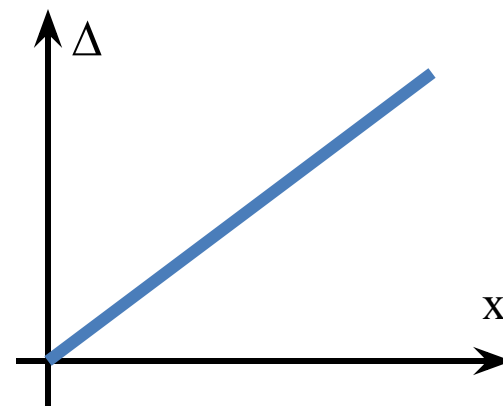
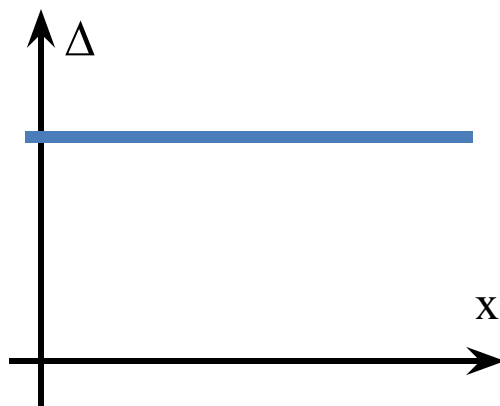


Абсолютная погрешность

$$\Delta = \Delta_{os}$$

$$\overset{o}{\Delta}_o = 0$$

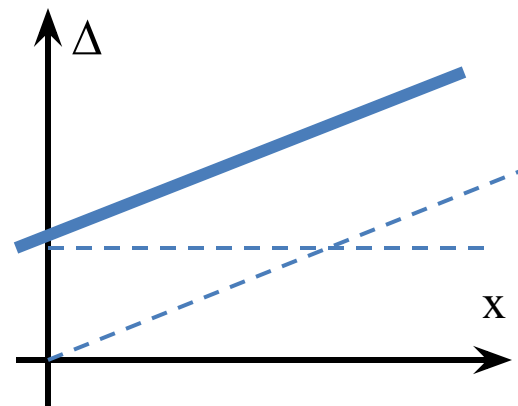
$$\overset{o}{\Delta}_H = 0$$

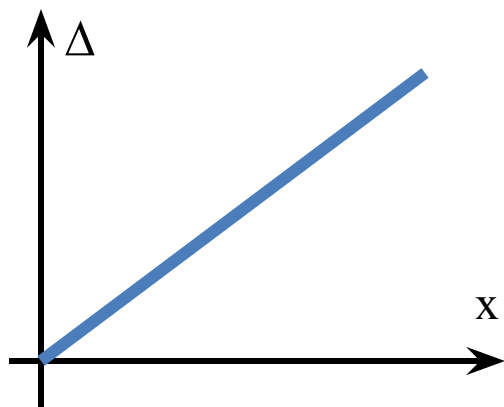


$$x_d = \{x_{d1}, x_{d2}, \dots, x_{dm}\}$$

$$x_H = \{x_{H1}, x_{H2}, \dots, x_{Hm}\}$$

$$\Delta x = \{\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_m\}$$





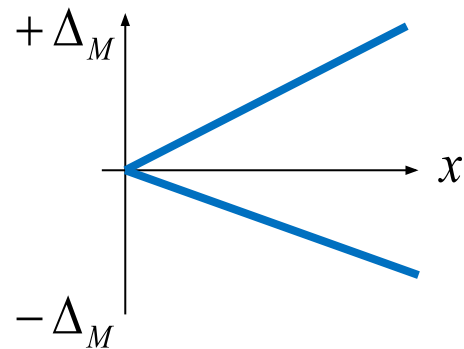
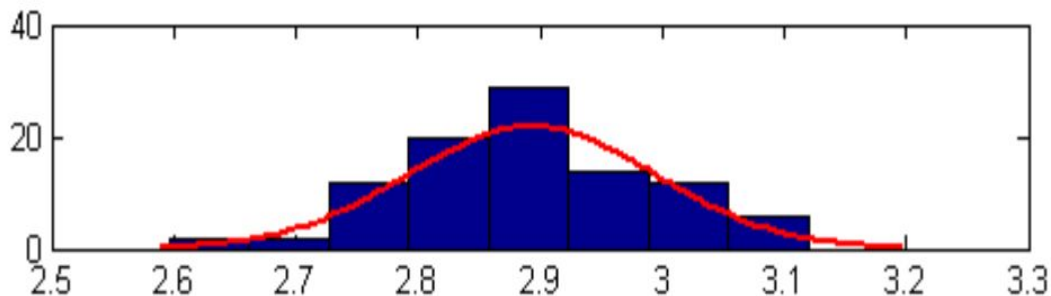
$$\Delta x = b x_{\text{д}}$$

Для N приборов
абсолютная погрешность:

$$\Delta x = \{b_1 x_{\text{д}}, b_2 x_{\text{д}}, \dots, b_n x_{\text{д}}\}$$

Коэф. наклона – случайная величина

$$b = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$$



$$\bar{b} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n b_j = 0$$



$$\sigma_b = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n b_j^2}$$

$$b_{\max} = \pm k \sigma_b$$

Границы предельной
абсолютной погрешности:

$$\Delta x_{\max} = \pm k \sigma_b x_{\text{д}}$$

Предельное значение
относительной погрешности:

$$\delta_{\max} = \pm k \sigma_b$$

Нормативная документация

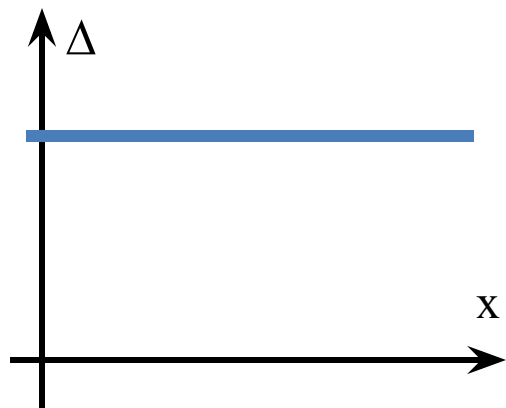
$1 \cdot 10^n; 1,5 \cdot 10^n; (1,6 \cdot 10^n); 2 \cdot 10^n;$
 $2,5 \cdot 10^n; (3 \cdot 10^n); 4 \cdot 10^n; 5 \cdot 10^n; 6 \cdot 10^n;$
 $n = 1, 0, -1, -2 \dots$



Если $k = 1$, тогда $P = 0,683$

Если $k = 2$, тогда $P = 0,955$

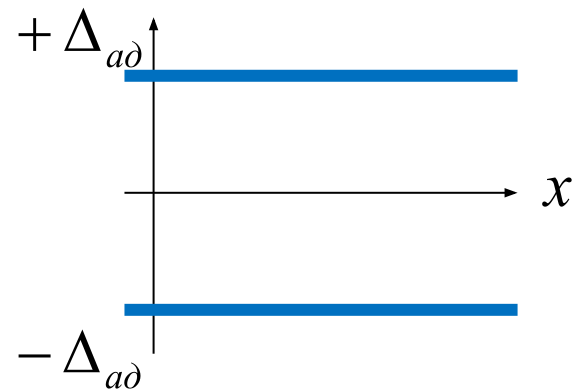
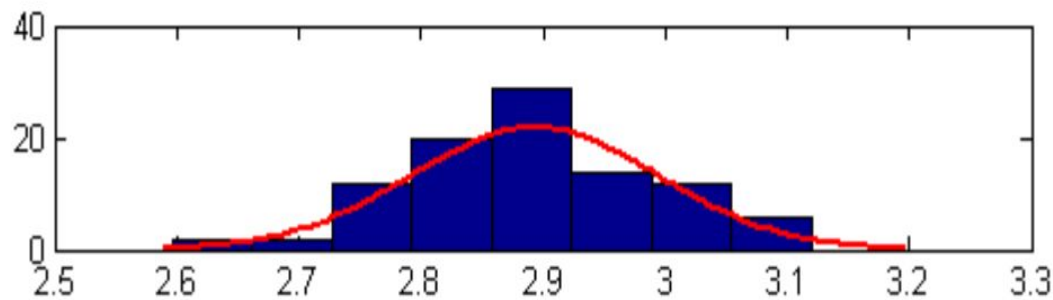
$$\Delta x_{\max} = \pm k \sigma_b x_{\text{д}}$$



Для N приборов
абсолютная погрешность:

$$\Delta x = a = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Коэф. наклона – случайная величина



$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_j = 0$$



$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n a_j^2}$$

Границы предельной
абсолютной погрешности:

$$\Delta x_{\max} = a_{\max} = \pm k \sigma_a$$

Предельное значение
Приведенной погрешности:

$$\gamma_{\max} = \pm \frac{a_{\max}}{x_k}$$

Нормативная документация

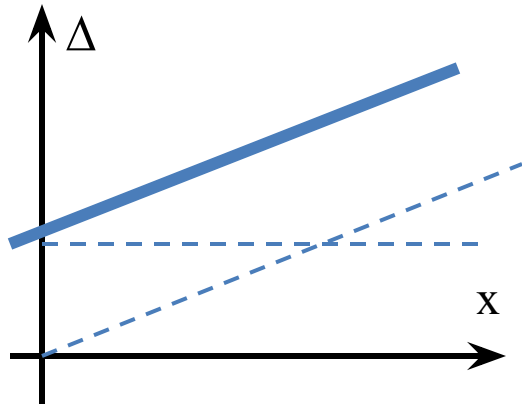
$1 \cdot 10^n; 1,5 \cdot 10^n; (1,6 \cdot 10^n); 2 \cdot 10^n;$
 $2,5 \cdot 10^n; (3 \cdot 10^n); 4 \cdot 10^n; 5 \cdot 10^n; 6 \cdot 10^n;$
 $n = 1, 0, -1, -2 \dots$

N

Если $k = 1$, тогда $P = 0,683$

Если $k = 2$, тогда $P = 0,955$

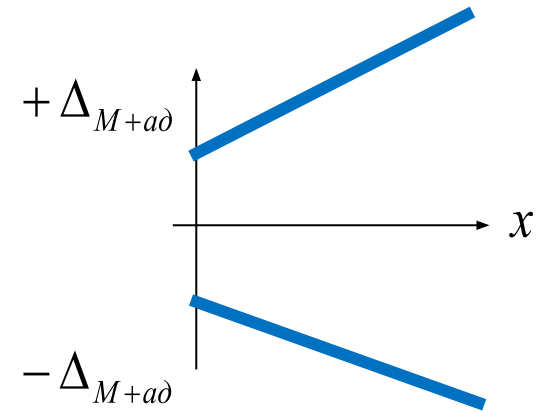
$$\Delta x_{\max} = a_{\max} = \pm k \sigma_a$$



$$\Delta x_j = a_j + b_j x_{\text{Д}}$$

$$-\Delta_{a\partial} < a_j < \Delta_{a\partial}$$

$$-\Delta_M < b_j < \Delta_M$$



$$a_{\text{max}} = \pm k \sigma_a \quad b_{\text{max}} = \pm k \sigma_b \quad \Delta x_{\text{max}} = a_{\text{max}} + b_{\text{max}} x_{\text{Д}}$$

$$\delta_{\text{max}} = \frac{\Delta x_{\text{max}}}{x_{\text{Д}}} \cdot 100 = \frac{a_{\text{max}} + b_{\text{max}} x_{\text{Д}}}{x_{\text{Д}}} 100 = c + d \left(\frac{x_{\text{К}}}{x_{\text{Д}}} - 1 \right)$$



$$\Delta x_{\max} = a_{\max} + b_{\max} x_{\text{д}}$$

При $x_{\text{д}} = 0$: $\Delta x_{\max} = a_{\max}$

Для N приборов: $x_{\text{и}} = \{x_{\text{и}1}, x_{\text{и}2}, \dots, x_{\text{и}n}\}$

$$\Delta x_{0j} = x_{\text{и}j} - x_{\text{д}} = x_{\text{и}j}$$

$$\Delta x_0 = \{\Delta x_{01}, \Delta x_{02}, \dots, \Delta x_{0n}\}$$

$$\sigma[\Delta x_0] = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n \Delta x_{0j}^2}$$

$$\Delta x_{0\max} = k\sigma[\Delta x_0] = a_{\max}$$



$$\Delta x_{\max} = a_{\max} + b_{\max} x_{\text{д}}$$

При $x_{\text{д}}$: $\Delta x_{\text{д}j} = x_{\text{и}j} - x_{\text{д}} = a_j + b_j x_{\text{д}}$

$$\sigma[\Delta x_{\text{д}}] = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n \Delta x_{\text{д}j}^2}$$

$$\Delta x_{\text{д}\max} = k \sigma[\Delta x_{\text{д}}]$$

$$b_{\max} = \frac{\Delta x_{\text{д}\max} - a_{\max}}{x_{\text{д}}}$$



При $x_{\text{д}} = x_{\text{дmax}} = x_{\text{к}}$:

$$\frac{a_{\text{max}} + b_{\text{max}} x_{\text{к}}}{x_{\text{к}}} \cdot 100 = c$$

$$\frac{a_{\text{max}} + b_{\text{max}} x_{\text{д}}}{x_{\text{д}}} \cdot 100 = \frac{a_{\text{max}} + b_{\text{max}} x_{\text{к}}}{x_{\text{к}}} \cdot 100 + d \left(\frac{x_{\text{к}}}{x_{\text{д}}} - 1 \right)$$

$$d = \frac{a_{\text{max}}}{x_{\text{к}}} \cdot 100$$

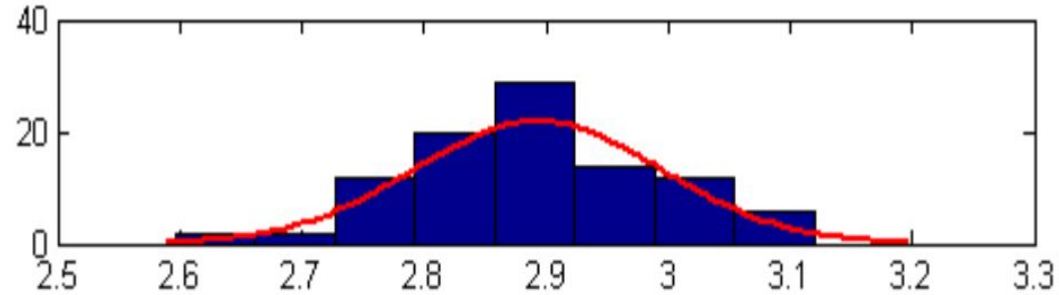
$$\Delta x_{\text{max}} = a_{\text{max}} + b_{\text{max}} x_{\text{д}}$$



Для j -го прибора проведем многократные измерения величины X_D (к штук):

$$x_{и} = \{x_{и1}, x_{и2}, \dots, x_{ик}\}$$

$$\overset{o}{\Delta} = \left\{ \overset{o}{\Delta}_1, \overset{o}{\Delta}_2, \dots, \overset{o}{\Delta}_k \right\}$$



$$\bar{\Delta}_j = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \overset{o}{\Delta}_i \quad \sigma_j \left[\overset{o}{\Delta} \right] = \sqrt{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k \left(\overset{o}{\Delta}_i - \bar{\Delta}_j \right)^2}$$

$$\sigma \left[\overset{o}{\Delta} \right] = \left\{ \sigma_1 \left[\overset{o}{\Delta} \right], \sigma_2 \left[\overset{o}{\Delta} \right], \dots, \sigma_n \left[\overset{o}{\Delta} \right] \right\}$$

$$\bar{\sigma} \left[\overset{o}{\Delta} \right] = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_j \left[\overset{o}{\Delta} \right] \quad \Delta_o = \pm k \bar{\sigma} \left[\overset{o}{\Delta} \right] \quad \Delta_o = \sqrt{\Delta_{os}^2 + \overset{o}{\Delta}_o^2}$$



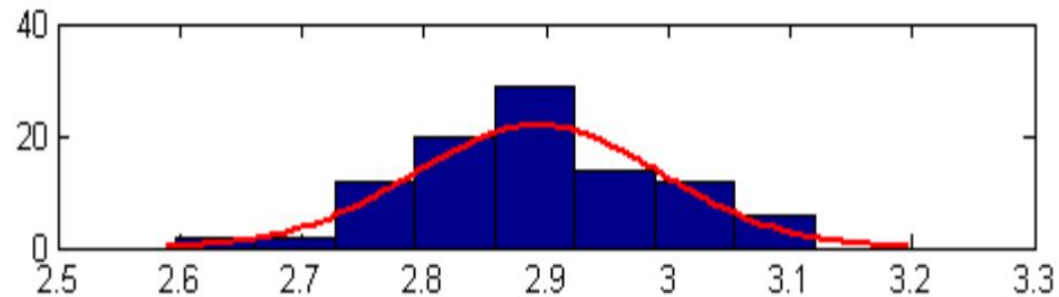
Для j -го прибора проведем многократные измерения величины x_d (k штук) при подходе снизу:

$$x_{ni} = \{x_{ni1}, x_{ni2}, \dots, x_{nik}\}$$

$$\bar{x}_{nj} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_{ni}$$

$$\Delta_{nj} = \{\Delta_{nj1}, \Delta_{nj2}, \dots, \Delta_{njk}\}$$

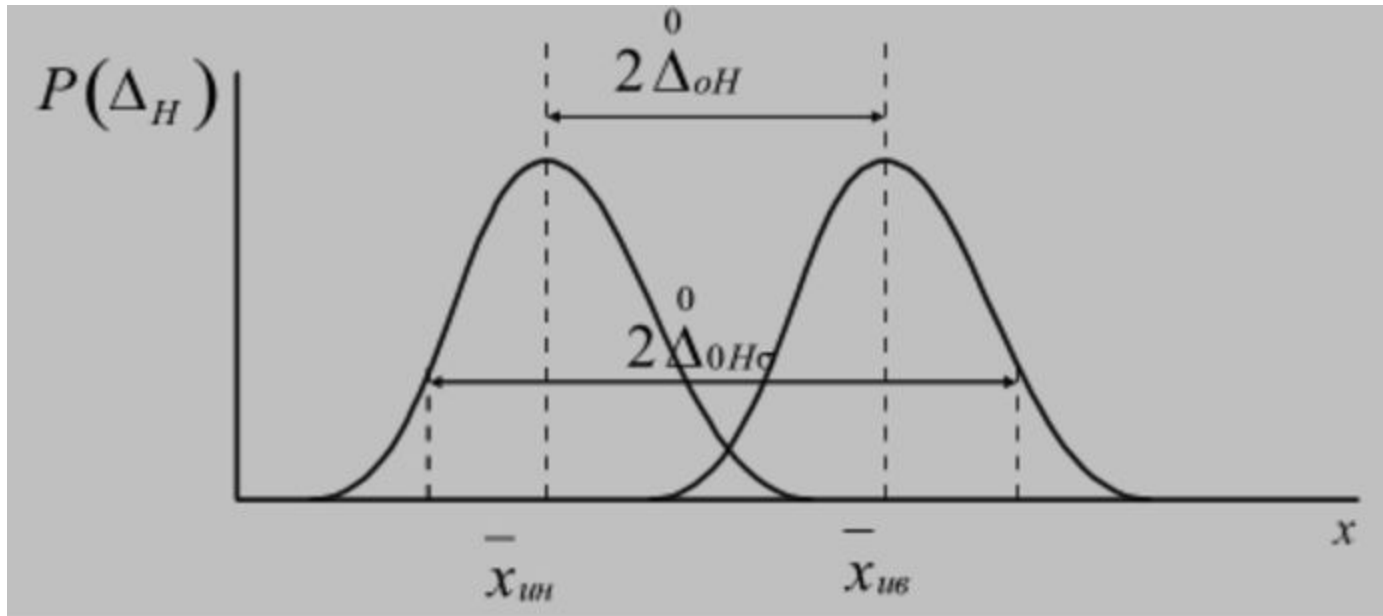
$$\sigma_j[\Delta_n] = \sqrt{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k \Delta_{ni}^2}$$



Для j -го прибора проведем многократные измерения величины x_d (k штук) при подходе сверху:

$$\bar{x}_{bj} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_{bi}$$

$$\sigma_j[\Delta_b] = \sqrt{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k \Delta_{bi}^2}$$



$$2\overset{o}{\Delta}_{оHj} = \bar{x}_{Bj} - \bar{x}_{Hj}$$

$$\overset{o}{\Delta}_{оHj} = \pm \frac{\bar{x}_{Bj} - \bar{x}_{Hj}}{2}$$

$$\overset{o}{\Delta}_{оH\sigma j} = \pm \left(\frac{\bar{x}_{Bj} - \bar{x}_{Hj}}{2} + k\sigma_j[\Delta] \right)$$

$$k\sigma_j[\Delta] = k\sigma_j[\Delta_B] = k\sigma_j[\Delta_H]$$

$$\overset{o}{\Delta}_{оH} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \overset{o}{\Delta}_{оHj}$$



Для j -го прибора проведем измерения величины $x_{\text{д}}$ (k штук) при изменении температуры:

$$t = \{t_1, \dots, t_{\text{НОМ}}, \dots, t_k\}$$

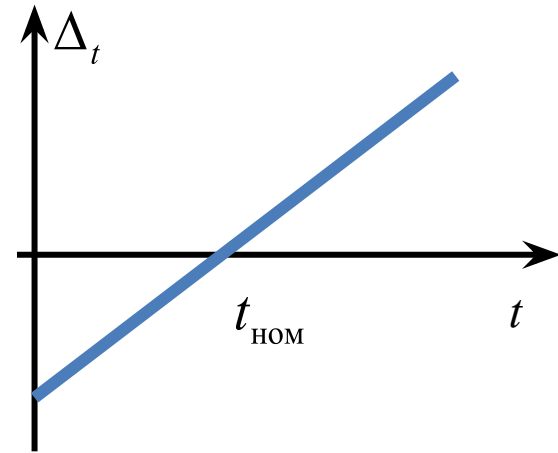
$$x_{\text{и}} = \{x_{\text{и}1}, \dots, x_{\text{иНОМ}}, \dots, x_{\text{и}k}\}$$

$$\Delta_j = \{\Delta_1, \dots, \Delta_{\text{НОМ}}, \dots, \Delta_k\}$$

$$\Delta_{\text{НОМ}} = \Delta_{\text{ос}}$$

$$\Delta_{tj} = \{\Delta_{t1}, \dots, 0_{t_{\text{НОМ}}}, \dots, \Delta_{tk}\}$$

$$\Delta_{t1} = \Delta_1 - \Delta_{\text{НОМ}}$$



$$\Delta_{tj} = k_j (t - t_{\text{НОМ}})$$

$$k = \{k_1, \dots, k_j, \dots, k_n\}$$

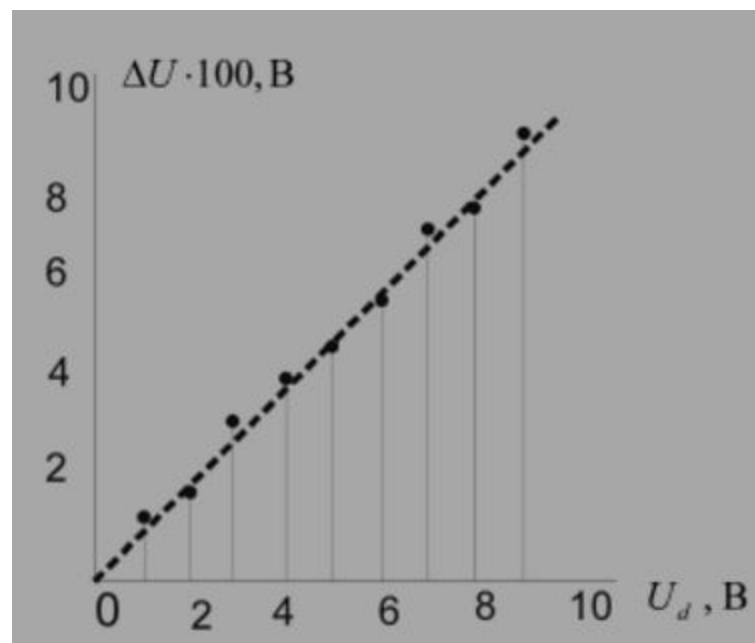
$$\bar{k} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n k_j \quad \Delta_t = \bar{k} (t - t_{\text{НОМ}})$$



$U_{дi}$	0,000	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000
$U_{иi}$	0,000	1,011	2,018	3,032	4,041	5,048	6,059	7,071	8,078	9,093
ΔU_i	0,000	0,011	0,018	0,032	0,041	0,048	0,059	0,071	0,078	0,093

Имеется 10 новых вольтметров

1. Проведем измерительный эксперимент одним из вольтметров в 10 значениях измеряемой величины





Второе измерение: $\Delta U_j = U_{\text{ц}j} - 5,000$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_{\text{ц}i}$	5,010	5,015	5,025	5,020	5,030	4,990	4,980	4,985	4,970	4,975
ΔU_i	0,010	0,015	0,025	0,020	0,030	-0,010	-0,020	-0,015	-0,030	-0,025
$b_j \cdot 10^3$	2	3	5	4	6	-2	-4	-3	-6	-5

$$\Delta U_j = U_{\text{ц}j} - 5,000 = b_j \cdot 5,000$$

$$\bar{b} = \frac{1}{n} \sum_1^n b_j = 0$$

$$b_j = \frac{\Delta U_j}{5,000}$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_1^n b_j^2} = 4,47 \cdot 10^{-3} \text{ В}$$



$$b_{\max} = k\sigma_b$$

$$\Delta U_{\max} = b_{\max} U_{\text{д}} = k\sigma_b U_{\text{д}}$$

При $k = 2$, $P = 0,955$

$$\delta_{\max} = \frac{\Delta U_{\max}}{U_{\text{д}}} = \frac{k\sigma_b U_{\text{д}}}{U_{\text{д}}} = k\sigma_b \cong 8,94 \cdot 10^{-3}$$

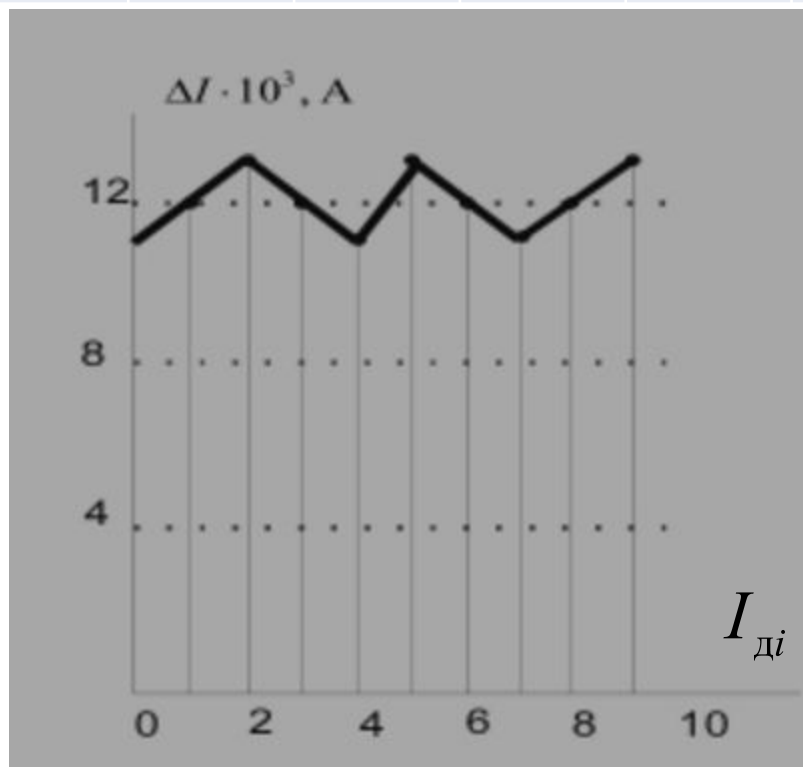
$$100\delta_{\max} = 0,894 \Rightarrow 1,0 \quad \textcircled{1}$$

$$\Delta_{os} = k\sigma_b U_{\text{д}} \cong 8 \cdot 10^{-3} U_{\text{д}}$$



10 экземпляров амперметров с верхним пределом измерения 10 А

$I_{дi}$	0,000	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000
$I_{иi}$	0,011	1,012	2,013	3,012	4,011	4,989	5,988	6,987	7,988	8,989
ΔI_i	0,011	0,012	0,013	0,012	0,011	-0,011	-0,012	-0,011	-0,012	-0,011





Второе измерение: $\Delta I_j = I_{\text{и}j} - 5,000$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I_{\text{и}j}$	5,010	5,015	5,025	5,020	5,030	4,990	4,980	4,985	4,970	4,975
ΔI_j	0,010	0,015	0,025	0,020	0,030	-0,010	-0,020	-0,015	-0,030	-0,025
$\Delta I_j^2 \cdot 10^6$	100	225	625	400	900	100	400	225	900	625

$$\bar{I}_{\text{и}} = \frac{1}{n} \sum_1^n I_{\text{и}j} = 5,000 \text{ A}$$

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_1^n \Delta I_j^2} = 0,022 \text{ A}$$

При $k = 2, P = 0,955$

$$\Delta I_{\text{max}} = k\sigma[\Delta I] = 0,044 \text{ A}$$

$$\gamma_{\text{max}} = \frac{0,044}{10} = 0,0044$$

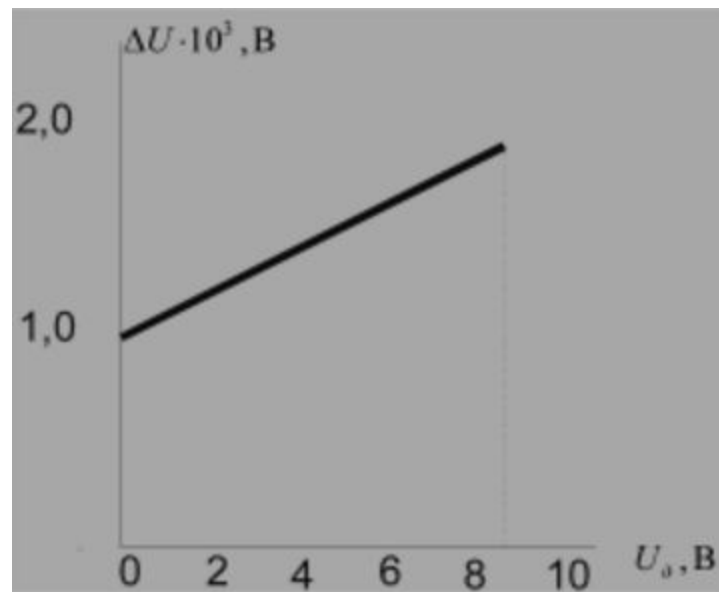
Класс точности: 0,5



10 экземпляров цифровых вольтметров с верхним пределом измерения 10 В:

1. Первое измерение:

Видно, что присутствуют аддитивные и мультипликативные погрешности



U_{di}	0,0000	1,0000	2,0000	3,0000	4,0000	5,0000	6,0000	7,0000	8,0000	9,0000
$U_{иi}$	0,0010	1,0011	2,0012	3,0013	4,0014	5,0015	6,0016	7,0017	8,0017	9,0019
$\Delta U_i \cdot 10^3$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9



Второе измерение – находим аддитивную составляющую $\Delta U_j = U_{uj} - 5,000$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U_{ui}	0,0010	0,0011	0,0012	0,0013	0,0000	0,0013	0,0012	0,0011	0,0010	0,0000
ΔU_i	0,0010	0,0011	0,0012	0,0013	0,0000	0,0013	0,0012	0,0011	0,0010	0,0000
$\Delta U_j^2 \cdot 10^8$	100	121	144	169	0	169	144	121	100	0

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_1^n \Delta U_j^2} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ В}$$

$$a_{\max} = \Delta U_{a \max} = k\sigma[\Delta U] = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ В}$$



Третье измерение: $\Delta U_j = U_{\text{из}j} - 5,000 = a_j + b_j \cdot 5,000$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_{\text{из}i}$	5,0021	5,0034	5,0042	5,0050	5,0015	5,0015	5,0050	5,0042	5,0034	5,0021
ΔU_i	0,0021	0,0034	0,0042	0,0050	0,0015	0,0015	0,0050	0,0042	0,0034	0,0021
$b_j \cdot 10^4$	11	23	30	37	15	2	38	31	24	21

$$b_j = \frac{\Delta U_j - a_j}{5}$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_1^n b_j^2} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ В}$$

$$b_{\text{max}} = k\sigma_b = 5,4 \cdot 10^{-3}$$



$$c = \frac{a + b \cdot U_k}{U_k} \cdot 100 = 0,56$$

$$d = 0,022$$

Класс точности: 0,6/0,025

При $k = 2$, $P = 0,955$

$$\Delta_{os} = \pm(a_{\max} + b_{\max}U) = (2,2 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}U) \text{ В}$$



Источники

1. Основы метрологии. Бурдун Г.Д.
2. ru.wikipedia.org
3. РМГ 29-99
4. Основы метрологии и электрические измерения. Душин Е.М.
5. Жуков В.К. Метрология. Теория измерений