ЛЕКЦИЯ 7.1

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1.Локальная форма теоремы о циркуляции магнитного поля

2. Закон Ампера. Сила взаимодействия параллельных токов.

3. Контур с током в магнитном поле.

4. Эффект Холла

Локальная форма теоремы о циркуляции магнитного поля

$$\oint_{\Gamma} \left(\vec{B}, d\vec{l} \right) = \mu_0 I$$

$$I = \int_{S_{\Gamma}} \left(\vec{j}, d\vec{S} \right)$$

$$dC = \mu_0 \left(\vec{j}, d\vec{S} \right)$$

Введем по определению ротор поля $\vec{B}$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \vec{k}$$

$$\frac{dC}{dS} = \left(\operatorname{rot} \vec{B}, \vec{n} \right) = \operatorname{rot}_n \vec{B}$$

- Ротор вектора определим следующим образом

$$\operatorname{rot}\vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

Векторное произведение вектора оператора градиента и вектора напряженности электрического поля,
или ротор $\vec{E}$ можно записать через детерминант

$$\operatorname{rot}\vec{E} = \left[\nabla, \vec{E}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

Проекция ротора поля $\vec{B}$ на любое направление $\vec{n}$ равна отношению циркуляции вектора поля $\vec{B}$ по бесконечно малому контуру, перпендикулярному $\vec{n}$, к площади dS, охватываемой этим контуром.

$$\frac{dC}{dS} = \left(\operatorname{rot}\vec{B}, \vec{n}\right) = \operatorname{rot}_n \vec{B}$$

Используя оператор Гамильтона

$$\nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

, запишем

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \left[\nabla, \vec{B}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Учтем здесь формулу

$$dC = \left(\operatorname{rot}\vec{B}, d\vec{S}\right)$$

$$\left(\operatorname{rot}\vec{B}, d\vec{S}\right) = \mu_0\left(\vec{j}, d\vec{S}\right)$$

$$\left(\operatorname{rot}\vec{B} - \mu_0\vec{j}, d\vec{S}\right) = 0$$

, т.к.

$d\vec{S}$ - любой, то

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}$$

$$\left[\nabla, \vec{B}\right] = \mu_0\vec{j}$$

– **локальная или дифференциальная форма теоремы о циркуляции магнитного поля;**

Очевидно, что магнитное поле будет вихревым только там, где плотность тока не равна нулю.

ЗАКОН АМПЕРА

Электрические токи создают в пространстве вокруг себя магнитное поле. В свою очередь каждый носитель тока испытывает действие магнитной силы. Действие этой силы передается проводнику, по которому эти заряды движутся. В результате магнитное поле действует с определенной силой на сам проводник с током. <u>Определим эту силу</u>.

Сформулируем точнее задачу. Воспользуемся моделью небольших проводников, которые мы назвали *единичными элементами тока*.

За характеристику элемента тока принята векторная величина $\boldsymbol{I d\vec{l}}$, направленная вдоль тока и численно равная произведению длины проводника $\boldsymbol{dl}$ на силу электрического тока $\boldsymbol{I}$, протекающего по нему.

<u>Задача:</u> определить силу $\boldsymbol{d\vec{F}}$, действующую на единичный элемент тока $\boldsymbol{dl}$ со стороны магнитного поля $\boldsymbol{\vec{B}}$ созданного другим элементом тока $\boldsymbol{dl}$

ЗАКОН АМПЕРА

Проведем общие рассуждения.

На движущийся со скоростью $\vec{v}$ заряд q действует магнитная сила

$$\vec{F}_м = q\left[\vec{v},\, \vec{B}\right]$$

Если провод, по которому течет ток, поместить в магнитное поле, эта сила действует на каждый из носителей тока.

Пусть n - это число носителей тока, содержащихся в единице объема проводника.

Тогда в элементе провода dl содержится $n\,S\,dl$ носителей заряда (S - это площадь поперечного сечения проводника в том месте, где располагается элемент тока).

На каждый из носителей тока будет действовать магнитная сила

,

$$\langle\vec{F}\rangle = e\left[\langle\vec{\mathrm{v}}\rangle, \vec{B}\right]$$

на все носители в пределах dl -

$$d\vec{F} = \langle\vec{F}\rangle nSdl = ne\left[\langle\vec{\mathrm{v}}\rangle, \vec{B}\right]Sdl$$

ЗАКОН АМПЕРА

Внесем постоянные величины ne под знак векторного произведения и, учтя, что $ne\langle\vec{v}\rangle = \vec{j}$, получим

$$d\vec{F} = \left[\vec{j}, \vec{B}\right] dV$$

где - $dV = Sdl$ объем элемента провода

Для тонкого проводника $\vec{j}dV = Id\vec{l}$. С учетом этого соотношения получим следующую формулу:

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$$

Выделенные формулы – это различные формы записи *закона Ампера*. Силы, действующие на токи в магнитном поле, называют *силами Ампера*.

ЗАКОН АМПЕРА

$$d\vec{F} = [\vec{j}, \vec{B}]dV$$

В этой формуле произведение $\vec{j}dV$ называется объемным элементом тока

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]$$

Если полученные выражения проинтегрировать по объемным или линейным элементам тока, можно найти магнитную силу, действующую на объем проводника или его линейный участок

Направление силы Лоренца легко определить, поскольку

векторы $d\vec{l}$, $\vec{B}$ и $d\vec{F}$ образуют правовинтовую ортогональную тройку векторов.

Модуль силы Ампера выражается формулой $dF = IB\,dl\,\sin\alpha$

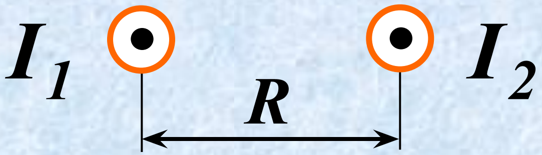
где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов

Рассмотрим два бесконечных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_2, расстояние между которыми равно R.

Токи в проводниках текут в одном направлении, «к нам», что и обозначим условно точкой в поперечном сечении проводника.

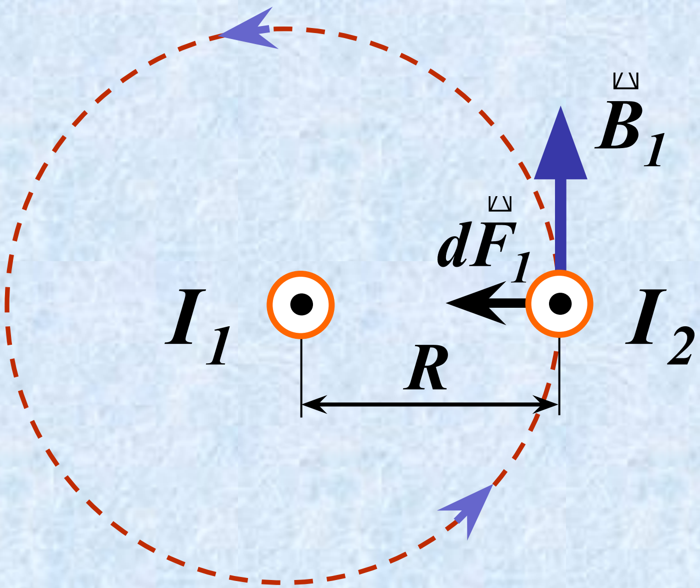


Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует в соответствии с законом Ампера на другой проводник с током.

Определим силу, с которой действует магнитное поле тока I_1 на элемент $d\vec{l}$ второго проводника с током I_2

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов



Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого - концентрические окружности.

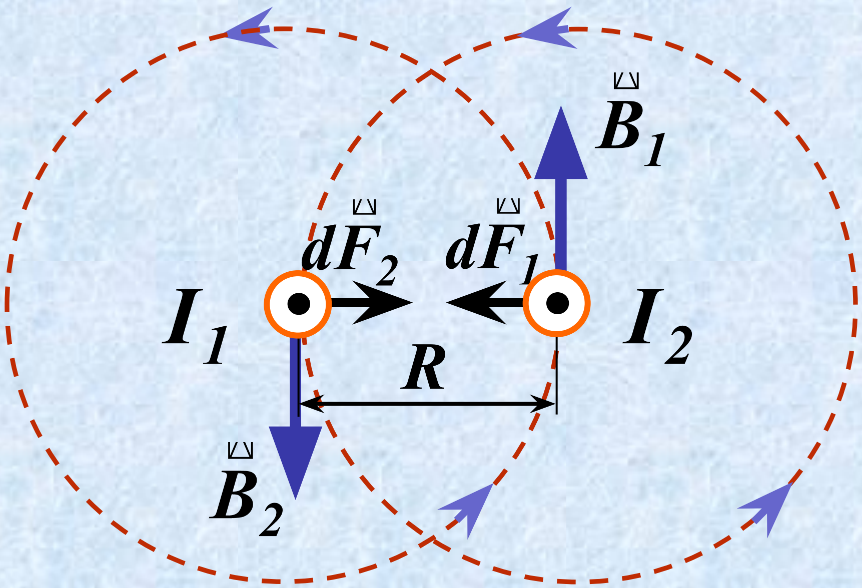
Направление вектора $\vec{B}_1$ определяется правилом правого винта, его модуль равен

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{R}$$

Направление силы $d\vec{F}_1$, с которой поле $\vec{B}_1$ действует на элемент тока $d\vec{l}$, определяется из закона Ампера $d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$ и показано на рисунке.

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов



Ток I_2 создает вокруг себя такое же магнитное поле, что и I_1. Поэтому дополним картину полей и сил

Запишем выражение для модуля силы Ампера:

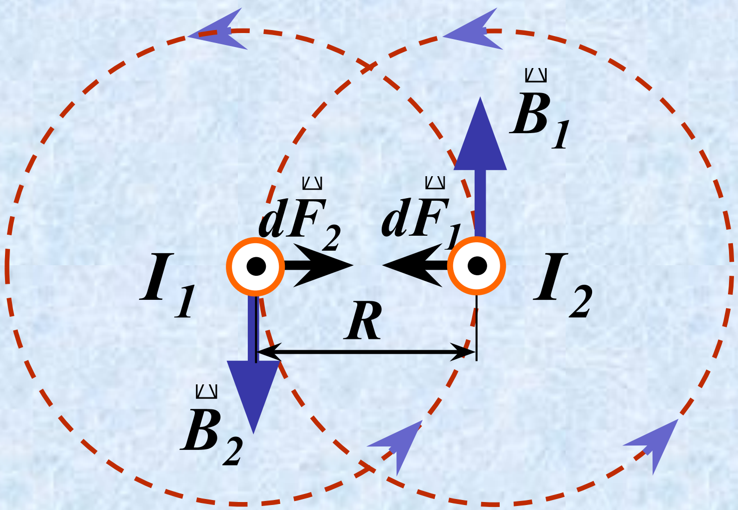
$$dF_1 = I_2 B_1\, dl \sin\alpha$$

Поскольку угол α между элементом тока $d\vec{l}$ и вектором $\vec{B}_1$ прямой, модуль силы $d\vec{F}_1$ равен

$$dF_1 = I_2 B_1\, dl$$

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов



$$dF_1 = I_2 B_1 dl \qquad B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{R}$$

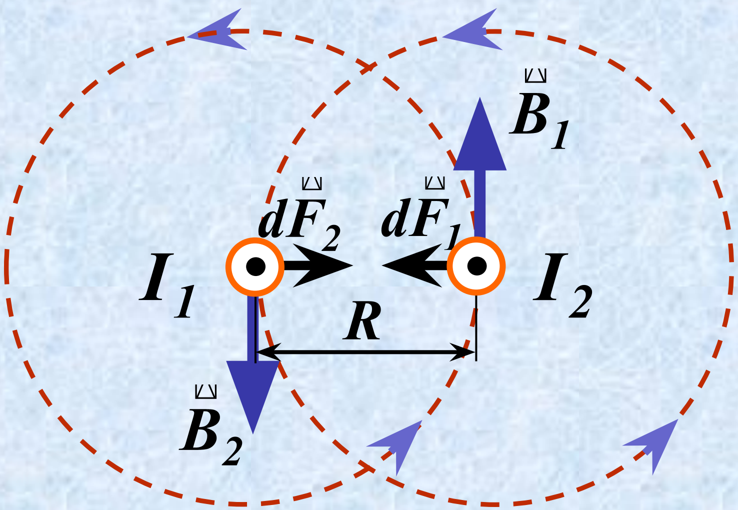
$$dF_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R} dl$$

Рассуждая аналогично, получим подобное выражение для модуля силы dF_2, с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент . dl первого проводника с током I_1:

$$dF_2 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R} dl$$

ЗАКОН АМПЕРА

Сила взаимодействия двух параллельных токов



$$dF_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R}dl$$

Сила $d\vec{F}_2$ направлена в сторону, противоположную силе $d\vec{F}_1$

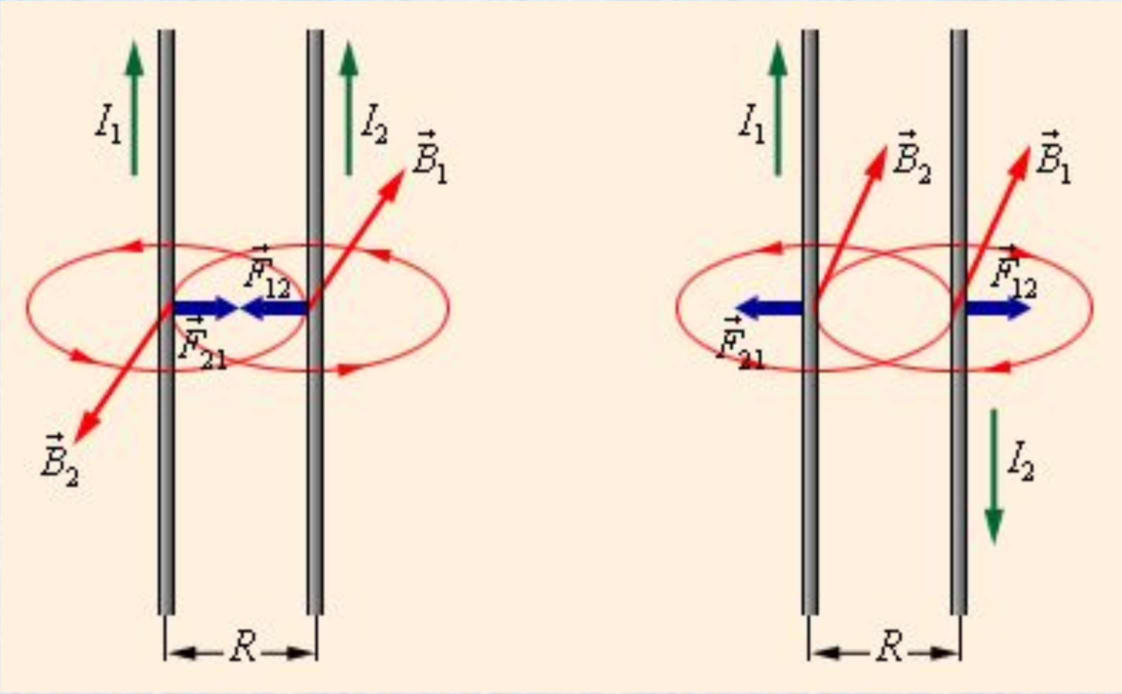
Эти силы равны по модулю: $dF_1 = dF_2$

Следовательно, два проводника притягивают друг друга с силой

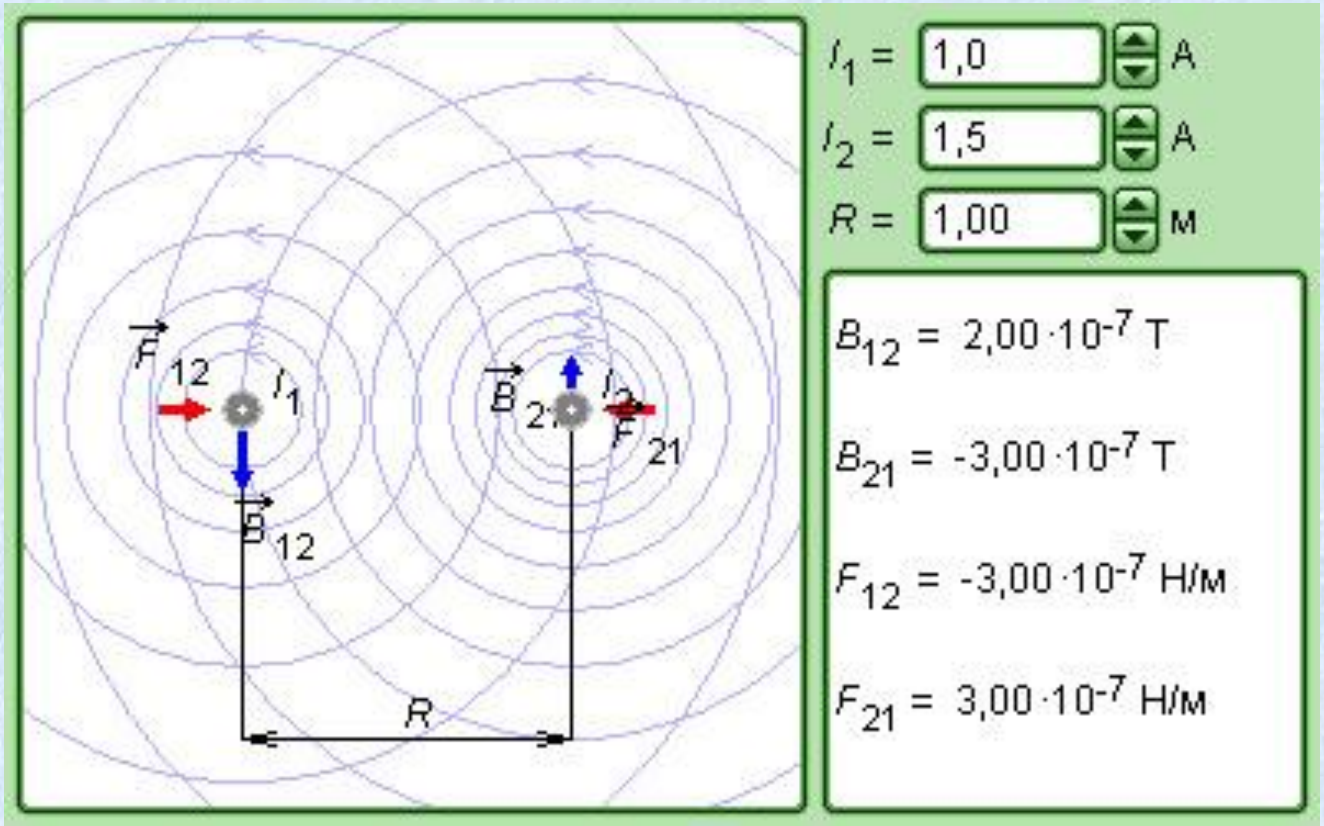
Легко показать, что если токи в проводниках имеют противоположное направление, то между ними действует сила отталкивания, равная по модулю силе $d\vec{F}$

$$dF = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R}dl$$

- Магнитное взаимодействие параллельных проводников с током используется в Международной системе единиц (СИ) для определения единицы силы тока – ампера:
- ***Ампер*** **– сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу магнитного взаимодействия, равную** $2 \cdot 10^{-7}\, H$ **на каждый метр длины.**

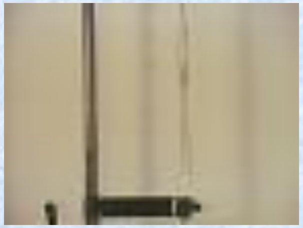


- Компьютерная модель является иллюстрацией эксперимента по магнитному взаимодействию параллельных токов. Этот эксперимент положен в основу определения ампера (А) – единицы силы тока в системе СИ. Можно изменять силы токов, текущих в параллельных проводниках, а также расстояние между ними. На дисплее высвечиваются значения индукции магнитного поля *B* (синий цвет) и сил Ампера *F* (красный цвет), действующих на единицу длины каждого из проводников



Взаимодействие проводников с током

- Станок Ампера



- "Ленточные" токи
- Автоколебательная система

- Провод в поле катушки
- Взаимодействие витков с током. Направление силы

- Виток и катушка с током

В системе СИ

1 тесла равна магнитной индукции однородного поля, в котором на плоский контур с током, имеющим магнитный момент ***1*** $А \cdot м^2$, действует максимальный вращающий момент, равный ***1*** $Н \cdot м$

В системе единиц СИ за единицу магнитной индукции принята индукция такого магнитного поля, в котором на каждый метр длины проводника при силе тока 1 А действует максимальная сила Ампера 1 Н. Эта единица называется ***тесла*** (Тл).

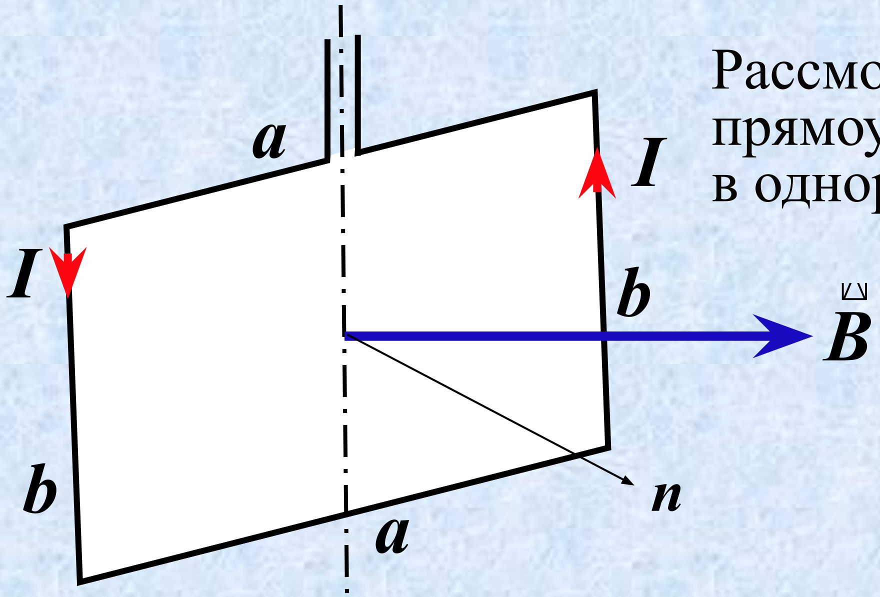
$$1\ Тл = 1\ \frac{Н}{А \cdot м}.$$

Тесла – очень крупная единица.

Магнитное поле Земли приблизительно равно $0{,}5 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Большой лабораторный электромагнит может создать поле не более 5 Тл.

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ



Рассмотрим практически важный случай прямоугольного контура (рамки) с током в однородном магнитном поле

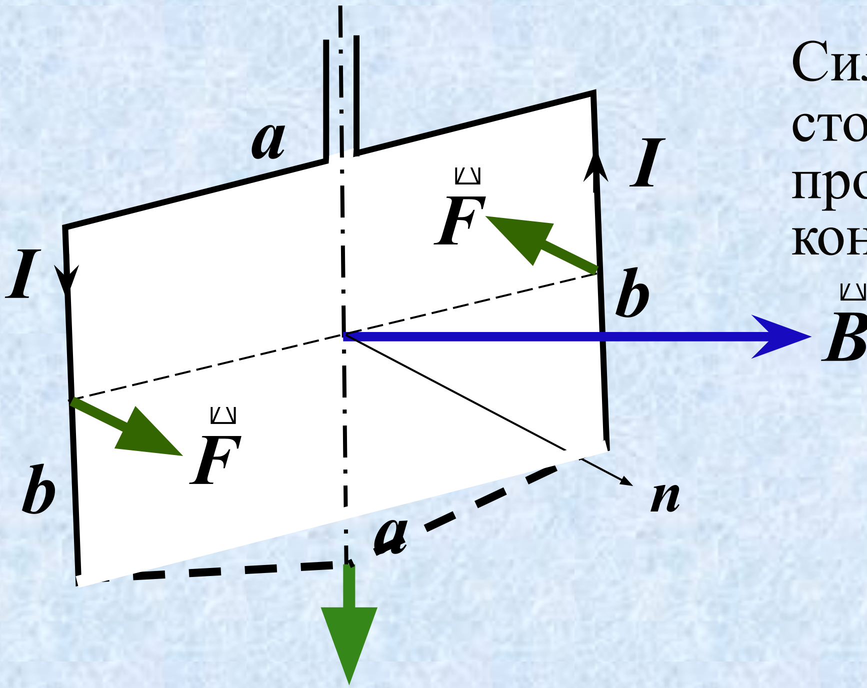
Пусть рамка со сторонами ***a*** и ***b*** имеет возможность вращаться вокруг оси, проходящей через середины ее сторон длиной ***a***

В рамке протекает ток в направлении, показанном на рисунке.

Поместим рамку перпендикулярно линиям магнитного поля.

Рассмотрим действие сил Ампера на каждую из сторон рамки.

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ



Силы Ампера, действующие на стороны *a* контура, направлены в противоположные стороны вдоль оси контура.

Действие этих сил сводится только к деформации контура (в зависимости от направления к сжатию или растяжению контура).

Силы Ампера , действующие на стороны контура, ⊥ плоскости, в которой лежат векторы $\vec{dl}$ и $\vec{B}$ Их направление показано на рисунке.

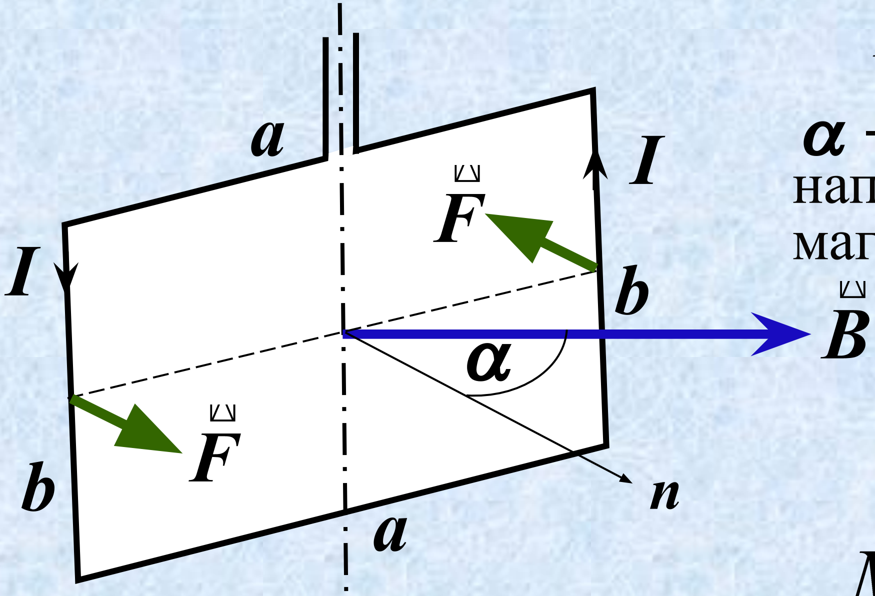
КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Численное значение этих сил Ампера определяется выражением

$$F = IbB$$

Из рисунка видно, что силы, действующие на стороны b контура, создают вращающий момент $\vec{M}$, модуль которого равен

$$M = Fa\sin\alpha$$



α - угол между нормалью к контуру и направлением силовых линий магнитного поля, $a\sin\alpha$ - плечо силы.

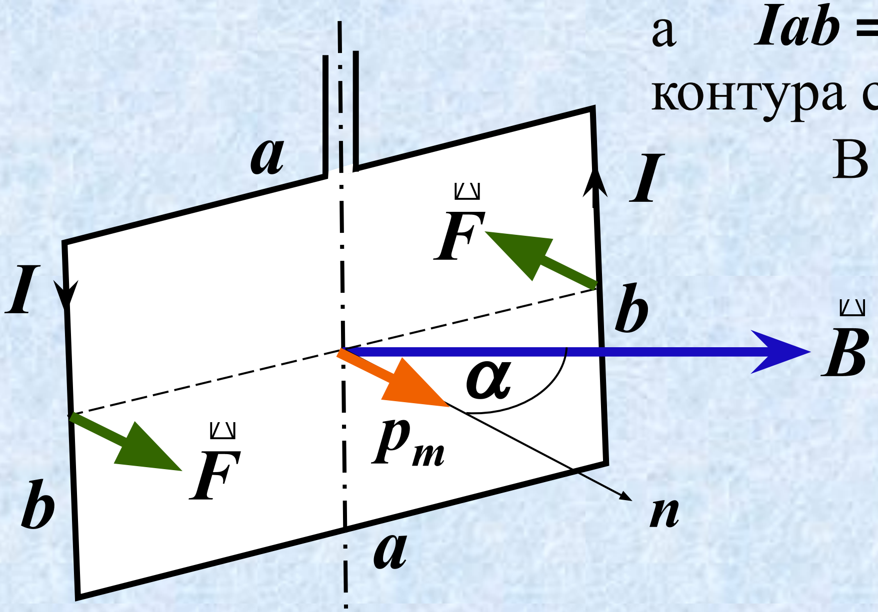
Подставив выражение для силы $F = IbB$, получим

$$M = IBab\sin\alpha$$

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$M = IBab\sin\alpha$$

ab - это площадь, ограниченная контуром, а $Iab = p_m$ - модуль магнитного момента контура с током



В итоге получим выражение вида

$$M = p_m B\sin\alpha$$

Магнитный момент $\vec{p}_m$ контура с током по направлению совпадает с положительной нормалью контура

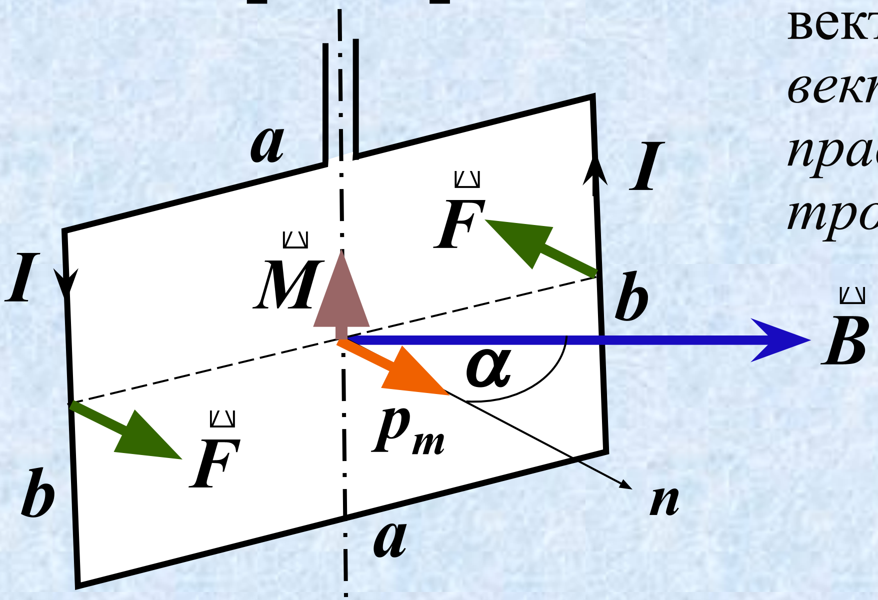
$$Iab\vec{n} = \vec{p}_m$$

Выражение для вращающего момента можно записать в векторной форме

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$$

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$$



Теперь легко определить направление вектора $\vec{M}$, вспомнив правило: *векторы* $\vec{p}_m$, $\vec{B}$ *и* $\vec{M}$ *образуют правовинтовую ортогональную тройку векторов*

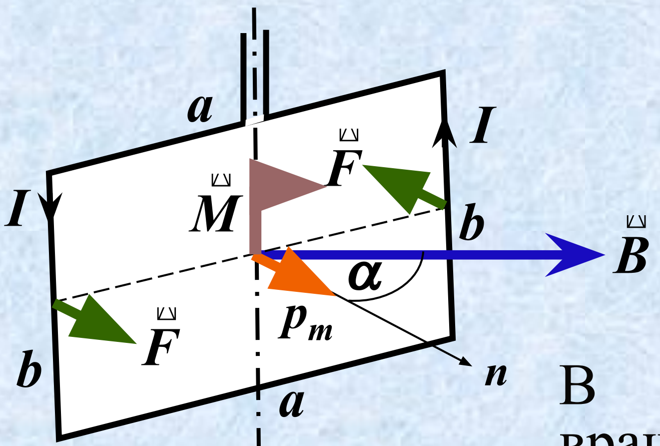
Вращающий момент направлен по оси вращения контура, $\perp$ плоскости, в которой размещаются векторы магнитного момента и магнитной индукции

Вращающий момент, действующий в однородном магнитном поле на контур с током, стремится сориентировать его перпендикулярно к силовым линиям магнитного поля.

КОНТУР С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right]$$

Эта формула применима к плоскому витку произвольной формы



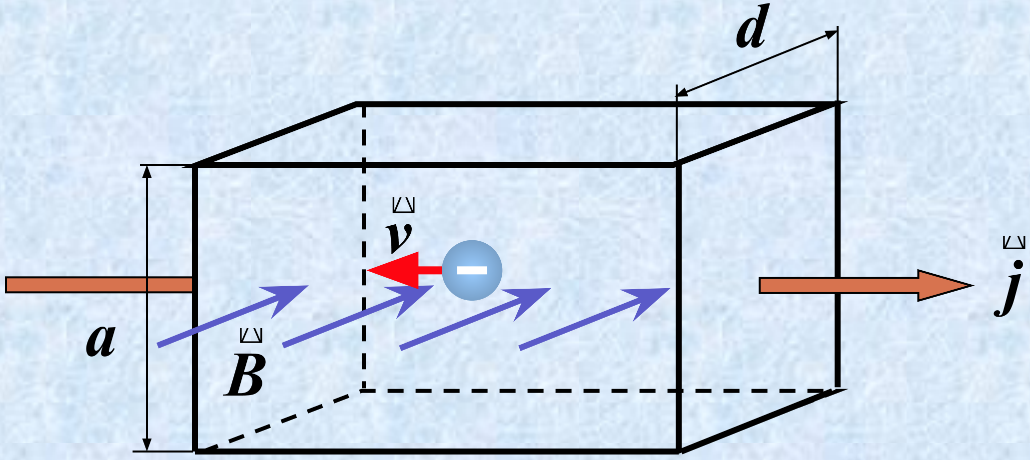
Кроме того, она может использоваться для расчета вращающего момента контура в неоднородном магнитном поле.

В неоднородном магнитном поле кроме вращающего момента, стремящегося повернуть рамку, будет действовать сила, вызывающая поступательное перемещение рамки с током.

В зависимости от ориентации магнитного момента по отношению к направлению силовых линий магнитного поля контур будет выталкиваться в область более сильного либо более слабого поля

ЭФФЕКТ ХОЛЛА - СРС!!! Лабораторная работа в СЛЕДУЮЩЕМ СЕМЕСТРЕ!!!

Если металлическую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов. Это ***эффект Холла***



Поместим металлическую пластинку с плотностью тока $\vec{j}$ в магнитное поле $\vec{B}$, перпендикулярное $\vec{j}$.

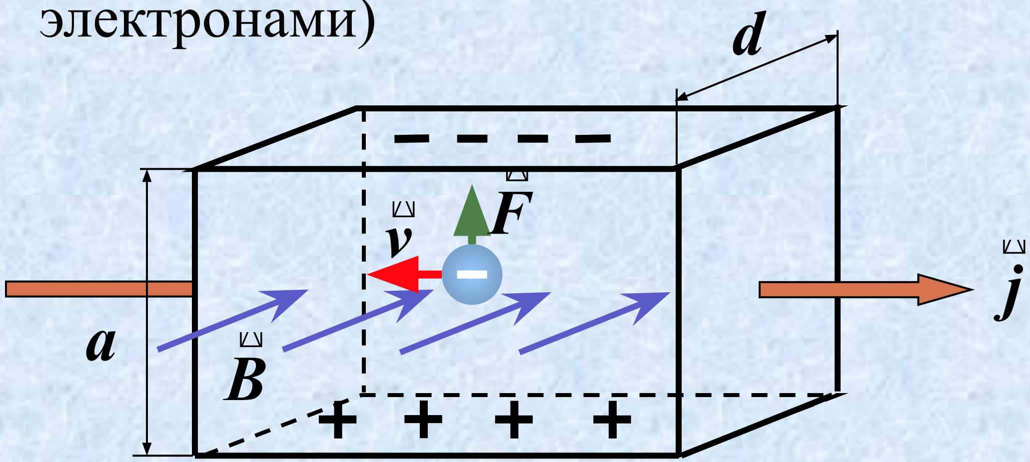
В металле носителями тока являются свободные электроны

Их скорость $\vec{v}$ направлена против вектора $\vec{j}$.

Электроны испытывают действие силы Лоренца

ЭФФЕКТ ХОЛЛА

Сила Лоренца направлена вверх (направление определяется векторным произведением $[\vec{v}, \vec{B}]$, с учетом того, что ток переносится электронами)

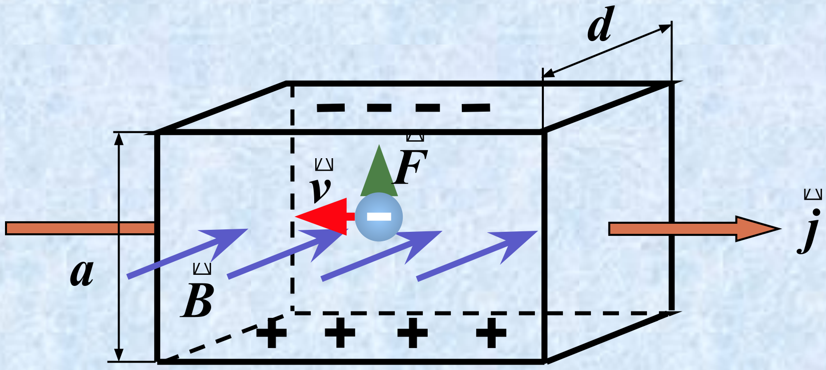


В результате действия силы Лоренца у электронов появится составляющая скорости, направленная вверх

У верхней грани пластины образуется избыток отрицательных, у нижней – избыток положительных зарядов.

В результате возникает поперечное электрическое поле

ЭФФЕКТ ХОЛЛА

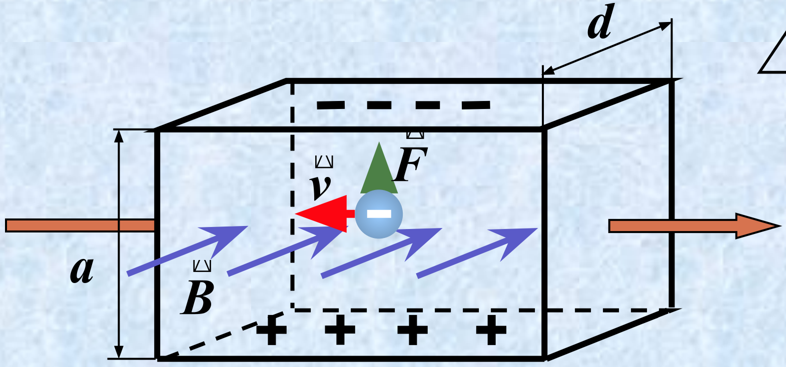


Стационарное распределение зарядов в поперечном направлении установится при таком значении напряженности электрического поля $\vec{E}$, что его действие на заряды будет уравновешивать силу Лоренца.

Возникшую при этом поперечную холловскую разность потенциалов $\Delta\varphi$ можно вычислить из условия установившегося стационарного распределения зарядов:

$$eE = e\Delta\varphi/a = evB,$$ отсюда $$\Delta\varphi = vBa,$$ a - высота пластинки

ЭФФЕКТ ХОЛЛА



$$\Delta\varphi = vBa$$

Учитывая, что сила тока в пластинке $I = jS = envS$, получим:

$$\Delta\varphi = \frac{I}{enS}Ba = \frac{1}{en}\frac{IBa}{ad} = \frac{1}{en}\frac{IB}{d}$$

$S = ad$ - площадь поперечного сечения пластинки

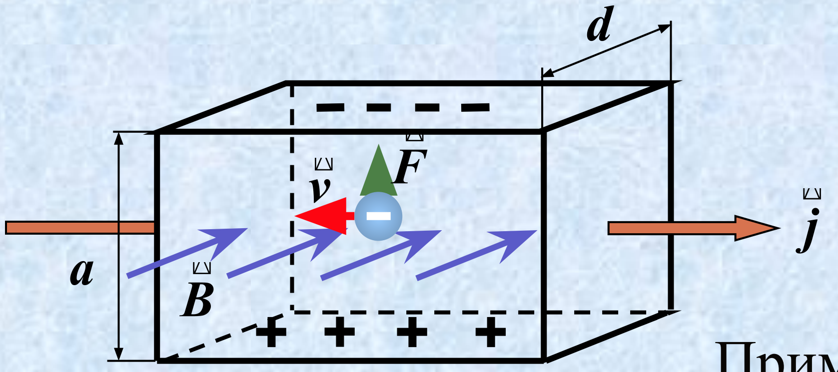
Величина $1/en = R$ - постоянная Холла, зависящая от вещества.

Окончательно получим:

$$\Delta\varphi = R\frac{IB}{d}$$

выражение для поперечной холловской разности потенциалов

ЭФФЕКТ ХОЛЛА



$$\Delta\varphi = R\frac{IB}{d}$$

$$1/en = R$$

<u>Примеры использования эффекта Холла.</u>

Знание постоянной Холла позволяет:

а) найти концентрацию и подвижность носителей тока в веществе;

б) судить о природе проводимости полупроводников (знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока).

Датчики Холла используются для измерения величины магнитного поля, применяются в измерительной технике для иных целей.

Основные выводы

Сила Лоренца:

Полная сила, действующая на заряд в электромагнитном поле, равна

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\left[\vec{\mathrm{v}}, \vec{B}\right]$$

Магнитная составляющая силы Лоренца перпендикулярна вектору скорости, элементарная работа этой силы равна нулю.

- Сила F_m меняет направление движения, но не величину скорости.

- Индукция магнитного поля B измеряется в СИ в теслах (Тл).

- На элемент *d*l проводника с током *I* в магнитном поле индукцией B действует сила, определяемая законом Ампера:

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$$

- В пространстве вокруг проводника с током возникает вихревое магнитное поле.
- Индукция магнитного поля $d\mathbf{B}$ элементарного отрезка $d\mathbf{l}$ с током I на расстоянии $\mathbf{r}$ от него определяется законом Био – Савара – Лапласа :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$$ или по модулю $$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м $= 1{,}25663706144 \cdot 10^{-6}$ Гн/м– магнитная постоянная, определяемая выбором системы единиц.

- Для вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$ справедлив принцип суперпозиции:

– магнитная индукция результирующего поля равна геометрической сумме магнитных индукций $\mathbf{B}_i$ складываемых полей

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i$$

или в случае непрерывного проводника

$$\vec{B} = \int_{(L)} d\vec{B}$$

- Магнитная индукция в центре кругового витка с током радиусом R:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

- Магнитная индукция от бесконечно длинного проводника с током на расстоянии R:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$