УМНОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ

Умножение чисел с фиксированной запятой, заданных <u>в прямом коде</u>

$$X_{пк} = Зн\ X.|X|$$

$$Y_{пк} = ЗнY.|Y| = Зн.Y.\ (y_1 y_2 \ldots y_n)$$

$$Z_{пк} = X_{пк} * Y_{пк} = ЗнZ.|Z| = Зн.Z.\ (z_1 z_2 \ldots z_m)$$

Зн X	**ЗнY**	**ЗнZ**
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$ЗнZ = ЗнX \oplus ЗнY$$

$$|Z| = |X| * |Y| = |X| *(y_1 2^{-1} + y_2 2^{-2} + ... + y_n 2^{-n}) =$$

$$=|X|\, y_1 * 2^{-1} + |X|\, y_2\, 2^{-2} + ... + |X|\, y_{n-1}\, 2^{-n-1} + |X|\, y_n\, 2^{-n} = \qquad (1)$$

$$= ((...((0 + |X|\, y_n) * 2^{-1} + |X|\, y_{n-1}) * 2^{-1} + ... + |X|\, y_2) * 2^{-1} + y_1\, |X|) * 2^{-1} \qquad (2)$$

Формула (1) – описывает умножение со старших разрядов множителя, а формула (2) – с младших разрядов:

$$A_i = A_{i-1} 2^{-1} + |X|\, y_{n+1-i}$$

$$A_n = |X| * |Y| = |Z|$$

Умножение чисел с фиксированной запятой

в прямом коде на $2^{\pm k}$ (сдвиг на k разрядов)

Умножение на 2^{-k} (сдвиг вправо на k разрядов)

Исходное число:

$$[X]_{пк} = \begin{cases} 0.\,x_1x_2\ldots x_{n-k} & \text{–положительное число} \\ 1.\,x_1x_2\ldots x_{n-k} & \text{– отрицательное число} \end{cases}$$

Результат:

$$[X]_{пк} * 2^{-k} = \begin{cases} 0.\overbrace{00\ldots0}^{k\ \text{нулей}}x_1x_2\ldots x_{n-k} & \text{–положительное число} \\ 1.\underbrace{00\ldots0}_{k\ \text{нулей}}x_1x_2\ldots x_{n-k} & \text{– отрицательное число} \end{cases}$$

Умножение на 2^{+k} (сдвиг влево на k разрядов)

Исходное число:

$$[X]_{пк} = \begin{cases} 0.0\overbrace{0\ldots0}^{z\ \text{нулей}}x_1x_2\ldots x_{n-k} – \text{положительное число} \\ 1.0\underbrace{0\ldots0}_{z\ \text{нулей}}x_1x_2\ldots x_{n-k} – \text{отрицательное число} \end{cases}$$

Результат:

$$[X]_{пк} *2^k = \begin{cases} 0.0\overbrace{0\ldots0}^{z-k\ \text{нулей}}x_1x_2\ldots x_{n-k}\overbrace{00\ldots0}^{k\ \text{нулей}} – \text{положительное число} \\ 1.0\underbrace{0\ldots0}_{z-k\ \text{нулей}}x_1x_2\ldots x_{n-k}\underbrace{00\ldots0}_{k\ \text{нулей}} – \text{отрицательное число} \end{cases}$$

Умножение чисел
с фиксированной запятой,
заданных в дополнительном коде

Умножение чисел с фиксированной запятой

<u>с младших разрядов в дополнительном коде</u>

<u>Алгоритм.</u>

$[Z]_{дк} = (\ldots(0+[X]_{дк}*[y_{n+1} - y_n])*2^{-1} + [X]_{дк}*[y_n - y_{n-1}])*2^{-1} + \ldots + [X]_{дк}*[y_2 - y_1])*2^{-1} + [X]_{дк}*[y_1 - y_0]$

Если $y_i = y_{i+1}$, то производится **сдвиг** частичного произведения.

Если $y_i = 0$ и $y_{i+1} = 1$, то к частичному произведению прибавляется $[X]_{дк}$

Если $y_i = 1$ и $y_{i+1} = 0$, то к частичному произведению прибавляется $[-[X]_{дк}]_{дк}$.

В качестве y_0 берётся знак числа.

$y_{n+1} \equiv 0$

Умножение чисел с фиксированной запятой

<u>со старших разрядов в дополнительном коде</u>

<u>Алгоритм:</u>

$[Z]_{дк} = [X]_{дк} * [Y]_{дк} = [X]_{дк} * (y_1 - y_0) + [X]_{дк} * (y_2 - y_1)*2^{-1} + \dots + [X]_{дк} * (y_{n+1} - y_n)*2^{-n}$

Если $y_k = 0$ и $y_{k-1} = 1$, то к частичному произведению прибавляется $[X]_{дк}$, сдвинутый на k разрядов вправо

Если $y_k = 1$ и $y_{k-1} = 0$, то к частичному произведению прибавляется $[-[X]_{дк}]_{дк}$, сдвинутый на k разрядов вправо

Если $y_k = y_{k-1}$, то на этом шаге $[X]_{дк}$ не участвует в формировании произведения.

В качестве y_0 берётся знак числа.

$y_{n+1} \equiv 0$.

Умножение чисел с фиксированной запятой

в дополнительном коде на $2^{\pm k}$ (сдвиг на k разрядов)

Умножение на 2^{-k} (сдвиг вправо на k разрядов)

Исходное число:

$$[X]_{дк} = \begin{cases} 0.\ x_1x_2\ldots x_{n-k} - \text{положительное число} \\ 1.\ x_1x_2\ldots x_{n-k} - \text{отрицательное число} \end{cases}$$

Результат:

$$[X]_{пдк} * 2^{-k} = \begin{cases} 0.\overbrace{00\ldots0}^{k\ \text{нулей}}x_1x_2\ldots x_{n-k} - \text{положительное число} \\ 1.\underbrace{11\ldots1}_{k\ \text{единиц}}x_1x_2\ldots x_{n-k} - \text{отрицательное число} \end{cases}$$

Умножение на 2^{+k} (сдвиг влево на k разрядов)

Исходное число:

$$[X]_{дк} = \begin{cases} 0.0\overbrace{0\ldots0}^{z\ \text{нулей}}x_1x_2\ldots x_{n-k} \text{ – положительное число} \\ 1.1\underbrace{1\ldots1}_{z\ \text{единиц}}x_1x_2\ldots x_{n-k} \text{ – отрицательное число} \end{cases}$$

Результат:

$$[X]_{дк} *2^k = \begin{cases} 0.0\overbrace{0\ldots0}^{z-k\ \text{нулей}}x_1x_2\ldots x_{n-k}\overbrace{00\ldots0}^{k\ \text{нулей}} \text{ – положительное число} \\ 1.1\underbrace{1\ldots1}_{z-k\ \text{единиц}}x_1x_2\ldots x_{n-k}\ \underbrace{00\ldots0}_{k\ \text{нулей}} \text{ – отрицательное число} \end{cases}$$

ДЕЛЕНИЕ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ

Деление чисел с фиксированной запятой, заданных в прямом коде

$X_{пк}$ = Зн X.|X|

$Y_{пк}$ = ЗнY.|Y|

$Z_{пк}$ = $X_{пк}$ / $Y_{пк}$ = ЗнZ.|Z| = Зн.Z. $(z_1 z_2 \ldots z_m \ldots)$

$$\text{ЗнZ} = \text{ЗнX} \oplus \text{ЗнY}$$

$|Z| = |X| / |Y| = 0.\, z_1 z_2 \ldots z_m \ldots$

Деление чисел с фиксированной запятой, заданных в прямом коде со сдвигом остатка и его автоматическим восстановлением

$$\alpha_i = \begin{cases} 2\,\alpha_{i-1} - |Y|, \text{ если } \alpha_{i-1} \geq 0 \\ 2\alpha_{i-1} + |Y|, \text{ если } \alpha_{i-1} < 0 \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1, \text{ если } \alpha_{i-1} \geq 0 \\ 0, \text{ если } \alpha_{i-1} < 0 \end{cases}$$

$\alpha_0 = |X| - |Y|$

Если $\alpha_0 \geq 0$, то $|X| \geq |Y|$ и $|Z| \geq 1$. => $Z = \infty$.

Деление проводится в n-разрядной сетке с 2 знаковыми разрядами.

Деление чисел с фиксированной запятой, заданных в прямом коде <u>со сдвигом делителя и автоматическим восстановлением остатка</u>

$$\alpha_i = \begin{cases} \alpha_{i-1} - |Y| * 2^{-i}, \text{ если } \alpha_{i-1} \geq 0 \\ \alpha_{i-1} + |Y| * 2^{-i}, \text{ если } \alpha_{i-1} < 0 \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1, \text{ если } \alpha_{i-1} \geq 0 \\ 0, \text{ если } \alpha_{i-1} < 0 \end{cases}$$

$\alpha_0 = |X| - |Y|$

Если $\alpha_0 \geq 0$, то $|X| \geq |Y|$ и $|Z| \geq 1$. => $Z = \infty$.

Деление проводится в 2n-разрядной сетке с 1 знаковым разрядом.

Деление чисел
с фиксированной запятой,
заданных в дополнительном коде

Деление чисел с фиксированной запятой,

заданных в дополнительном коде

<u>со сдвигом и автоматическим восстановлением остатка</u>

$$\alpha_i = \begin{cases} 2\,\alpha_{i-1} + [-[Y]_{дк}]_{дк}, \text{ если Sign } Y = \text{Sign } \alpha_{i-1} \\ 2\alpha_{i-1} + [Y_{дк}], \text{ если Sign } Y \neq \text{Sign } \alpha_{i-1} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1, \text{ если Sign } Y = \text{Sign } \alpha_i \\ 0, \text{ если Sign } Y \neq \text{Sign } \alpha_i \end{cases}$$

$$\alpha_0 = \begin{cases} [X]_{дк} + [-[Y]_{дк}]_{дк}, \text{ если Sign } X = \text{Sign } Y \\ [X]_{дк} + [Y_{дк}], \text{ если Sign } X \neq \text{Sign } Y \end{cases}$$

Если Sign α_0 = Sign X, то $|X| \geq |Y|$ и $|Z| \geq 1$. => $Z = \infty$.

Деление чисел с фиксированной запятой, заданных в дополнительном коде <u>со сдвигом делителя и автоматическим восстановлением остатка</u>

$$\alpha_i = \begin{cases} \alpha_{i-1} + [-[Y]_{дк}]_{дк} * 2^{-i}, \text{ если Sign } Y = \text{Sign } \alpha_{i-1} \\ \alpha_{i-1} + [Y_{дк}] * 2^{-i}, \text{ если Sign } Y \neq \text{Sign } \alpha_{i-1} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1, \text{ если Sign } Y = \text{Sign } \alpha_i \\ 0, \text{ если Sign } Y \neq \text{Sign } \alpha_i \end{cases}$$

$$\alpha_0 = \begin{cases} [X]_{дк} + [-[Y]_{дк}]_{дк}, \text{ если Sign } X = \text{Sign } Y \\ [X]_{дк} + [Y_{дк}], \text{ если Sign } X \neq \text{Sign } Y \end{cases}$$

Если Sign α_0 = Sign X, то $|X| \geq |Y|$ и $|Z| \geq 1$. => $Z = \infty$.