Лекция 10.

Цель.

Рассмотреть систему уравнений теплового баланса для элементов облучательного устройства. Обратить внимание слушателей, что после проведения соответствующих алгебраических операций решение задачи о поле температуры сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами второго порядка и может быть представлено в гиперболических функциях. Сформулировать краевые и граничные условия задачи и отметить, что задача может быть решена методом последовательных приближений при начальном задании произвольного температурного распределения. Познакомить слушателей с программой расчета температурного поля на ЭВМ.

План.

1. Система уравнений теплового баланса для элементов облучательного устройства.
2. Краевые и граничные условия задачи.
3. Программа расчета температурного поля для ЭВМ.

Для дальнейшего изложения, результат предыдущей лекции можно представить следующим образом:

1.Уравнение теплового баланса любого элемента установки учитывает передачу тепла вдоль оси z теплопроводностью, наличие внутренних источников тепла, теплообмен с соседними элементами, или с окружающей средой имеет вид:

$$\lambda S\,(d^2T/dz^2) + q_v S = q_1 + q_2 + q_3 \qquad (1)$$

2. $q_2 + q_1 = h\,(T - T_1)$- потоки тепла через газовый зазор теплопроводностью, излучением и конвекцией.

3. $q_3 = \alpha\,F(T - T_{cp})$ – поток тепла во внешнюю среду.

Система уравнений теплового баланса для элементов установки.

- Уравнения теплового баланса для любого элемента установки после подстановки в уравнение (I) значений q_1 , q_2 и q_3 будут иметь вид:
-
- $\boldsymbol{\lambda_{i\,j} S_{i\,j} (d^2T_{i\,j}/dz^2)+h_{i\,(j-1)} (T_{i\,j}-T_{i\,(j-1)})-h_{i\,j}(T_{i\,j}-T_{i\,\{j+1\}})= -b_j \;(2)}$
-
- где
- **i =1,2, ...m - индекс зоны и m- число зон;**
- **j =1,2…n- индекс элемента в зоне и *n* – число элементов в зоне;**
- b_j -член уравнения, не содержащий переменное значение Т.
  Для крайнего элемента при j=п имеет место теплообмен
  с окружающей средой, и последний член левой части уравнения (2)
- примет вид:
-
- $\boldsymbol{h_{i\,j} (T_{i\,j} - T_{i\,\{j+1\}}) = \alpha_i F_{i\,n} (T_{i\,j} - T_{cp})}$
-
- Коэффициенты λ, α и h , входящие в уравнение (2), приняты постоянными для средней температуры элемента в зоне.

После упрощения, уравнения теплового баланса будут представлять систему обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами вида:

$$d^2T^i{}_j/dz^2 + a_{j\,(j-1)}\,T^i{}_{(j-1)} - a_{j\,j}\,T^i{}_j + a_{i\,(j+1)}\,T^i{}_{(j+1)} = -b^i{}_j \quad (3)$$

где
- индекс "i" - номер зоны, находится вверху;
-коэффициенты " a " имеют второй индекс, совпадающий с нижним индексом функции "T",
-j=1,2 ...n , а при k<1 (первый индекс при " a ") и j>n, a_{kj} = 0.

Общий интеграл системы (3) является суммой общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения:

$$\mathbf{T_j = \beta_j^s (A^1_s \, ch \, |p_s| z + A^{11}_s \, sh \, |p_s|) + D_j} \qquad \mathbf{(4)}$$

где p_s – корни характеристического уравнения:

$$\mathbf{\|(p_s^2 - a_{ij}) \delta_{ij} + a_{ij} \| = 0} \qquad \mathbf{(5)}$$

в последнем уравнении:

$\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j = 1,2,\ldots n$
$\delta_{ij} = 1$ при $i = j-1; \; j; \; j+1$
$a_{ij} = 0$ при $i \leq 1$

Можно доказать, что $p_s^{\,2} \geq 0$, и поэтому решение может быть выражено в гиперболических функциях (4), где $\beta_j^{\,s} = \Delta_{1j}(p_s^{\,2})/\Delta_{11}(p_s^{\,2})$- коэффициенты распределения, равные отношению соответствующих миноров матрицы (5),а $D_j=|A_j|/|A|$- частное решение неоднородного уравнения, равное отношению определителя $|A|$, полученного из (5) при $p_s^{\,2} = 0$, и определителя $|A_j|$, полученного из $|A|$ заменой j -го столбца на столбец свободных членов;
$A^1{}_s$ и $A^{11}{}_s$ постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий между зонами:

$$\mathbf{T_j^{\,i}|_{z(i)} = T_j^{\,i+1}|_{z(i)}\ \ ;}$$

$$\boldsymbol{\lambda^{\,i}{}_j S^{\,i}{}_j\, (dT_j^{\,i}/dz)\,|_{z(i)} = \lambda^{\,i+1}{}_j\, S^{\,i+1}{}_j\, (dT_j^{\,i+1}/dz)|_{z(i)}}$$

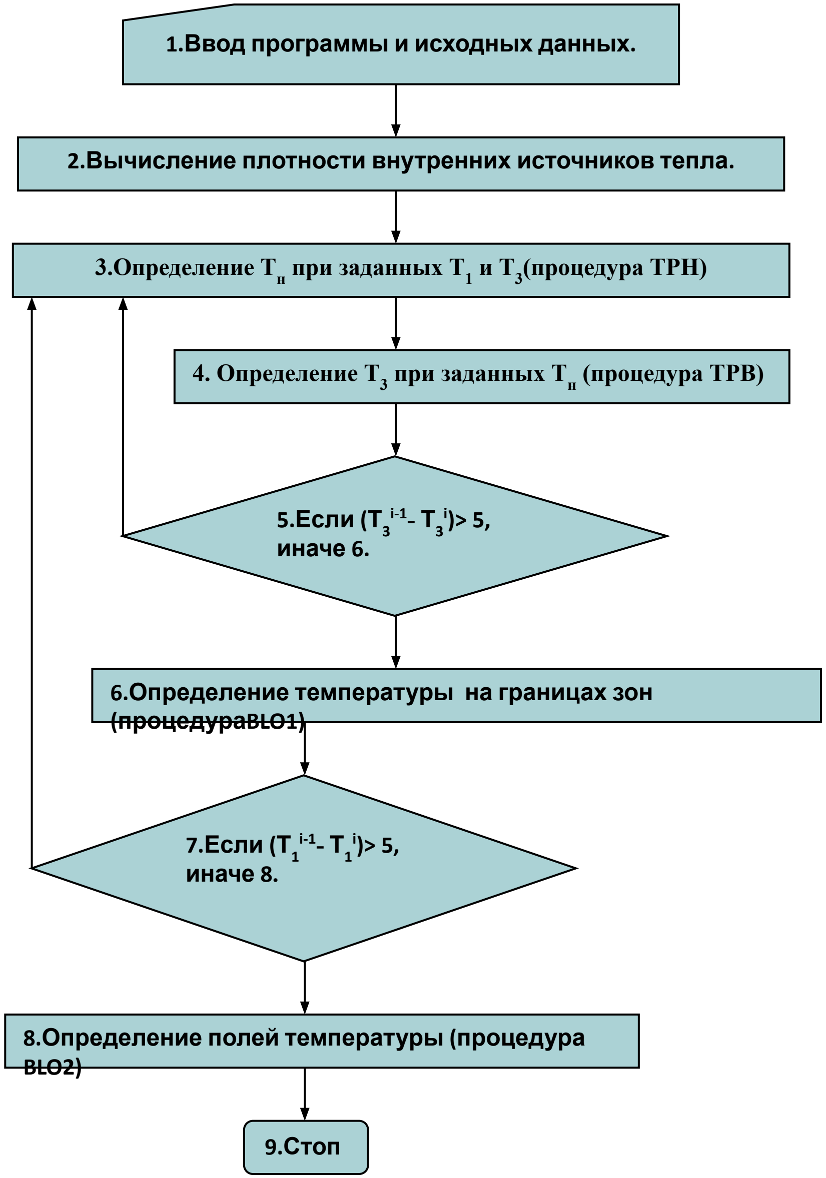
И краевых условий :

$$\boldsymbol{\lambda^{\,m}{}_j S^{\,m}{}_j\, (dT_j^{\,m}/dz)\,|_{z(i)} = \alpha_j^{\,m}\, F_j^{\,m}\, (T^{\,m}{}_j - T_{cp})\ \ ; \qquad (dT_j^{\,1}/dz)\,|_{z(0)} = 0}$$

Для нахождения поля температуры установки следует составить уравнение теплового баланса для каждого j -го элемента каждой i-й зоны, решить систему уравнений (3) для каждой зоны и из граничных условий найти постоянные интегрирования.

Величины α, λ и h , входящие в уравнения, определяются для средней температуры элемента в зоне, поэтому необходимо до начала расчета задаться произвольным полем температуры в установке.

Так как α, λ и h являются непрерывными монотонными функциями температуры, то метод последовательных приближений дает единственное решение.



Логическая схема программы расчета поля температуры

Программа расчета поля температуры составлена так, чтобы изменения геометрических размеров установки, материалов ее элементов, характеристики среды, в которой находится установка, мощности нагревателя учитывались только во вводимой информации и не влияли на работу программы.

Если в установке нет нагревателя, то его мощность принимается равной нулю.

Программа состоит из основного блока и процедур:

-процедура ТНР предназначена для определения температуры нагревателя ($T_н$) в срединной плоскости установки ($z = 0$) при заданной температуре смежных элементов: центрального (T_1) и оболочки (T_3) и интенсивности внутренних источников тепла.

-процедура ТРВ предназначена для определения температуры оболочки T_3 в срединной плоскости при заданной температуре нагревателя.

Последовательное применение этих процедур (ТРН и ТРВ) позволяет при заданной температуре нагревателя или оболочки определить температуры   остальных элементов в срединном сечении.

Процедура BLOI содержит решение системы линейных дифференциальных уравнений, определяет постоянные интегрирования и температуры элементов на границе зон.

Погрешность расчетов контролируется разностью температур центрального элемента (T_1) полученной из процедур ТРН и ТРВ и из процедуры BLOI.