

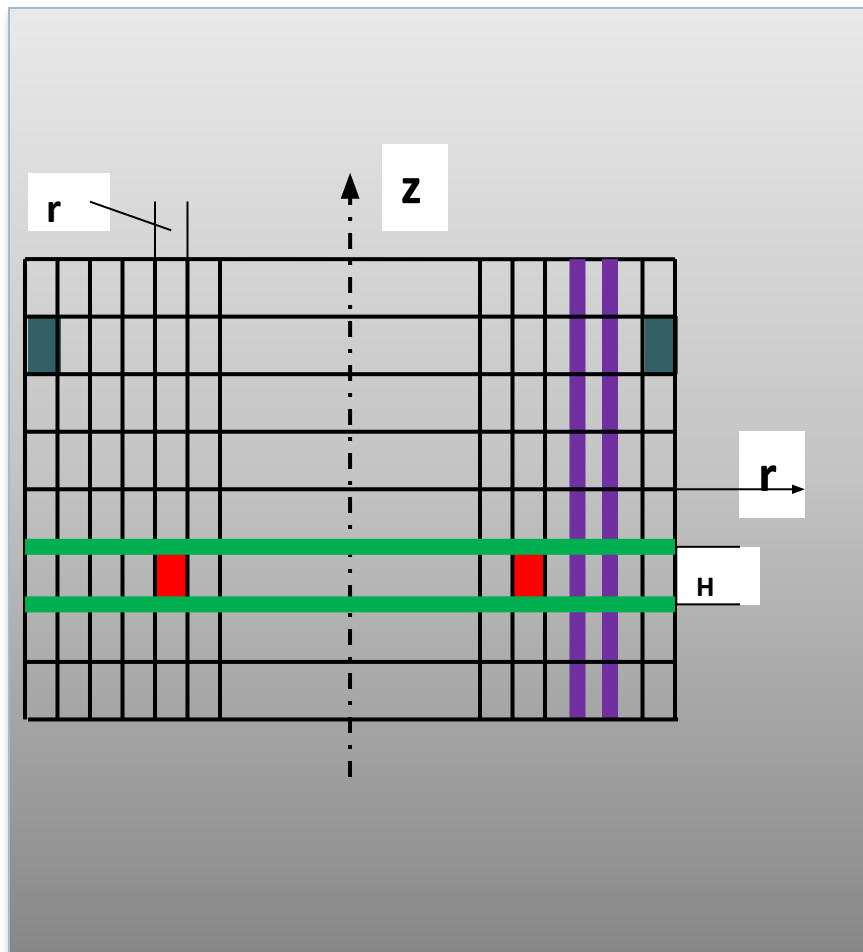
Лекция 14.

Цель.

Познакомить слушателей с методикой представлением системы уравнений тепловых балансов в матричной форме. Отметить, что это представление основывается на предположениях о малых размерах элементов, геометрии рассматриваемой задачи и возможности использования линейных связей между тепловыми потоками и температурой. Рассмотреть матричную форму системы уравнений и представить программу расчета полей температуры методом конечных элементов. Использовать полученные результаты для расчета температурных перепадов в облучаемом образце ядерного топлива из диоксида урана.

План.

1. Методика представления системы уравнений тепловых балансов в матричной форме.
2. Матричная форма системы уравнений тепловых балансов.
3. Программа расчетов на ЭВМ.
4. Пример расчетов температурных перепадов в облучаемом образце из диоксида урана.



Решение задачи методом конечных элементов.

В случае, когда рассматриваемые элементы имеют достаточно малые размеры, температурный градиент в радиальном направлении можно линейным образом аппроксимировать разностью температур элементов $T(i)$ и $T(j)$:

$$Q = [T(i) - T(j)] L_{ij} / [(\Delta r_i / 2\lambda_i) + (\Delta r_j / 2\lambda_j)] \quad (31)$$

где

L_{ij} - протяженность границы между i -ым и j -ым элементами;

$\Delta r_i, \Delta r_j$ - линейные размеры i -ым и j -ым элементами;

λ_i, λ_j - коэффициенты теплопроводности i -ым и j -ым элементов.

Методика представления системы уравнений тепловых балансов в матричной форме.

Сравнивая (29), (30) и (31), находим выражение для $\gamma(i, j)$ в радиальном направлении:

$$\gamma_r(i, j) = L_{ij} [(\Delta r_i / 2\lambda_i) + (\Delta r_j / 2\lambda_j)]^{-1} \quad (32)$$

Аналогичным образом получим выражения для теплового потока в аксиальном направлении:

$$Q = [T(i) - T(j)] L_{ij} / [(\Delta z_i / 2\lambda_i) + (\Delta z_j / 2\lambda_j)] \quad (33)$$

и соответственно для $\gamma_z(i, j)$ в аксиальном направлении:

$$\gamma_z(i, j) = L_{ij} [(\Delta z_i / 2\lambda_i) + (\Delta z_j / 2\lambda_j)]^{-1} \quad (34)$$

где Δz_i и Δz_j высоты i -ого и j -ого элементов.

Методика представления системы уравнений тепловых балансов в матричной форме.

Необходимо отметить, что при выводе соотношения (33) и (34) использовалось условие ортогональности потоков тепла и границ между элементами. Данное условие выполняется для рассматриваемой задачи вследствие симметрии при принятом разбиении на элементы.

Для элементов на боковой поверхности при граничном условии третьего рода имеем:

$$\gamma_r(i,c) = L_{ic} [(\Delta r_i / 2\lambda_i) + (1/\alpha_c)]^{-1} \quad (35)$$

а при граничном условии первого рода:

$$\gamma_r(i,c) = L_{ic} 2\lambda_i / \Delta r_i \quad (36)$$

где α_c - коэффициент теплоотдачи; L_{ic} - протяженность границы элемента со средой.

Матричная форма системы уравнений тепловых балансов.

Система уравнений (28) может быть представлена в матричной форме:

$$[B]\{T\} = \{Q_v\} + \{Q_L\}$$

где

$[B]$ - пятидиагональная симметричная матрица, определяющая взаимодействие элементов между собой;

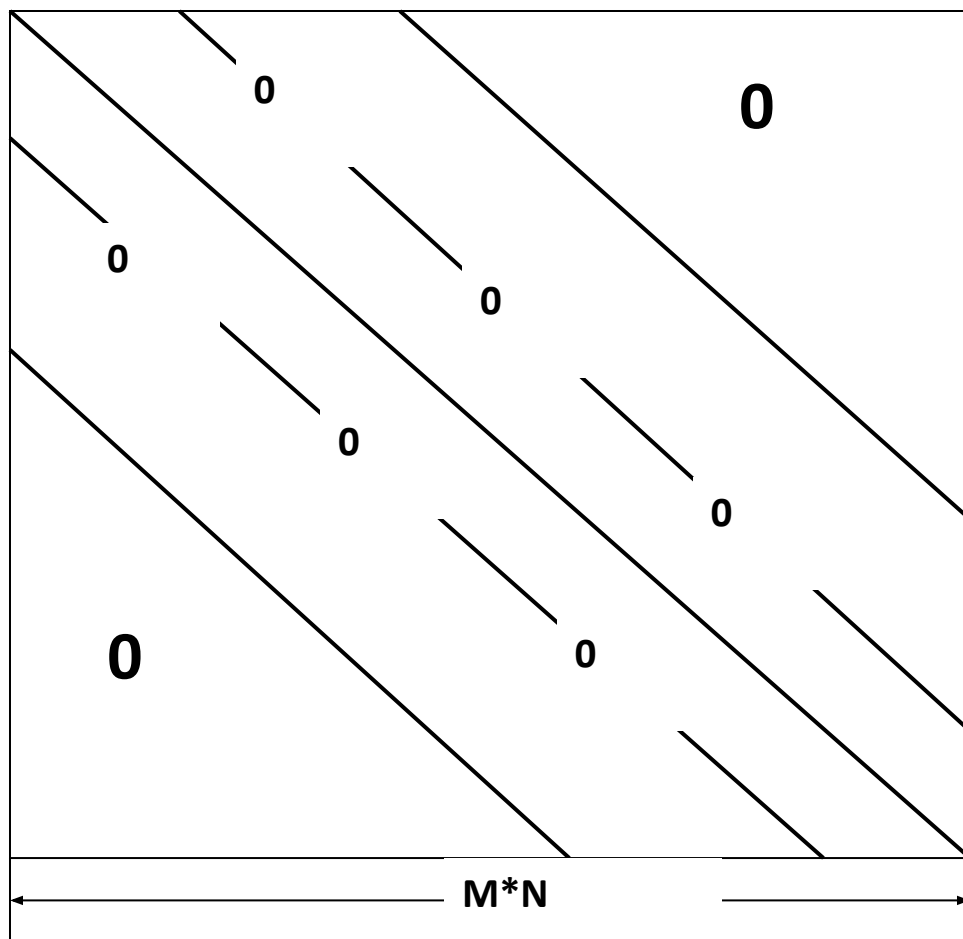
$\{T\}$ - вектор температуры элементов;

$\{Q_v\}$ - вектор источников тепла;

$\{Q_L\}$ - вектор потоков тепла с границ цилиндрического образца.

Матрица $[B]$ является квадратной пятидиагональной матрицей размера $(M \times N)$. Структура ее представлена на рис.3.8 где сплошными линиями показаны ненулевые элементы.

Матричная форма системы уравнений тепловых балансов.



В соответствии с переходом от (28) к (37) элементы матрицы $[B]$ определяются следующим образом.

Элементы, лежащие на неглавных диагоналях, определяются согласно (32) и (34).

Элементы лежащие на главной диагонали, определяются как сумма элементов неглавных диагоналей, взятых с обратным знаком и лежащих на одной строке, минус член, определяющий тепловое взаимодействие с внешней средой, в случае, когда элемент лежит на внешней поверхности.

Для определения вектора температуры элементов получим решение в виде:

$$\{T\} = (\{Q_v\} + \{Q_L\}) [B]^{-1}$$

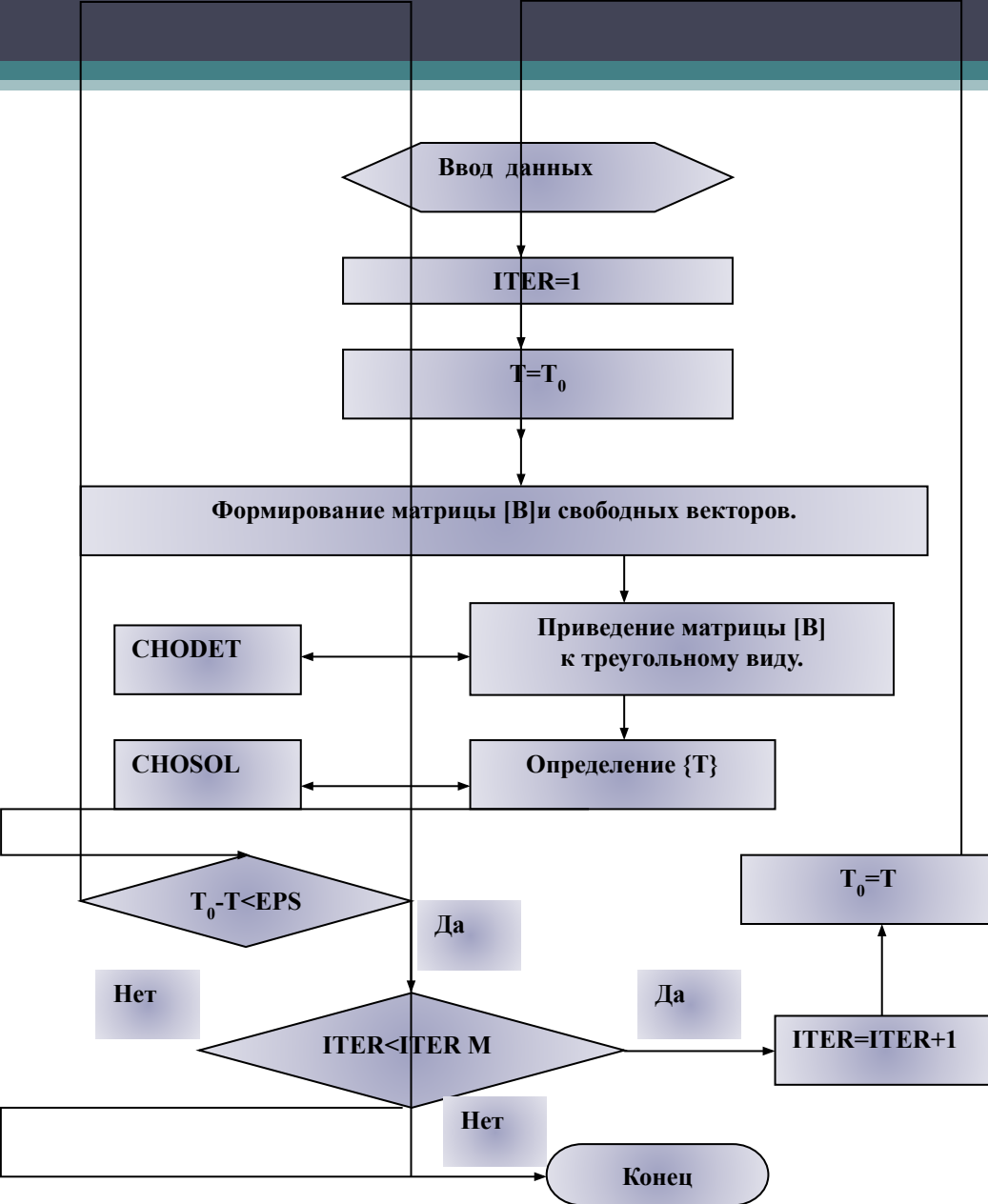


Рис. 3.9. Блок-схема программы для определения поля температуры в образце.

Основные этапы проведения расчетов на ЭВМ.

Во вводной части программы задается зависимость коэффициента теплопроводности от температуры, начальное приближение для λ , рассчитываются матрица [B], $\{Q_v\}$ и $\{Q_L\}$.

Далее для реализации треугольного разложения симметричной матрицы [B] применяется подпрограмма "CHODET".

Основные этапы проведения расчетов на ЭВМ.

Подпрограмма "SHOSOL " по известному вектору правой части уравнения (37) определяет вектор температуры.

После получения поля температуры происходит его дальнейшее уточнение итерациями с учетом зависимости коэффициента теплопроводности образца от температуры.

Укрупненная блок- схема программы определения вектора температуры для цилиндрических образцов представлена на рис.3.9.

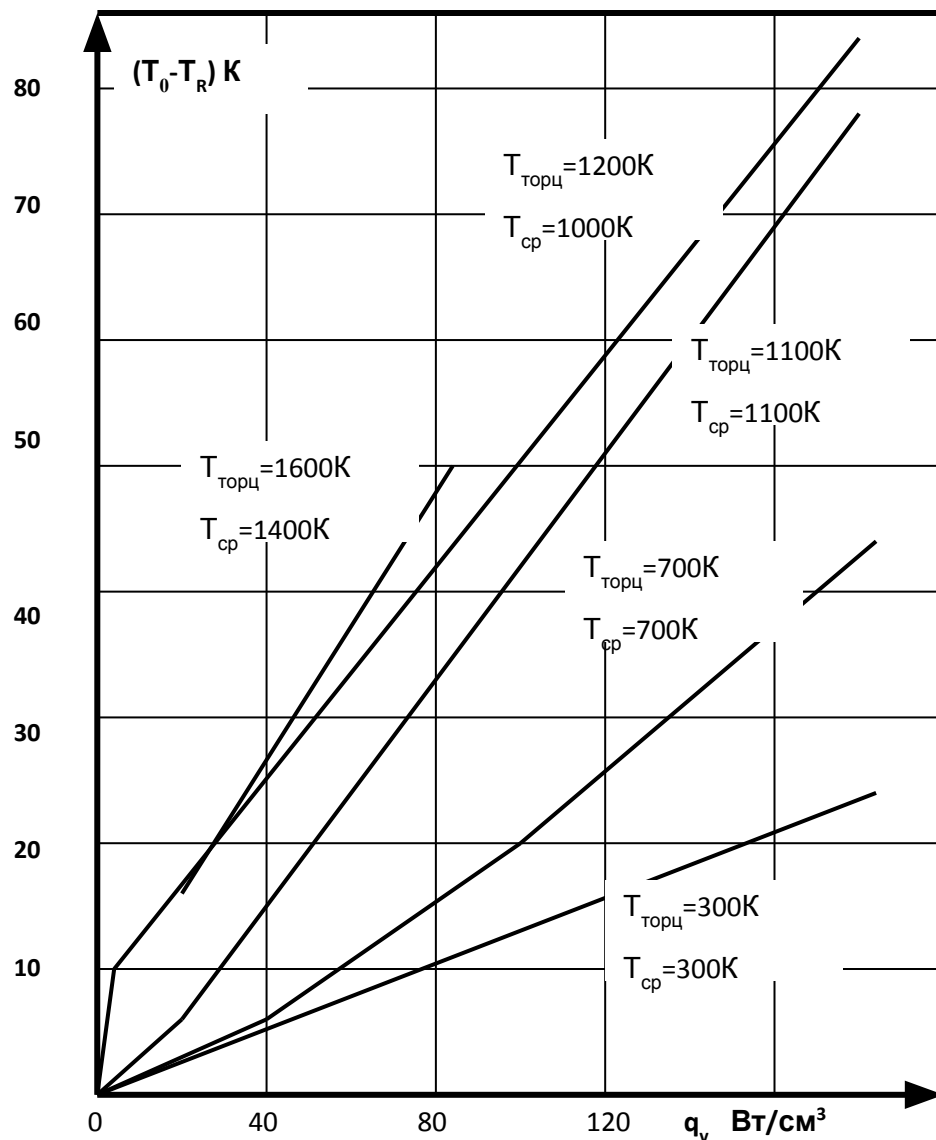


Рис.3.10. Зависимость радиального перепада температуры от плотности тепловыделений в UO_2 .

Пример расчета температурного поля.

На рис.3.10. показана зависимость максимального радиального перепада температуры в образце из диоксида урана от плотности внутренних источников тепла при различных значениях температур окружающей среды и торцов.

Пример расчета температурного поля.

На боковой поверхности образца задавались граничные условия третьего рода, а на торцах - первого рода, при этом предполагалось, что температура на торце образца по его сечению постоянна.

Это условие приближает расчеты к ситуации, реализуемой в экспериментальной установке, когда ядерное топливо с низким коэффициентом теплопроводности контактирует с металлическим пуансоном.

Коэффициент теплоотдачи с боковой поверхности образца учитывал теплопроводность через газ-заполнитель, конвекцию и тепловое излучение и рассчитывался по методике, принятой для расчета поля температуры по элементам установки.

При тепловыделениях $\sim 60 \text{ Вт/см}^3$, характерных для эксплуатации установок типа "Крип-ВТ" (высокотемпературные испытания) на ИРТ-МИФИ, перепады составляют величины $\sim 30 \text{ К}$, что не может привести к разрушению образца из-за термонапряжений.