

Восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления

Пример 1. Выполнить сложение и вычитание:

$$154_8 (108_{10}) \text{ и } 46_8 (38_{10});$$

$$E7_{16} (231_{10}) \text{ и } 2F_{16} (47_{10})$$

Решение

$$\begin{array}{r} + 154 \\ \quad 46 \\ \hline 222_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 154 \\ - \quad 46 \\ \hline 106_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} E7 \\ + \quad 2F \\ \hline 116_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} E7 \\ - \quad 2F \\ \hline B8_{16} \end{array}$$

Проверка

$$222_8 = 146_{10}; \quad 106_8 = 70_{10}; \quad | \quad 116_{16} = 278_{10}; \quad B8_{16} = 184_{10};$$

$$108_{10} + 38_{10} = 146_{10}; \quad 231_{10} + 47_{10} = 278_{10}$$

$$108_{10} - 38_{10} = 70_{10}; \quad 231_{10} - 47_{10} = 184_{10}$$

Пример 2. Выполнить умножение шестнадцатеричных чисел $4B_{16}$ и $1C_{16}$. Проверить правильность вычисления.

Решение

Операции умножения и деления восьмеричных и шестнадцатеричных чисел проще выполнить, если предварительно перевести их в двоичную систему счисления.

$$\begin{array}{r} 4B \\ \hline 1C \\ \hline 384 \\ \hline 4B \\ \hline 834_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100\ 1011 \\ * \\ \hline 1\ 1100 \\ 1001011 \\ \hline 1001011 \\ 1001011 \\ \hline 1001011 \\ \hline 10000110100_2 \end{array}$$

8 3 4

Ответ: $4B_{16} * 1C_{16} = 834_{16}$

Пример 3 (самостоятельно). Выполнить умножение восьмеричных чисел 253_8 , 71_8 и 3_8 .

Ответ: $71_8 * 3_8 =$

Выполнение арифметических операций в АЛУ микропроцессора

АЛУ – арифметико-логическое устройство. В основе арифметических операций на компьютере лежат операции **сложения** и **сдвига** двоичных чисел.

Операция вычитания заменяется сложением уменьшаемого с дополнительным кодом вычитаемого.

Операции умножения и деления реализуются последовательным выполнением операций сложения и сдвига.

Операция сложения

При сложении знаковый разряд участвует. Перенос из знакового разряда игнорируется.

Пример 1. Используя 8-разрядную сетку сложить два числа

15_{10} и 19_{10} . Старший разряд использовать как знаковый.

15_{10} Решение

$19_{10} = 10011_2$

Двоичные коды чисел 1111_2 и

Так как оба числа положительные, то при сложении используются прямые коды.

$$\begin{array}{r} 0\ 000\ 1111 \\ 0\ 001\ 0011 \\ \hline 0\ 010\ 0010 \end{array}$$

пр
пр
пр

Проверка

$$15_{10} + 19_{10} = 34_{10}$$
$$10\ 0010_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^1 = 32 + 2 = 34_{10}$$

Пример 2. В 8-разрядной сетке сложить два числа -15_{10} и 19_{10} . Старший разряд использовать как знаковый.

Решение

Двоичные коды чисел $15_{10} =$ и

$19_{10} = 10011_2$

Получим дополнительный код модуля отрицательного числа

$$\begin{array}{r}
 | -15_{10} |_{\text{пр}} = 000\ 1111_{\text{пр}} \\
 | -15_{10} |_{\text{обр}} = 111\ 0000_{\text{обр}} \\
 \phantom{| -15_{10} |} 1 \\
 | -15_{10} |_{\text{доп}} = 111\ 0001_{\text{доп}}
 \end{array}$$

Выполним сложение:

$$\begin{array}{r}
 1\ 111\ 0001 \\
 0\ 001\ 0011 \\
 \hline
 1\ 0\ 000\ 0100
 \end{array}$$

↑
Перенос из знакового разряда игнорируется

Проверка

$$\begin{array}{l}
 -15_{10} + 19_{10} = 4_{10} \\
 100_2 = 1 \cdot 2^2 = 4_{10}
 \end{array}$$

Операция вычитания

При выполнении операции вычитания для второго операнда (вычитаемого) предварительного выполняется операция **«Изменения знака числа»**. Эта операция означает получение дополнительного кода числа ***с учетом знакового разряда***.

В результате, если вычитаемое было положительным, то оно преобразуется в дополнительный код отрицательного числа. И наоборот, если вычитаемое было отрицательным, то оно преобразуется в прямой код положительного числа.

После проведенного преобразования выполняется операция сложения.

Пример 2. В 8-разрядной сетке выполнить вычитание $19_{10} - (-15_{10})$. Старший разряд использовать как знаковый.

Решение

Отрицательное число (-15_{10}) записывается на ПК в дополнительном коде $\boxed{-15_{10}|_{\text{доп}} = 1 | 111\ 0001_2}$

После выполнения для вычитаемого операции «Изменение знака числа» получим:

$$\begin{array}{r} (-15_{10})_{\text{доп}} = 1\ 111\ 0001\ |_{\text{доп}} \\ (15_{10})_{\text{обр}} = 0\ 000\ 1110\ |_{\text{обр}} \\ \phantom{(15_{10})_{\text{обр}}} = \ +\ 1 \\ \hline (15_{10})_{\text{пр}} = 0\ 000\ 1111\ |_{\text{пр}} \end{array}$$

Выполним сложение:

$$\begin{array}{r} 0\ 001\ 0011\ |_{\text{пр+}} \\ 0\ 000\ 1111\ |_{\text{пр}} \\ \hline 0\ 010\ 0010\ |_{\text{пр}} \end{array}$$

Проверка

Результат – положительный.

$$19_{10} - (-15_{10}) = 19 + 15 = 34_{10}$$

$$100010_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^1 = 32 + 2 = 34_{10}$$

Анализ переполнения разрядной сетки

В АЛУ микропроцессора всегда осуществляется анализ результата сложения на переполнение.

Переполнение разрядной сетки возникает, когда количество разрядов недостаточно для представления числа. В этом случае старшие разряды теряются, что приводит к искажению результата.

При анализе на переполнение проверяются знаки слагаемых и суммы. Переполнения *не будет* в двух ситуациях:

- 1) если знаки слагаемых **разные**;
- 2) если знаки слагаемых **одинаковые** и

совпадают со знаком суммы

Пример 1. В 8-разрядной сетке выполнить сложение $105_{10} + 68_{10}$. Указать, будет ли возникать переполнение?

Решение

Двоичные коды чисел: $105_{10} = 1101001_2$

$68_{10} = 1000100_2$

Выполним сложение:

```
  0 110 1001 |
  0 100 0100 |
  1 010 1101 |
  пр пр пр пр
```

Результат: Есть ли переполнение? м!

Проверка

$$105_{10} + 68_{10} = 173_{10}$$

$$101101_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 8 + 4 + 1 = 45_{10}$$

Ошибка! $45_{10} \neq 173_{10}$