

# **Лекция 8.**

## **Временные ряды ( ряды динамики)**

# Содержание

- 1. Временные ряды. Описательные характеристики временных рядов**
- 2. Компонентный состав временного ряда**
- 3. Трендовые модели временных рядов.  
Прогнозирование по тренду**
- 4. Выявление сезонных колебаний**

**Процесс изменения во  
времени социально-  
экономических явлений в  
статистике называют  
динамикой.**

**Для описания динамики в  
статистике применяют РЯДЫ  
ДИНАМИКИ или ВРЕМЕННЫЕ  
РЯДЫ**

- **Ряды динамики получают в результате сводки и обработки материалов периодического статистического наблюдения.**
- **Повторяющиеся во времени (по отчетным периодам) значения одноименных показателей в ходе статистической сводки систематизируются в хронологической последовательности.**

**Значения показателя, составляющие ряд динамики, называются уровнями ряда.**

**Чаще всего уровни ряда обозначают**

$$Y_t : Y_1, Y_2, \text{ и т.д.,}$$

**где t-номер периода или момента времени, к которому относится значение показателя**

**Ряд динамики - хронологический ряд, т.е. ряд последовательно расположенных в хронологическом порядке значений показателя, который в своих изменениях отражает ход развития изучаемого явления во времени.**

**Различают *моментные* и *интервальные* временные**

# Моментные ряды динамики

Моментные ряды характеризуют уровни изменения явлений **на определенные моменты времени** (дату учета), например, на начало месяца, квартала, года или по состоянию на 1 января, 30 июня, 31 декабря и т. д. Типичные моментные ряды в экономике — это численность населения страны на начало (конец) года, стоимость основных фондов на начало месяца, квартала, года

- **Период между датами в моментных рядах называется интервалом ряда. Он может быть годовым, кварталным, месячным.**
- **Особенностью моментного ряда является то, что его показатели, раскрывая то или иное состояние, не могут суммироваться или укрупняться.**

# Пример моментного ряда: численность населения РФ, на 1.01, млн. чел.

ГОД	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Значение	146,3	145,2	145	144,2	143,5	142,8	142,2	142	141,9	141,9

# Интервальные ряды динамики

- Интервальные ряды характеризуют величину изучаемого показателя, полученного за какой-то период времени (интервал).
- В моментном ряду интервал — промежуток времени между датами учета сведений, а в интервальном ряду интервал — тот же промежуток времени, но за который обобщены приводимые сведения, когда они накапливались.
- Поэтому месячные данные можно суммировать по кварталам, квартальные — по годам, годовые — по пятилетиям и т. д.

Пример интервального ряда

**Инвестиции в основной капитал в  
Российской Федерации (в**

<b>Годы</b>	<b>Миллионов рублей</b>
<b>2004</b>	<b>2 865 013,9</b>
<b>2005</b>	<b>3 611 109,0</b>
<b>2006</b>	<b>4 730 022,9</b>
<b>2007</b>	<b>6 716 222,4</b>
<b>2008</b>	<b>8 781 616,4</b>
<b>2009</b>	<b>7 976 012,8</b>
<b>2010</b>	<b>9 151 410,8</b>
<b>Итого</b>	<b>43 831 408,2</b>

# **Цели анализа рядов динамики**

- **1. Обобщение информации об отдельных этапах развития явления;**
- **2. Изучение тенденции развития явления во времени**
- **3. Разложение уровней временного ряда на отдельные компоненты для последующего моделирования**

**Основное требование, предъявляемое к анализируемым рядам динамики, — это сопоставимость их уровней по содержанию учитываемых явлений, отрезку времени учета, территории, полноте охвата и другим параметрам.**

## **Основные причины несопоставимости уровней ряда:**

- **изменение границ территории;**
- **изменение методологии расчета показателей;**
- **изменение цен для стоимостных показателей (инфляционные изменения);**
- **изменение единиц измерения (в 1998 г. была проведена деноминация рубля, поэтому уровни ряда до 1998г показываются в тыс. руб., а с 1998г в рублях);**
- **изменение круга охватываемых единиц (например, при изучении для малого бизнеса);**
- **различная продолжительность интервалов времени, к которым относятся уровни.**

**Для обеспечения сопоставимости уровней временного ряда могут производиться дополнительные расчеты. Одним из видов таких расчетов является *смыкание рядов динамики*.**

**Суть его состоит в том, что в год изменения методологии расчета (например, из-за изменения территориальных границ) один и тот же уровень ряда приводится в двойной оценке: по прежней и новой методике (в старых и новых границах). Это позволяет для этого года найти соотношение двух оценок одного уровня и на его основе пересчитать уровни прошлых лет.**

**ПРИМЕР:** Пусть в 2005 г. были изменены границы административного района и численность занятых в экономике составила в прежних границах 500 тыс. человек, а в новых границах 600 тыс. человек, то коэффициент пересчета уровней в 2005 г. равен 1,2 (600/500). Умножая на этот коэффициент уровни ряда динамики в прежних границах, приводим их к

<b>Год</b>	<b>2001</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>
<b>В прежних границах</b>	<b>570</b>	<b>565</b>	<b>550</b>	<b>520</b>	<b>500</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
<b>В новых границах</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>600</b>	<b>590</b>	<b>585</b>
<b>Сомкнутый ряд</b>	<b>684</b>	<b>678</b>	<b>660</b>	<b>624</b>	<b>600</b>	<b>590</b>	<b>585</b>

# Аналитические показатели динамики

Для характеристики развития во времени применяются следующие показатели:

- абсолютные приросты —  $\Delta y$ ;
- темпы роста —  $T_r$  или  $i$ ;
- *темпы прироста (снижения)* —  $\Delta T_r$  или  $i$ ;

## **Абсолютный прирост (абсолютное изменение)**

**Абсолютный прирост уровней ряда рассчитывается как разность двух уровней.**

**Он показывает, насколько единиц уровень одного периода больше или меньше уровня другого периода (или момента времени).**

**В зависимости от базы сравнения абсолютные приросты могут быть цепными и базисными:**

$$\Delta y_{\text{цеп}} = y_t - y_{t-1}$$

$$\Delta y_{\text{баз}} = y_t - y_б$$

**где  $y_t$  — уровень t-го периода,  $y_{t-1}$  — уровень предыдущего периода,**

**$y_б$  — уровень периода, взятого за базу сравнения.**

# Темпы роста

- Интенсивность изменения уровней временного ряда характеризуется темпами роста и прироста.
- Темпы роста - отношение двух уровней ряда, выраженное в процентах.

$$TPr_{цен} = \frac{y_t}{y_{t-1}} 100$$

$$TPr_{баз} = \frac{y_t}{y_б} 100$$

# Коэффициенты роста

- Темпы роста, выраженные в коэффициентах, принято называть коэффициентами роста ( $Kp$ ):

$$Kp_{цен} = \frac{y_t}{y_{t-1}}$$

$$Kp_{баз} = \frac{y_t}{y_0}$$

# Темпы прироста

- Темп прироста есть отношение абсолютного прироста к предыдущему уровню динамического ряда (цепной показатель) и к уровню, принятому за базу сравнения (базисный показатель)

$$\Delta Tр_{цеп} = \frac{\Delta y_{цеп}}{y_{t-1}} 100$$

$$\Delta Tр_{баз} = \frac{\Delta y_{баз}}{y_{баз}} 100$$

## **Взаимосвязь между цепными и базисными показателями:**

- сумма цепных абсолютных приростов равна базисному приросту;**
- произведение цепных коэффициентов роста равно базисному; (отсюда следует, что деление рядом стоящих базисных коэффициентов роста друг на друга равно цепным коэффициентам роста);**
- темп прироста связан с темпом**

# Абсолютное значение 1% прироста

- рассчитывается как отношение абсолютного прироста уровня за интервал времени к темпу прироста за этот же промежуток:

$$A = \frac{\Delta_{цепн}}{\Delta TP_{цепн}} = 0,01 y_{t-1}$$

# Пример расчета показателей

Год	Произведено продукции $Y_t$	Абсолютные приросты		Темпы роста, %		Темпы прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста, тыс. шт.
		цепные	базисные	цепные	базисные	цепные	базисные	
2004	20	-	-	-	100	-	-	-
2005	25	5	5	125	125	25	25	0,2
2006	35	10	15	140	175	40	75	0,25
2007	40	5	20	114,3	200	14,3	100	0,35
2008	50	10	30	125	250	25	150	0,4
Итого	170	30	-	-	-	-	-	-

# Обобщающие показатели временного ряда: **средний уровень ряда**

Для моментного ряда средний уровень рассчитывается по формуле средней хронологической:, где

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

где  $y_i$  – уровни ряда,  $n$  – число уровней

# Обобщающие показатели временного ряда: **средний уровень ряда**

Для интервального ряда  
средний уровень  
рассчитывается по формуле  
простой средней  
арифметической:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n}$$

# Обобщающие показатели временного ряда: **средний абсолютный прирост**

Средний абсолютный прирост определяется как средняя арифметическая простая из цепных приростов:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{цепн}}{n - 1}$$

где  $n$  - число уровней ряда.  $\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$

Поскольку

,  
где  $y_n$  - последний уровень ряда,  $y_1$  - базисный уровень

# Обобщающие показатели временного ряда: **средний коэффициент роста**

Для обобщенной характеристики интенсивности роста рассчитывается **средний коэффициент роста по формуле средней геометрической простой:**

$$\overline{K_p} = \sqrt[n]{K_1 * K_2 * K_3 * \dots * K_{n-1}}$$

где  $K_t$  - цепные коэффициенты роста

Средний темп роста  $\overline{T_p} = \overline{K_p} * 100$

С учетом взаимосвязи цепных и базисных

$$\overline{T_p} = 100 \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}}$$

темпов роста

# **Компонентный состав временного ряда**

**Динамика рядов экономических показателей в общем случае складывается следующих компонентов:**

- 1) тенденции, характеризующей долговременную основную закономерность развития исследуемого явления (T);**
- 2) периодического компонента, связанного с влиянием сезонности развития изучаемого явления (P);**
- 3) случайных колебаний как результата влияния множества случайных (второстепенных) факторов (E).**

# Связь компонент с уровнем ряда

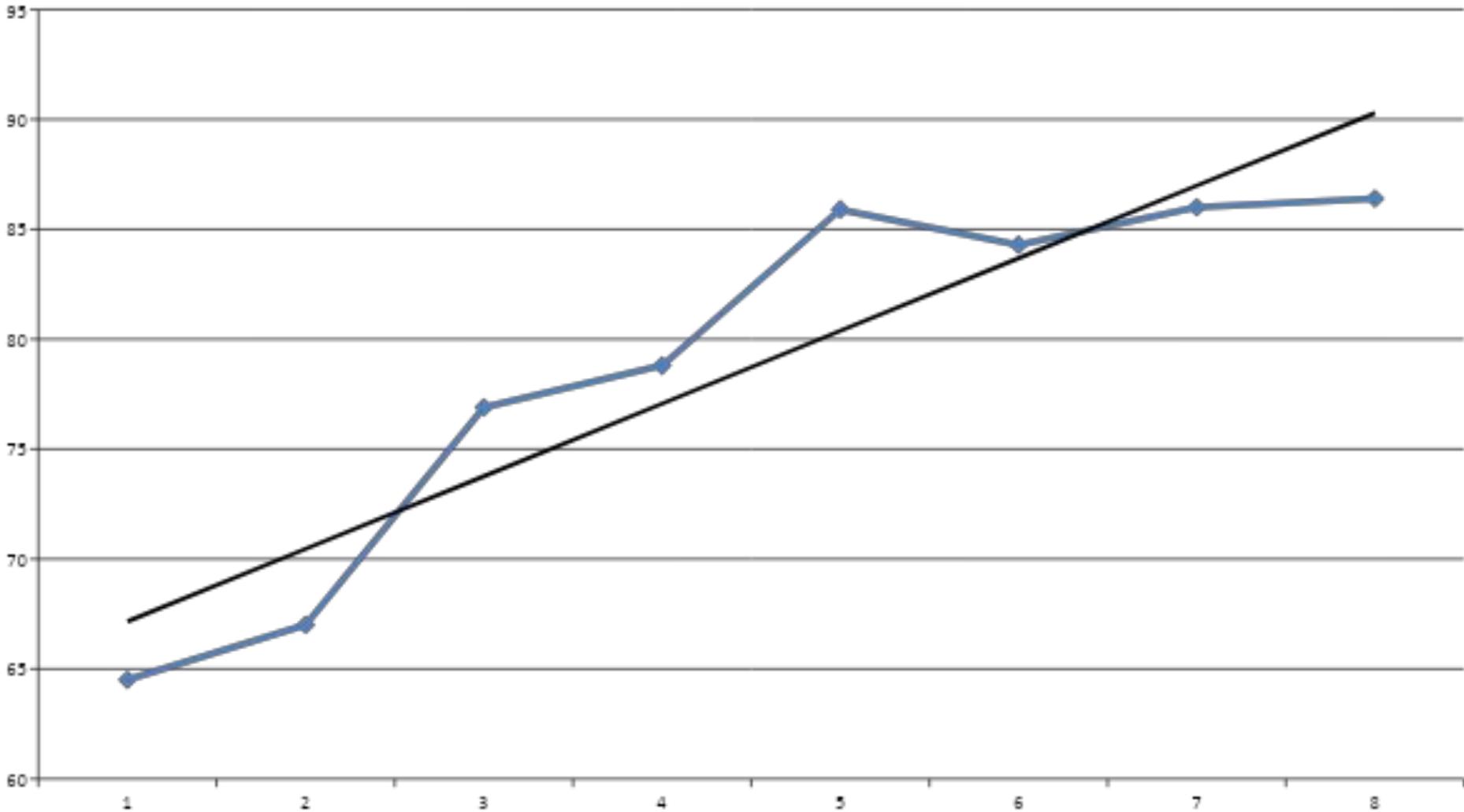
Рассматривают 2 варианта связи компонент с уровнем ряда:

- $Y_t = T + P + E$  - аддитивная модель
- $Y_t = T \times P \times E$  - мультипликативная модель

Эти компоненты

необязательно присутствуют

# Ряд с тенденцией и случайными колебаниями



# **Ряд с периодическими и случайными колебаниями**

**Ряд с тенденцией,  
периодическими и случайными  
колебаниями**

# **Методы выявления тенденции**

- **Метод укрупнения интервалов**
- **Метод скользящей средней**
- **Метод аналитического выравнивания**

# Метод укрупнения интервалов

- От первоначального динамического ряда переходят к ряду с большими промежутками времени:
- Имеются данные об объеме продаж валюты на торгах ММВБ (тыс.долл.США)

01.10	02.10	05.10	06.10	07.10	11.10	12.10	13.10	14.10	15.10
1000	2000	1950	2300	1600	1800	2200	1900	2600	2000

- Укрупним интервалы ряда:

Период	Объем продаж	Среднедневной объем продаж
01-05.10	4950	1650
06-10.10	3900	1950
11-15.10	10500	2100

# Метод скользящей средней

- Сущность метода скользящих средних состоит в нахождении средних уровней за определенные периоды времени путем последовательного передвижения начала периода на единицу времени.
- Скользящая средняя определяется по средней арифметической простой и

- *Тренд – функция времени, характеризует основную закономерность изменения во времени, свободную в основном (но не полностью) от случайных воздействий.*
  - **Уровни временного ряда описываются следующим уравнением тренда:**
  - $Y_t = f(t) + \xi_t$
- где  $f(t)$  - систематическая составляющая, характеризующая основную тенденцию**
- $\xi_t$  - **случайная составляющая.**

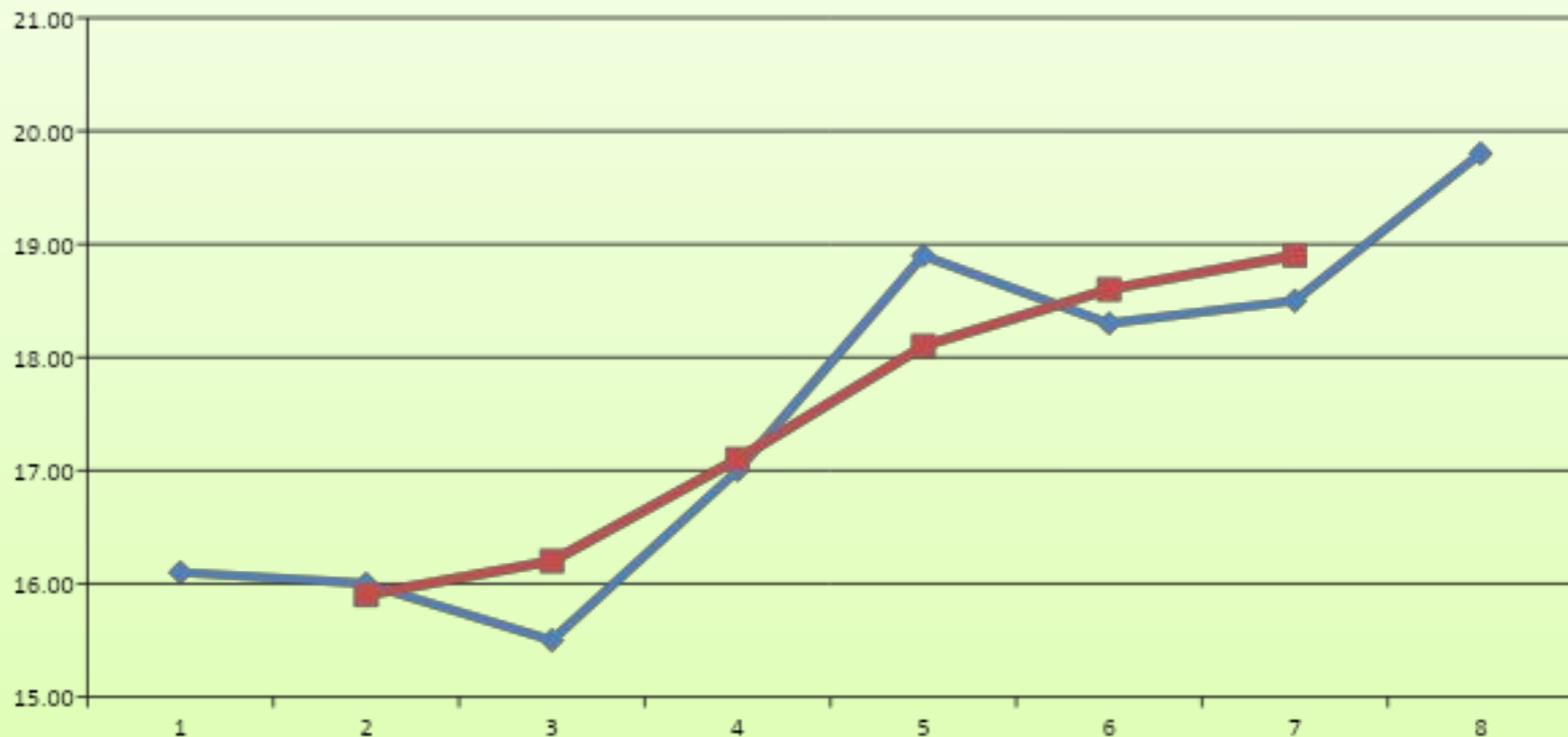
## Пример

**Производство сахара-песка характеризуется данными (тыс. тонн):**

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Фактический уровень	16,1	16,0	15,5	17,0	18,9	18,3	18,5	19,8
Сглаженный уровень	-	15,9	16,2	17,1	18,1	18,6	18,9	-

- Первая скользящая средняя рассчитана как  $(16,1 + 16 + 15,5)/3 = 15,9$  и отнесена к 2001 г.
- Вторая скользящая средняя соответственно:  $(16 + 15,5 + 17)/3 = 16,2$  и отнесена к 2002 г.
- Третья скользящая средняя составляет:
- $(15,5 + 17 + 18,9)/3 = 17,1$  и относится к 2003 г. и т.д.
- Чаще период скользящего сглаживания ( $K$ ) берется нечетным, так как в этом случае скользящая средняя относится к середине интервала и динамический ряд сокращается на  $(K - 1)$ -уровень: в примере  $K = 3$  и ряд уменьшился на 2 уровня.

# Исходные и сглаженные уровни ряда



# Аналитическое выравнивание

При аналитическом выравнивании уровень динамического ряда представляется как:  $y_t = y_{\text{теор}} + \varepsilon_t$

где  $y_t$  — фактическое значение уровня;

$y_{\text{теор}}$  — теоретическое значение уровня, найденное по математической функции в соответствии с действием основной тенденции развития (тренда);

$\varepsilon_t$  — случайное колебание, т. е. отклонение от тенденции ( $\varepsilon_t = y_t - y_{\text{теор}}$ ).

Суть аналитического выравнивания состоит в построении модели тенденции (уравнения тренда) и нахождении теоретических значений уровней ряда.

Центральным вопросом при построении уравнения тренда является выбор математической функции,

## Часто используемые формы тренда:

Линейная  $y_t = at + b$

Параболическая  $y_t = a + bt + ct^2$

Экспоненциальная  $y_t = ak^t$

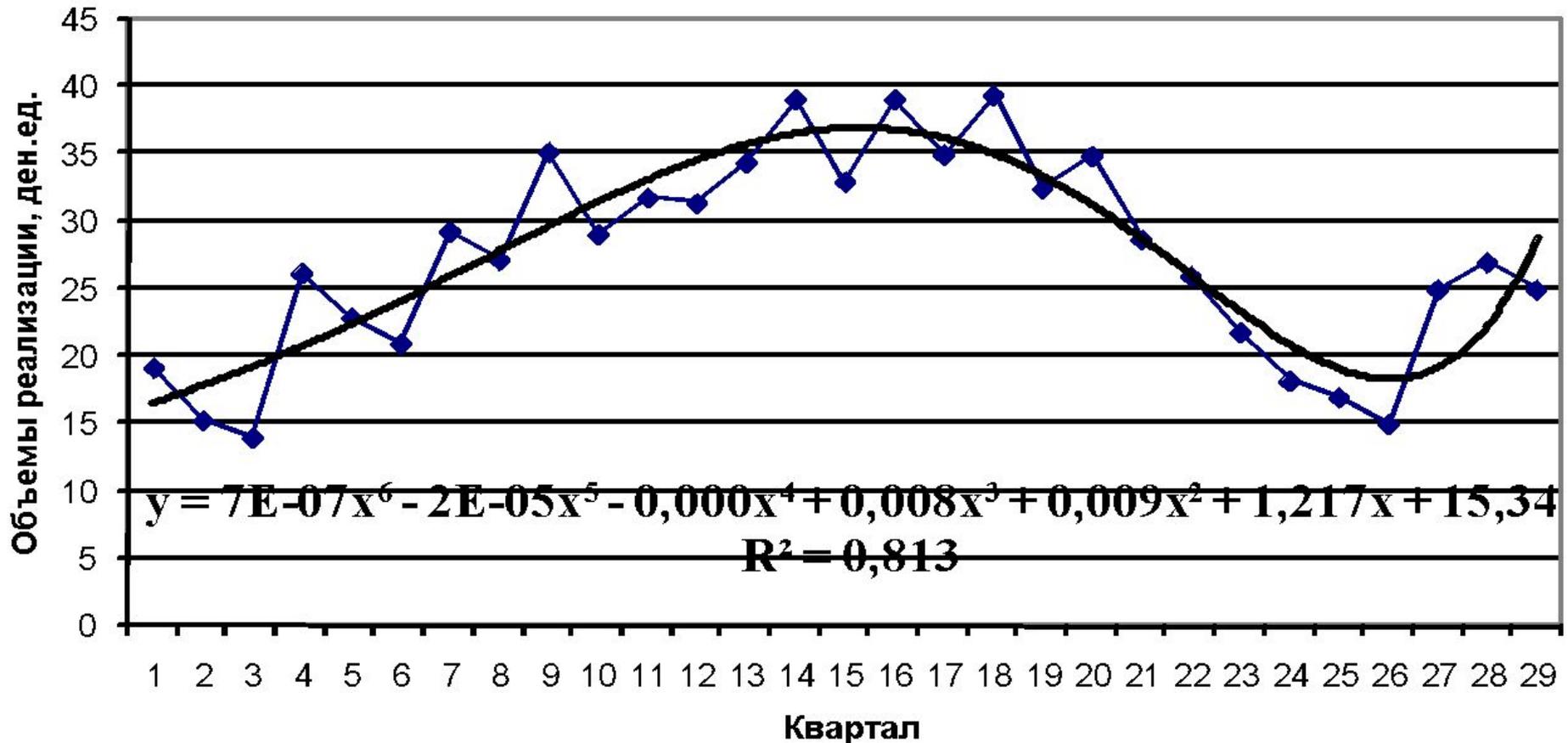
Логарифмическая  $y_t = a + b \log(t)$ .

# **Построение трендовой модели с помощью Excel**

- 1. Ввести уровни временного ряда в столбец (строку)**
- 2. Построить диаграмму «График»**
- 3. На активной диаграмме перейти к «Добавить линию тренда»**
- 4. Выбрать вид тренда**
- 5. Указать в параметрах : Показывать уравнение тренда на диаграмме, Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации**

# Пример трендовой модели

Динамика объемов реализации



# **Выявление сезонных колебаний**

**Сезонные колебания — регулярно повторяющиеся подъемы и снижения уровней динамического ряда внутри года на протяжении ряда лет.**

**Сезонность имеет место во многих областях экономики: погодные изменения влияют на ассортимент реализации обуви, овощей и других товаров, на объем деятельности туристических фирм, на строительные работы и т. п.**

# Модели сезонности

Существуют две модели сезонности: аддитивная и мультипликативная.

Аддитивная модель предполагает агрегирование отдельных, компонент уровней динамического ряда.

В зависимости от того, существует или нет тенденция в ряду динамики, она может иметь следующий вид:

$Y_c = \bar{y} + S + E$  — при отсутствии тенденции;  
 $y_t = y_{t\text{теор}} + S + E$  — при наличии тенденции,

**В мультипликативной модели уровень динамического ряда рассматривается как произведение его компонент:**

$$y_t = y_{t\text{теор}} * K_s * E_t,$$

**где**

- $y_t$  — фактический уровень ряда;**
- $y_{t\text{теор}}$  — теоретический уровень ряда согласно тенденции;**
- $K_s$  — коэффициент сезонности;**
- $E_t$  — коэффициент случайной компоненты.**