Расчетно-графическая работа по дисциплине "Теория принятия решений"

Выполнил: студент гр. ИВТ – 315 Антосюк Е.В.
Преподаватель: д. ф. м. н., профессор Зыкина А.В.

Задание

На *n* участках могут выращиваться *n* культур. Известны размеры участков в гектарах B_i, урожайность λ_{ik} (ц/га) на каждом из участков по каждой культуре; C_{ik} - затраты в чел/ч на 1 ц.; P_J - плановое задание по сбору культур.

1. Определить структуру посевов, минимизирующую суммарные затраты;
2. Составить оптимальную структуру посевов, максимизирующую суммарный сбор урожая;
3. Решить задачу при плановом ассортиментном соотношении обеспечивая выполнения планового задания с минимальными затратами.

1 Построение математической модели

X_{iJ}- структура посева i-й культуры на J-м участке;

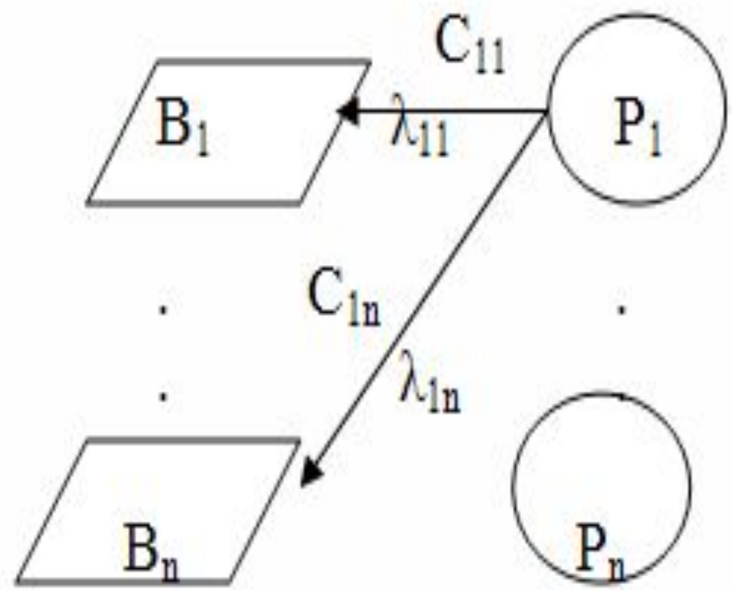
λ_{ik} - урожайность (ц/га) по каждой культуре на каждом из участков;

B_i - размер участка в гектарах;

C_{ik}- затраты в чел/ч на 1 ц.

По заданию составляем целевую функцию и ограничения:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \textit{если } i-\textit{я культура на } j-\textit{ый участок} \\ 0, & \textit{иначе} \end{cases}$$



1 Построение математической модели

1. Целевая функция:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}\cdot\lambda_{ij}\cdot B_{ij}\cdot x_{ij}\to\min$$

Суммарные затраты на посев минимизируем.

Ограничения: $\sum_{i=1}^{n} x_{ij}=1$

2. Целевая функция:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \lambda_{ij}\cdot B_{ij}\cdot x_{ij}\to\max$$

Оптимальная структура посевов, максимизирующая суммарный сбор урожая.

Ограничения: $\sum_{i=1}^{n} x_{ij}=1$

3. Целевая функция:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}\cdot\lambda_{ij}\cdot B_{ij}\cdot x_{ij}\to\min$$

$$\begin{cases}\dfrac{\sum_{j} B_{ij}\cdot\lambda_{ij}\cdot x_{1j}}{\sum_{j} B_{ij}\cdot\lambda_{ij}\cdot x_{2j}}=\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2}\\ \dots\\ \dfrac{\sum_{j} B_{ij}\cdot\lambda_{ij}\cdot x_{1j}}{\sum_{j} B_{ij}\cdot\lambda_{ij}\cdot x_{nj}}=\dfrac{\alpha_1}{\alpha_n}\end{cases}$$

овое задание ьными

Ограничения: $\sum_{i=1}^{n} x_{ij}=1$

Полученная задача является задачей целочисленного программирования.

2 Расчетная часть

Структура посева будет иметь следующий вид:

$$X_{ij}=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix}$$

Введём обозначения:

$x_{11}=x_1$; $x_{12}=x_2$; $x_{13}=x_3$; $x_{21}=x_4$; $x_{22}=x_5$; $x_{23}=x_6$; $x_{31}=x_7$; $x_{32}=x_8$; $x_{33}=x_9$.

Зададим произвольные параметры урожайности (ц/га) по каждой культуре на каждом из участков и размера участка в гектарах.

Составим матрицу урожайности с числовыми значениями:

$$\lambda_{ik}=\begin{pmatrix} 8 & 5 & 7 \\ 10 & 13 & 3 \\ 1 & 15 & 20 \end{pmatrix}$$

Также составим матрицу размера участка:

$$B_i=\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$$

В результате получим следующую целевую функцию и ограничения:

$L=64x_1+40x_2+56x_3+100x_4+130x_5+30x_6+$

$+5x_7+75x_8+100x_9 \rightarrow max$

$x_1+x_2+x_3=1;$

$x_4+x_5+x_6=1;$

$x_i \geq 0, i=\overline{1,9}$.

$x_i \in Z, i=\overline{1,9}.$

2 Расчетная часть

Далее решаем методом искусственного базиса:

$$h = 3 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9) \to \min$$
$$y_1 = 1 - (x_1 + x_2 + x_3),$$
$$y_2 = 1 - (x_4 + x_5 + x_6);$$
$$y_3 = 1 - (x_7 + x_8 + x_9),$$
$$x_i \geq 0, i = \overline{1,9};$$
$$x_i \in Z, i = \overline{1,9};$$
$$y_i \geq 0, i = \overline{1,3};$$

Исходная симплекс-таблица:

B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
h	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1
y_1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
y_2	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
y_3	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Конечная симплекс-таблица метода искусственного базиса:

B	b	y_1	x_2	x_3	y_2	x_5	x_6	y_3	x_8	x_9
h	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	0	0
x_1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
x_4	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
x_7	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1

2 Расчетная часть

Исходная таблица для прямого симплекс-метода на максимум:

B	b	x_2	x_3	x_5	x_6	x_8	x_9
f	169	24	8	-30	70	-70	-95
x_1	1	1	1	0	0	0	0
x_4	1	0	0	1	1	0	0
x_7	1	0	0	0	0	1	1

Оптимальное решение задачи:

B	b	x_2	x_3	x_4	x_6	x_8	x_7
f	294	24	8	30	100	25	95
x_1	1	1	1	0	0	0	0
x_5	1	0	0	1	1	0	0
x_9	1	0	0	0	0	1	1

$$x_1=x_{11};\ x_5=x_{22};\ x_9=x_{33} \Rightarrow \quad x^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad F^* = 294$$

Так как полученное решение целочисленное, то применения метода Гомори не требуется. Содержательно данное решение означает, что для достижения максимального суммарного сбора урожая необходимо первый тип культур посалить на первом участке, второй тип культур посадить на втором участке и третий тип культур посадить на третьем участке. При этом все ограничения выполняются, то есть полученное решение является оптимальным.

Заключение

- Задачи математического программирования применяются в различных областях человеческой деятельности в целях оптимизации различных процессов и решения разнообразных задач. Поиск оптимальных решений в них осуществляется с помощью специальных математических методов. В данной расчётно-графической работе по заданному условию задачи была составлена математическая модель и произведён расчёт задачи на примерных данных с помощью симплекс-метода, целью оптимизации в данном случае была максимизация суммарного сбора урожая.