

Лекция 18

ОСНОВЫ ЕДИНОЙ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Основные вопросы:

- ◆ **1. Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла.**
- ◆ **2. Ток смещения.**
- ◆ **3. Второе уравнение Максвелла.**
- ◆ **4. Система уравнений Максвелла.**
- ◆ **5. Значение теории Максвелла.**

Электрическое поле

Магнитное поле

Создается

Неподвижными зарядами

Движущимися зарядами (токами)

Силовые характеристики

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q};$$

$$B = \frac{F_{\perp}}{q v};$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

Емкость

Индуктивность

$$C = \frac{q}{\Phi}$$

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

Объемная плотность энергии

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

Теорема о циркуляции

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i$$

Теорема Гаусса

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

1. Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла.

Согласно закону Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

ЭДС есть работа сторонних сил по перемещению 1 Кл электрического заряда по замкнутому контуру:

$$\varepsilon_i = \oint_L (\vec{E}_{\text{ст}} \cdot d\vec{l}) \quad (2)$$

$$\Phi = \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) \quad (3)$$

$$\oint_L (\vec{E}_{\text{ст}} \cdot d\vec{l}) = -\frac{d}{dt} \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right) \quad (4)$$

$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ - частная производная, показывающая, что производная берется только по времени.

- ♦ Максвелл предположил (первая гипотеза Максвелла), что *всякое изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое (не электростатическое) поле* независимо от того есть в нем проводники (контур) или нет. Контур лишь прибор для обнаружения **этого** поля.

Напряженность сторонних сил в законе Фарадея есть напряженность электрического поля $\vec{E}_{\text{СТ}} = \vec{E}$.

$$\oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right) \quad (5)$$

Формула (5), представляющая собой математическое выражение первой гипотезы Максвелла, является **первым уравнением Максвелла**.

1.

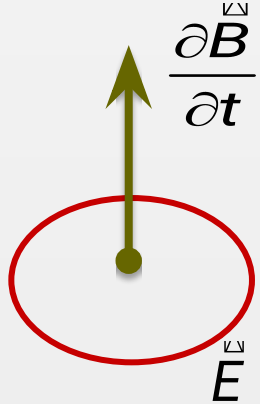
$$\oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right)$$

Циркуляция вектора напряженности электрического поля по произвольному замкнутому контуру L , мысленно проведенному в электромагнитном поле, равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока через поверхность S , ограниченную этим контуром.

Физический смысл 1 уравнения: изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое поле.

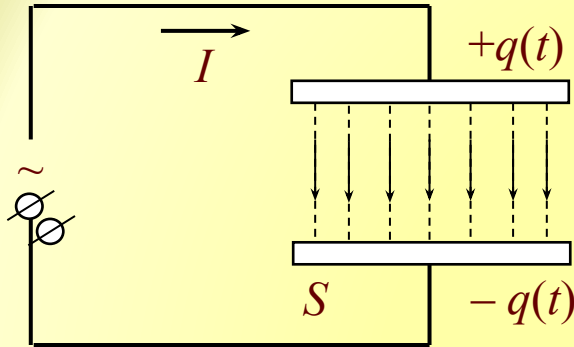
$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Знак «минус» в этом уравнении показывает, что направление линий напряженности вихревого электрического поля образует с вектором $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ в соответствии с правилом Ленца левовинтовую систему



2. Ток смещения.

Максвелл назвал **переменное электрическое поле**, возбуждающее магнитное поле, **током смещения**.



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad \sigma = \epsilon_0 \epsilon E$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

Поверхностная плотность заряда на обкладках конденсатора :

$$\sigma = D$$

В проводниках имеется ток проводимости, который по гипотезе Максвелла, внутри конденсатора замыкается током смещения (переменным электрическим полем). (6)

Плотность тока смещения $j_{\text{см}}$ равна плотности тока проводимости j

$$j_{\text{см}} = j = \frac{I}{S} = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{S} \right) = \frac{d\sigma}{dt} \quad (7)$$

- ♦ Плотность тока смещения

$$j_{\text{см}} = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (8)$$

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Плотность тока смещения в данной точке пространства равна скорости изменения вектора электрического смещения в этой точке.

3. Второе уравнение

Максвелла.

В общем случае плотность полного тока $\vec{j}_{\text{полн}}$ в каждой точке пространства складывается из плотности тока проводимости \vec{j} и плотности тока смещения $\vec{j}_{\text{см}}$ в этой точке:

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad I_{\text{полн}} = \int_S (\vec{j}_{\text{полн}} \cdot d\vec{S}) = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \quad (9)$$

Подставив в **теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля** плотность полного тока получим **второе уравнение Максвелла**:

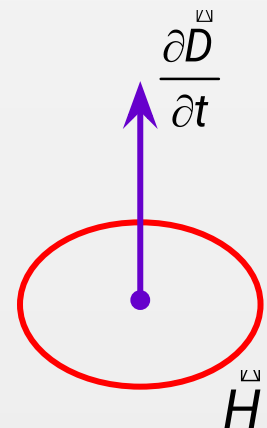
3. Второе уравнение Максвелла.

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) dS \quad (10)$$

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру L , мысленно проведенному в ЭМП, равна алгебраической сумме токов проводимости и токов смещения через поверхность S , ограниченную этим контуром.

Физический смысл: Магнитное поле создается токами проводимости, и изменяющимся электрическим полем $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$.

*Направление линий напряженности магнитного поля \vec{H} , индуцированного переменным электрическим полем $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, образует с вектором $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ в соответствии с законом Био-Савара-Лапласа **правовинтовую** систему*



4 Система уравнений Максвелла для электромагнитного поля.

Теория Максвелла описывается четырьмя основными уравнениями:

1).
$$\oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right)$$

2).
$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

3).
$$\oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = \int_V \rho \cdot dV \quad (11)$$

Объёмная плотность заряда $\rho = \frac{dq}{dV}$, $dq = \rho dV$, $q = \int_V \rho \cdot dV$

Поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность, равен алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности.

Третье уравнение Максвелла показывает, что потенциальное электростатическое поле создается неподвижными зарядами.

4).

$$\oint_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = 0$$

(12)

Поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю.

Четвертое уравнение Максвелла показывает, что магнитных зарядов нет. Магнитное поле является вихревым и линии магнитной индукции всегда замкнуты.

Величины \vec{E} , \vec{D} , \vec{B} , \vec{H} , \vec{j} входящие в уравнения Максвелла, связаны между собой соотношениями:

5).
$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad (13)$$

6).
$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \quad (14)$$

7).
$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (15)$$

Если поле стационарно

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = 0 \\ \oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \sum I \\ \oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = \int_V \rho \cdot dV \\ \oint_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = 0 \end{array} \right.$$

По теореме Стокса предел отношения циркуляции вектора по замкнутому контуру к площади, охватываемой этим контуром, при стягивании ее в точку, называется ротором вектора:

$$\oint_L (\vec{A} \cdot d\vec{l}) = \int_S \text{rot } \vec{E} dS$$

$$\text{rot } \vec{A} = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{\oint (\vec{A} \cdot d\vec{l})}{S}$$

1. $\text{rot } \vec{E} = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{\oint (\vec{E} \cdot d\vec{l})}{S}$ $\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (16)

Ротор напряженности электрического поля равен скорости изменения вектора магнитной индукции.

Аналогично

2. $\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ (17)

Ротор напряженности магнитного поля равен плотности полного тока.

Т.к. $\oint_S (\vec{A} dS) = \int_V \text{div } \vec{A} dV$ $\text{div } \vec{A} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint (\vec{A} \cdot d\vec{S})}{V}$ (18)

3. $\text{div } \vec{D} = \rho$

Дивергенция вектора электрического смещения равна объемной плотности заряда

4. $\text{div } \vec{B} = 0$ (19)

Дивергенция вектора магнитной индукции равна нулю.

$$\oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = - \int \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right)$$

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = - \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = \int_V \rho \cdot dV$$

$$\oint_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = 0$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

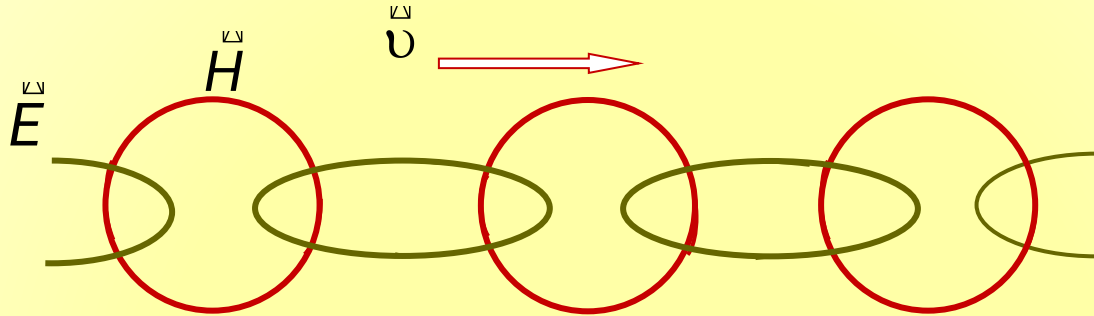
$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

5 Значение теории Максвелла.

- ♦ Из уравнений Максвелла следует, что источниками электрического поля являются электрические заряды и переменные магнитные поля, а источниками магнитного поля — электрические токи и изменяющиеся электрические поля.

Электрические и магнитные поля нельзя рассматривать как независимые: изменение во времени одного из этих полей приводит к появлению другого.

- ◆ Оба поля — электрическое и магнитное — имеют вихревой характер: силовые линии замкнуты и взаимно переплетены



- ◆ Таким образом, в пространстве распространяется электромагнитное поле. Процесс распространения переменного электромагнитного поля в пространстве называется электромагнитной волной.
- ◆ Скорость распространения электромагнитной волны

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}$$

- ◆ Для вакуума

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 10^9}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

Лекция закончена



Благодарю за внимание

