

Методы точечного
оценивания с
использованием полиномов
и методов с использованием
производных

- ▣ **Задачей оптимизации** в математике, информатике и исследовании операций называется задача нахождения экстремума (минимума или максимума) целевой функции в некоторой области конечномерного векторного пространства, ограниченной набором линейных и/или нелинейных равенств и/или неравенств.

▣ Методы точечного оценивания с использованием полиномов и методов с использованием производных:

метод Пауэлла

метод Ньютона-Рафсона

метод средней точки

метод секущих

метод с использованием кубической аппроксимации.

Метод Пауэлла

1. Задать x_1 и шаг dx
2. Найти $x_2 = x_1 + dx$. Вычислить $f(x_1)$ и $f(x_2)$.
3. Если $f(x_1) > f(x_2)$ то $x_3 = x_1 + 2dx$ иначе $x_3 = x_1 - dx$.
4. Вычислить $f(x_3)$; $F_{\min} = \min(f(x_1), f(x_2), f(x_3))$;
 X_{\min}
5. Найти x .
6. Проверка на окончание поиска. Если условия выполняются, то поиск окончен, иначе перейти к п. 7.
7. Принять за x_1 наилучшую из точек x и X_{\min} .
Перейти к п. 2.

Метод Ньютона-Рафсона

- Пусть $f(x)$ - непрерывная и дважды дифференцируемая функция.
- Требуется найти корень уравнения $f'(x) = 0$.
- Зададим x_1 - начальную точку поиска. Построим линейную аппроксимацию функции $f'(x)$ в точке x_1 . Для этого разложим $f'(x)$ в ряд Тейлора в точке x_1 и отбросим все члены второго порядка и выше.



[Подробнее](#)

Метод средней точки

- ▣ Определяются две точки L, R в которых производные имеют разные знаки $f'(L) < 0, f'(R) > 0$. Искомый оптимум находится между ними. Делим интервал пополам:
- ▣ $Z = (L + R)/2$.
- ▣ Если $f'(Z) > 0$ то исключаем (Z, R) . Если $f'(Z) < 0$ то исключаем (L, Z) .

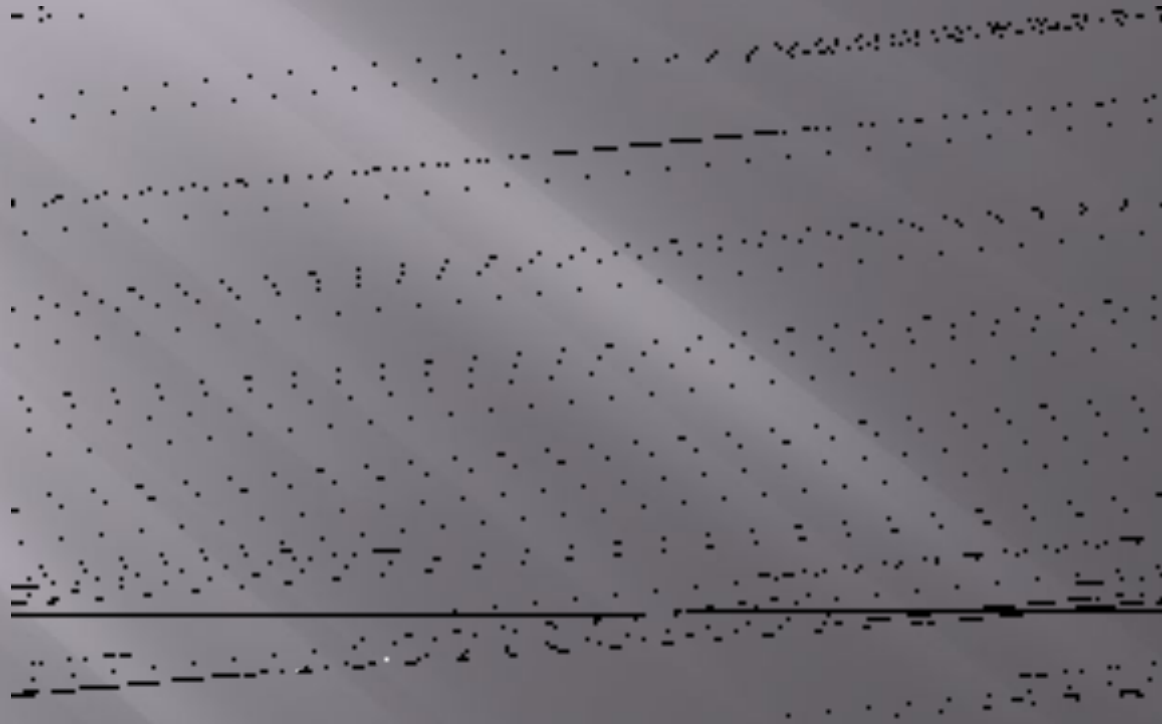
Алгоритм поиска минимума на (a, b) .

1. $L = a; R = b; f'(a) < 0; f'(b) > 0$
2. Вычислить $Z; f'(Z)$;
3. Если $|f'(Z)| \leq \varepsilon$, то закончить поиск.
4. Исключить соответствующий интервал. Перейти к п.2.

Метод секущих

- Метод ориентирован на нахождение решения уравнения $f'(x) = 0$ на заданном интервале (a, b) . Метод похож на метод Ньютона, но строится не касательная, а секущая.
- $$Z = R - f'(R) / ([f'(R) - f'(L)] / (R - L))$$
- В отличие от метода средней точки метод секущих использует информацию не только о знаке производной, но и о значениях в пробных точках.

Метод с использованием кубичной аппроксимации

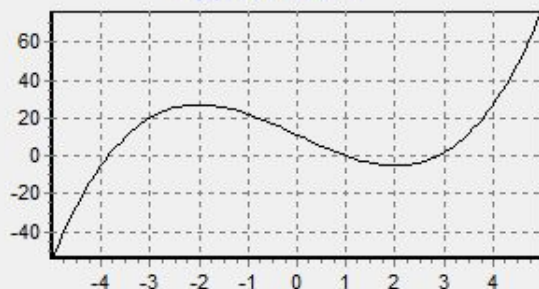


[Подробнее](#)

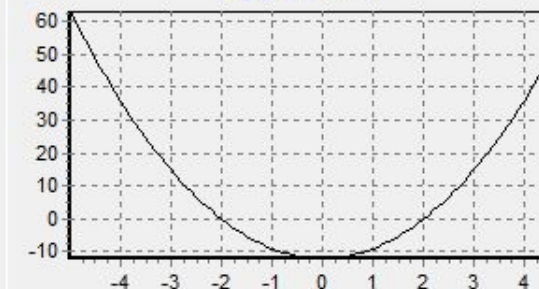
Демонстрация программы

Методы точечного оценивания, вариант 2, Югай Пётр ПВС 32

Заданная функция
 $F(X) = x^3 - 12x + 11$



Производная функция
 $F'(X) = 3x^2 - 12$



Начальные условия

Начальная точка:

Шаг:

Погрешность E1:

Погрешность E2:

Решение

Метод Пауэлла

X =

F(x) =

Количество итераций:

Метод Ньютона-Рафсона

X =

F(x) =

Количество итераций:

Метод средней точки

X =

F(x) =

Количество вычислений функции:

Метод секущих

X =

F(x) =

Количество итераций:

Метод кубической аппрок.

X =

F(x) =

Количество итераций:

Спасибо за внимание!