Розділ 5

Основи Теорії Ігор

Теорія Ігор

Лекція 7. Основні поняття Теорії ІГОР

Зміст лекції:

1. Теорія ігор .Проблема Прийняття рішень в умовах конфлікту

2.Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою.

3.Рішення матричних ігор у змішаних стратегіях

4. Рішення матричних ігор методами лінійного програмування

5. Приклад рішення матричної гри методами лінійного програмування

1.Теорія ігор .Проблема Прийняття рішень в умовах конфлікту

Теорія ігор .Проблема Прийняття рішень в умовах конфлікту

В теорії ігор розглядаються ситуації, пов'язані з прийняттям рішень, в яких :

- **два розумних противника**
- **мають конфліктуючі цілі.**

типові приклади

- ***рекламування конкуруючих товарів***
- ***планування військових стратегій протиборчих армій.***

Відмінність від попередніх ситуацій

Раніше **природа не виступала в ролі противника** *(недоброзичливця)*

яким відповідають **платежі,**

Теорія ігор .Проблема Прийняття рішень в умовах конфлікту

В ігровому конфлікті беруть участь **два противника**, іменовані **гравцями,**

кожен з яких має деяку **множину (кінцеву або нескінчену) можливих виборів, які називаються стратегіями.**

З кожною парою стратегій пов'язании **платіж, який один з гравців виплачує іншому.**

Такі ігри відомі як **ігри двох осіб з нульовою сумою**, (*виграш одного гравця дорівнює програшу іншого*).

У такій грі достатньо задати результати у вигляді платежів для одного з гравців.

Теорія ігор .Проблема Прийняття рішень в умовах конфлікту

При позначенні гравців через А і В з числом стратегій n і m відповідно гру зазвичай представляють у вигляді матриці платежів гравцеві А:

Матриця платежів

.	B_1	B_2	…	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…
A_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}

Таке представлення матричної гри означає, що

- **якщо гравець А використовує стратегію i,**
- **а гравець В - стратегію j,**

то платіж гравцеві А становить $\mathbf{a_{ij}}$ і, отже, гравцеві В - ($-\mathbf{a_{ij}}$).

2.Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою.

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою

Оскільки гри беруть свій початок в конфлікті інтересів, оптимальним рішенням гри є

одна або декілька таких стратегій для кожного з гравців,

при цьому *будь-яке відхилення від даних стратегій не покращує плату того чи іншого гравця*.

Ці рішення можуть бути у вигляді

- **єдиної чистої стратегії**
- **або декількох стратегій**, які є змішаними (відповідно з заданими вірогідностями).

Розглянуті нижче приклади демонструють перераховані ситуації.

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою

Приклад 1 . Дві компанії А і В продають два види ліків проти грипу.

Компанія А рекламує продукцію

- на радіо (А1),
- телебаченні (А2)
- і в газетах (А3).

Компанія В, на додаток до використання радіо (В1), телебачення (В2) і газет (В3), розсилає також поштою брошури (В4).

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою

Приклад 1 *продовження.* Залежно від уміння й інтенсивності проведення рекламної кампанії, кожна з компаній може залучити на свою сторону частину клієнтів конкуруючої компанії.

Наведена матриця характеризує відсоток клієнтів, залучених або втрачених компанією А.

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	8	–2	9	–3	–3
A_2	6	**5**	6	8	**5** максимин
A_3	–2	4	–9	5	–9
Максимумы столбцов	8	**5**	9	8	
	минимакс				

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою.

Приклад 1. *продовження*

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	8	−2	9	−3	−3
A_2	6	**5**	6	8	**5** максимин
A_3	−2	4	−9	5	−9
Максимумы столбцов	8	**5**	9	8	
	минимакс				

Аналіз стратегії комп. А.

Рішення гри засноване на забезпеченні найкращого результату з найгірших для кожного гравця. **Якщо компанія А вибирає стратегію А1**, то, незалежно від того, що вживає компанія В, найгіршим результатом є втрата компанією А 3% ринку на користь компанії В. Це визначається мінімумом елементів першого рядка матриці платежів.

Аналогічно **при виборі стратегії А2** найгіршим результатом для компанії А є **збільшення ринку на 5%** за рахунок компанії В. Нарешті, **найгіршим** результатом при виборі стратегії А3 є втрата компанією А 9% ринку на користь компанії В.

Ці результати містяться в стовпці "Мінімуми рядків"

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою.

Приклад1.*продовження*

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	8	–2	9	–3	–3
A_2	6	**5**	6	8	**5** максимин
A_3	–2	4	–9	5	–9
Максимумы столбцов	8	**5**	9	8	
	минимакс				

Аналіз стратегії комп. В.

Так як елементи матриці є платежами компанії А,

критерій найкращого результату з найгірших для компанії В відповідає вибору **мінімаксного значення.**

В результаті приходимо до висновку, що вибором компанії В є стратегія В2.

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою.

Приклад1. *продовження*

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	8	–2	9	–3	–3
A_2	6	**5**	6	8	**5 максимин**
A_3	–2	4	–9	5	–9
Максимумы столбцов	8	**5**	9	8	
	минимакс				

- Оптимальним рішенням у грі є вибір стратегій **A2 і B2,**

тобто обом компаніям слід проводити **рекламу на телебаченні**.

При цьому виграш буде на користь компанії А,

так як її **ринок збільшиться на 5%.**

У цьому випадку говорять, що

- **ціна гри дорівнює 5%** і що
- **компанії А і В використовують стратегії, відповідні седловій точці.**

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою.

Приклад 1. *продовження*

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	8	–2	9	–3	–3
A_2	6	**5**	6	8	**5** максимин
A_3	–2	4	–9	5	–9
Максимумы столбцов	8	**5**	9	8	
	минимакс				

- Рішення, що відповідає сідловой точці, гарантує, що жодної компанії немає сенсу намагатися вибрати іншу стратегію.
- Дійсно, якщо компанія B переходить до іншої стратегії (B1, B3 або B4), то компанія A може зберегти свій вибір стратегії A2, що призведе до більшої втрати ринку компанією B (6 або 8%).
- З тих же причин компанії A немає резону використовувати іншу стратегію, бо якщо вона застосує, наприклад, стратегію A3, то компанія B може використовувати свою стратегію B3 і збільшити свій ринок на 9%
- .Аналогічні висновки мають місце, якщо компанія A буде використовувати стратегію A1.

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою.

Приклад1. *продовження*

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	8	−2	9	−3	−3
A_2	6	**5**	6	8	**5 максимин**
A_3	−2	4	−9	5	−9
Максимумы столбцов	8	**5**	9	8	
	минимакс				

Оптимальне рішення гри, що відповідає сідловой точці,

не обов'язково має характеризуватися чистими стратегіями.

Замість цього оптимальне рішення **може вимагати змішування випадковим чином двох або більше стратегій**

(як це зроблено в наступному прикладі)

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульово

Приклад2.

Два гравці A і B грають у гру на підкидання монети.

Гравці одночасно і незалежно один від одного вибирають герб **(Г)** або решку **(Р).**

Якщо результати двох підкидань монети збігаються (тобто ГГ або РР), **то гравець А отримує один долар від гравця В .**

Інакше гравець А платить один долар гравцеві В.

Матриця платежів гравцеві А показує величини мінімальних елементів рядків і максимальних елементів стовпців, відповідних стратегій обох гравців.

	$B_Г$	$B_Р$	Минимумы строк
$A_Г$	1	−1	−1
$A_Р$	−1	1	−1
Максимумы столбцов	1	1	

2. Приклад2.

	$B_Г$	$B_Р$	Минимумы строк
$A_Г$	1	−1	−1
$A_Р$	−1	1	−1
Максимумы столбцов	1	1	

Максиміна і **мінімаксна** величини (**ціни)** для цієї гри дорівнюють

-1 дол. **і 1 дол**. відповідно.

Так як **ці величини не рівні між собою**,

гра не має рішення в чистих стратегіях.

Зокрема, *якщо гравець А використовує стратегію АГ, гравець В вибере стратегію ВР, щоб отримати від гравця А один долар*. Якщо це станеться, ***гравець А може перейти до стратегії АР, щоб змінити результат гри і отримати один долар від гравця В.***

2. Приклад2.

	$B_Г$	$B_Р$	Минимумы строк
$A_Г$	1	−1	−1
$A_Р$	−1	1	−1
Максимумы столбцов	1	1	

Постійна спокуса кожного гравця перейти до іншої стратегії вказує на те, що **рішення у вигляді чистої стратегії неприйнятне**.

Замість цього обидва гравці **повинні використовувати належну випадкову комбінацію своїх стратегій**.

У розглянутому прикладі оптимальне значення ціни гри знаходиться десь між максимінною і мінімаксною цінами для цієї гри:

Максиміна(нижня)ціна≤ ціна гри ≤ мінімаксна (верхня) ціна.

В даному випадку ціна гри (в доларах) повинна лежати **в інтервалі [-1,1] .**

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою

Приклад 3 . Знайдіть рішення, яке визначається сідловою точкою відповідні чисті стратегії та ціну гри для гри (платежі задані для гравця А)

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	8	6	2	8
A_2	8	9	4	5
A_3	7	5	3	5

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою

Приклад 3 . Знайдіть рішення, яке визначається сідловою точкою відповідні чисті стратегії та ціну гри для гри (платежі задані для гравця А)

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	8	6	2	8
A_2	8	9	4	5
A_3	7	5	3	5

Рішення

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	8	6	2	8	2
A_2	8	9	4	5	4 максимин
A_3	7	5	3	5	3
Максимумы столбцов	8	9	4 минимакс	8	

Ціна гри = 4.

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою

Приклад 3 . Знайдіть рішення, яке визначається сідловою точкою відповідні чисті стратегії та ціну гри для гри (платежі задані для гравця А)

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	8	6	2	8
A_2	8	9	4	5
A_3	7	5	3	5

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою

Приклад 4 . Вкажіть область, якій належить ціна гри припускаючи, що платежі задані для гравця А.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	1	9	6	0
A_2	2	3	8	4
A_3	–5	–2	10	–3
A_4	7	4	–2	–5

2. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою

Приклад 4 . Вкажіть область, якій належить ціна гри припускаючи, що платежі задані для гравця А.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	1	9	6	0
A_2	2	3	8	4
A_3	–5	–2	10	–3
A_4	7	4	–2	–5

Рішення

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	1	9	6	0	0
A_2	2	3	8	4	2 максимин
A_3	–5	–2	10	–3	–5
A_4	7	4	–2	–5	–5
Максимумы столбцов	7	9	10	4 минимакс	

Позначимо через v ціну гри.

Тоді 2 < v < 4.

3.Рішення матричних ігор у змішаних стратегіях

	Камень	Ножницы	Бумага
Камень	0	1	−1
Ножницы	−1	0	1
Бумага	1	−1	0

3Рішення матричних ігор у змішаних стратегіях

Може бути знайдено

- **графічно,**
- **або методами лінійного програмування**.

Графічний метод можна застосовувати для вирішення ігор, в яких хоч один **гравець має дві чисті стратегії**.

Цікавий в тому плані, що **графічно пояснює поняття сідлової точки.**

Методами лінійного програмування може бути вирішена будь-яка гра двох осіб з нульовою сумою.

3 Рішення матричних ігор у змішаних стратегіях. Постановка задачі

Розглянемо гру 2 x n, в якій гравець A має дві стратегії.

Гра 2 x n

.	y_1: B_1	y_2: B_2	…	y_n: B_4
x_1: A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
$1-x_1$: A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}

Гра передбачає, що гравець A змішує стратегії $\mathbf{A_1}$ и $\mathbf{A_2}$ з відповідними вірогідностями $\mathbf{x_1}$ та $\mathbf{1 - x_1}$, $\mathbf{0 < x_1 < 1}$.

Гравець Б змішує стратегії $\mathbf{B_1}$, $\mathbf{B_2}$, …, $\mathbf{B_N}$ з вірогідностями $\mathbf{y_1}$, $\mathbf{y_2}$, …, $\mathbf{y_n}$, де $\mathbf{y_j \geq 0}$, $\mathbf{j = 1, 2, …, n}$, та $\mathbf{y_1 + y_2 + … + y_n = 1}$.

У цьому випадку очікуваний виграш гравця A, що відповідає j-й чистій стратегії гравця Б, обчислюється в вигляді $\mathbf{(a_{1j} - a_{2j})x_1 - a_{2j}}$, $\mathbf{j = 1, 2, …, n}$.

Отже, гравець **A шукає величину x_1, яка максимізує мінімум очікуваних виграшів**

$$\max_{x_1} \min_{j} \left\{ (a_{1j} - a_{2j})x_1 - a_{2j} \right\}$$

A_1	2	2	3	–1
A_2	4	3	2	6

…ых, и, следовательно, стратегии должны быть смешанными. Ожидаемые выигрыши игрока **A**, соответствующие чистым стратегиям игрока **B**, приведены в следующей таблице

3Рішення матричних ігор у змішаних стратегіях. Графічний метод рішення. Приклад.

Рассмотрим следующую игру 2x4, в которой платежи выплачиваются игроку **A**.

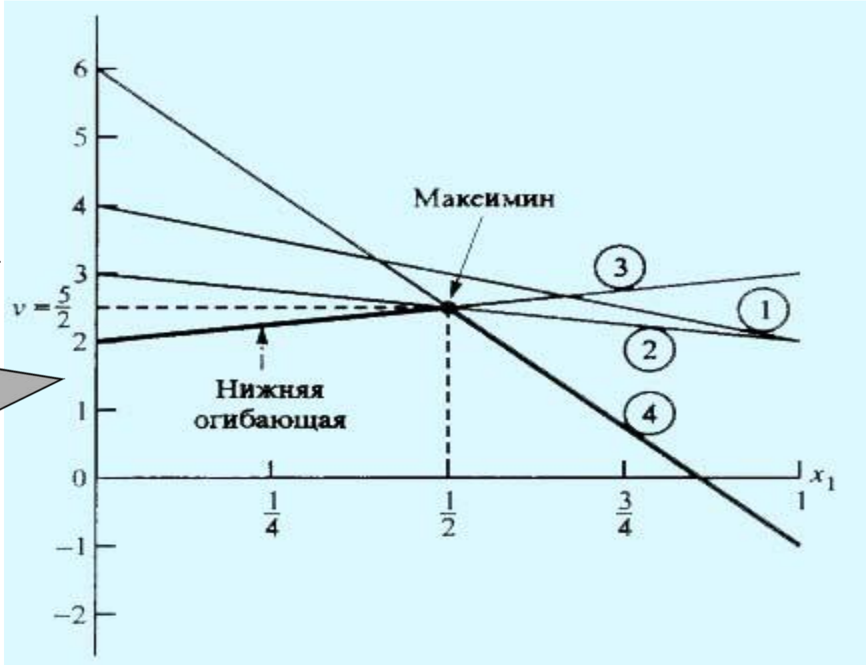
	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	2	3	–1
A_2	4	3	2	6

Игра не имеет решения в чистых стратегиях, и, следовательно, стратегии должны быть смешанными. Ожидаемые выигрыши игрока **A**, соответствующие чистым стратегиям игрока **B**, приведены в следующей таблице

3Рішення матричних ігор у змішаних стратегіях. Графічний метод рішення. Приклад. Продовження

Очікувані виграші гравця A

Чисті стратегії гравця B	Вигр. гравця A
1	$-2x_1 + 4$
2	$-x_1 + 3$
3	$x_1 + 2$
4	$-7x_1 + 6$



4 прямі лінії, відповідають чистим стратегіям гравця B.

Щоб визначити найкращий результат з найгірших, **побудована нижня обвідна чотирьох прямих (зображена товстими сегментами),** яка представляє **мінімальний (найгірший) виграш для гравця A незалежно від того, що робить гравець B**. Максимум нижньою обвідної відповідає **Максиміну (в точці x1 = 0,5)**.

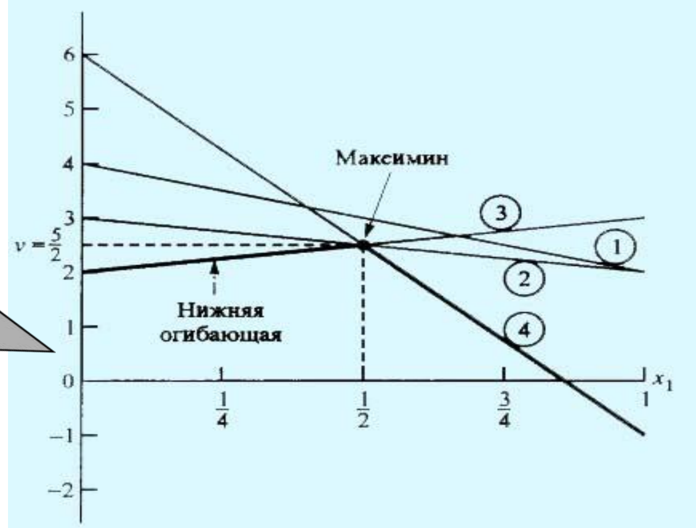
Ця точка визначається перетином прямих 3 і 4.

Оптимальним рішенням для гравця A є змішування стратегій A1 і A2 з імовірностями 0,5 і 0,5 відповідно.

Відповідна **ціна гри v** визначається підстановкою x1 = 0,5 в рівняння прямої 3, або 4

3Рішення матричних ігор у змішаних стратегіях. Графічний метод рішення. Приклад. Продовження

- Оптимальна змішана стратегія гравця В визначається двома стратегіями, які формують нижню огибаючу графіка.
- Це означає, що гравець В може змішувати стратегії В3 і В4, в цьому випадку $\mathbf{y_1} = \mathbf{y_2} = 0$ и $\mathbf{y_4} = 1 - \mathbf{y_3}$. Отже, очікувані платежі гравця В, що відповідають чистим стратегіям гравця А, мають вигляд



Очікуємі виграші гравця А

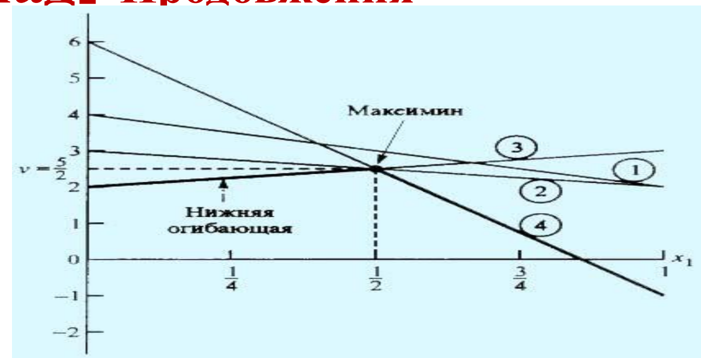
Чисті стратегії гравця А	Очікуємі платежі гравця В
1	$4y_3 - 1$
2	$-4y_3 + 6$

Найкраще рішення з найгірших для гравця В являє собою точку мінімуму верхньої обвідної заданих двох прямих (побудувати самостійно). Ця процедура еквівалентна рішенням рівняння $\mathbf{4y_3 - 1 = -4y_3 + 6}$

Рішеня $\mathbf{y_3} = 7/8$,

Ціна гри $v = 4 \times (7/8) - 1 = 5/2$

3Рішення матричних ігор у змішаних стратегіях. Графічний метод рішення. Приклад. Продовження



Результат

Рішення гри для гравця А - **змішування стратегій А1 і А2 з рівними ймовірностями 0,5 і 0,5,**

а для гравця В - змішування стратегій В3 і В4, з вірогідністю 7/8 і 1/8. (Насправді гра має альтернативне рішення для гравця В, так як Максиміна точка на рис. 1 визначається більш ніж двома прямими. Будь яка опукла лінійна комбінація цих альтернативних рішень також є рішенням задачі.)

Для гри, в якій гравець А має m стратегій, а гравець В - тільки дві, рішення знаходиться аналогічно. Головна відмінність полягає в тому, що тут будуються графіки функцій, що представляють очікувані платежі другого гравця, відповідні чистим стратегіям гравця А. В результаті ведеться пошук мінімаксної точки верхньої обвідної побудованих прямих.

4. Рішення матричних ігор методами лінійного програмування

4. *Рішення матричних ігор методами лінійного програмування*

Теорія ігор знаходиться в тісному зв'язку з лінійним програмуванням,

так як будь-яку кінцеву гру двох осіб з нульовою сумою **можна представити у вигляді задачі лінійного програмування і навпаки.**

Дж. Данциг зазначає, що, коли

в 1947 році творець теорії ігор Дж. фон Нейман

вперше ознайомився з симплекс-методом, він відразу встановив цей взаємозв'язок і звернув особливу увагу на концепцію подвійності в лінійному програмуванні.

4. *Рішення матричних ігор методами лінійного програмування*

Оптимальні значення ймовірностей

x_i, $i = 1, 2, \ldots, m$, гравця **A** можуть бути визначені шляхом вирішення **максимінної задачі.**

Довідка

Джон фон Нейман

▪

 англ. *John von Neumann*),

Нейман Янош Лайош (угор. *Neumann János Lajos*), **Йоганн фон Нойман** (нім. *Johann von Neumann*) * 28 грудня 1903 — † 8 лютого 1957) — американський математик угорського походження, що зробив значний вклад у квантову фізику, функціональний аналіз, теорію множин, інформатику, економічні науки та в інші численні розділи знання.

Він став засновником теорії ігор разом із Оскаром Морґенштерном у 1944 році.

Розробив архітектуру (так звану «архітектуру фон Неймана»), яка використовується в усіх сучасних комп'ютерах

4. *Рішення матричних ігор методами лінійного програмування*

Оптимальні значення ймовірностей

x_i, $i = 1, 2, \dots, m$, гравця **А** можуть бути визначені шляхом вирішення **максимінної задачі.**

$$\max_{x_i}\left\{\min\left(\sum_{i=1}^{m} a_{i1}x_i, \sum_{i=1}^{m} a_{i2}x_i, \dots, \sum_{i=1}^{m} a_{in}x_i\right)\right\},$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1,$$

$$x_i \ge 0, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

4. *Рішення матричних ігор методами лінійного програмування*

Щоб сформулювати цю задачу у вигляді задачі лінійного програмування, припустимо

$$v = \min\left(\sum_{i=1}^{m} a_{i1}x_i, \sum_{i=1}^{m} a_{i2}x_i, \dots, \sum_{i=1}^{m} a_{in}x_i\right).$$

Звідси витікає , що

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i \geq v, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Тоді задача гравця м.б. сформульована як

$$v - \sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1,$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

4. *Рішення матричних ігор методами лінійного програмування*

Щоб сформулювати цю задачу у вигляді задачі лінійного програмування, припустимо

$$v = \min\left(\sum_{i=1}^{m} a_{i1}x_i, \sum_{i=1}^{m} a_{i2}x_i, \dots, \sum_{i=1}^{m} a_{in}x_i \right).$$

Звідси витікає , що

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i \geq v, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Тоді задача гравця м.б. сформульована як

$$v - \sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1,$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

4. *Рішення матричних ігор методами лінійного програмування*

Щоб сформулювати цю задачу у вигляді задачі лінійного програмування, припустимо

$$v = \min\left(\sum_{i=1}^{m} a_{i1}x_i, \sum_{i=1}^{m} a_{i2}x_i, \ldots, \sum_{i=1}^{m} a_{in}x_i\right).$$

Звідси витікає , що

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i \geq v, \quad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Тоді задача гравця м.б. сформульована як

$$v - \sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i \leq 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_m = 1,$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m,$$

4. *Рішення матричних ігор методами лінійного програмування*

Відзначимо, що ціна гри v може бути як позитивною, так і негативною.

Оптимальні стратегії $\mathbf{y_1, y_2, \ldots, y_n}$ гравця **B** визначаються шляхом рішення задачі

$$\min_{y_j}\left\{\max\left(\sum_{j=1}^{n} a_{1j}y_j, \sum_{j=1}^{n} a_{2j}y_j, \ldots, \sum_{j=1}^{n} a_{mj}y_j\right)\right\},$$

$$y_1 + y_2 + \ldots + y_n = 1,$$

$$y_j \geq 0,\ j = 1, 2, \ldots, n.$$

Використовуючи процедуру, аналогічну наведеній вище для гравця А, приходимо до висновку, що **задача для гравця B зводиться до задачі**

$$v - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}y_j \geq 0,\quad i = 1, 2, \ldots, m,$$

$$y_1 + y_2 + \ldots + y_n = 1,$$

$$y_j \geq 0,\ j = 1, 2, \ldots, n,$$

v не ограничена в знаке.

4. *Рішення матричних ігор метод* ***лінійного програмування***

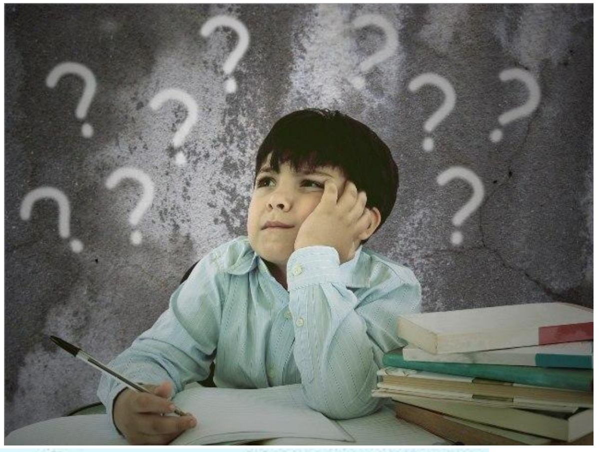
Дві отримані задачі оптимізують одну і ту ж (не обмежену в знаці) змінну **v, яка є ціною гри.**

Причиною цього є те, що задача гравця В є двоїстою до задачі гравця А.

Це означає, що **оптимальне рішення однієї із задач автоматично визначає оптимальне рішення іншої**

5. Приклад рішення матричної гри методами лінійного програмування

5. Приклад рішення матричної гри методами лінійного програмування



Задача

		B_1	B_2	B_3	Минимумы строк
	A_1	3	–1	–3	–3
	A_2	–2	4	–1	**–2**
	A_3	–5	–6	2	–6
Максимумы столбцов		3	4	**2**	

Значення ціни гри **v** знаходиться між **-2** та **2.**

? Що необхідно знайти????

5. Приклад рішення матричної гри методами лінійного програмування

Задача

	B_1	B_2	B_3	Минимумы строк
A_1	3	−1	−3	−3
A_2	−2	4	−1	**−2**
A_3	−5	−6	2	−6
Максимумы столбцов	3	4	**2**	

- ***Задача лінійного програмування и для гравця A***
- **Максимізувати $z = v$**

$$v - 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \le 0,$$
$$v + x_1 - 4x_2 + 6x_3 \le 0,$$
$$v + 3x_1 + x_2 - 2x_3 \le 0,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 1,$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0,$$
v ***не обмежена в знаці.***

- **Оптимальне рішення** $\mathbf{x_1} = 0{,}39$, $\mathbf{x_2} = 0{,}31$, $\mathbf{x_3} = 0{,}29$
- **$v = -0{,}91$.**

5. Приклад рішення матричної гри методами лінійного програмування

Задача

	B_1	B_2	B_3	Минимумы строк
A_1	3	−1	−3	−3
A_2	−2	4	−1	**−2**
A_3	−5	−6	2	−6
Максимумы столбцов	3	4	**2**	

- *Задача лінійного програмування и для гравця B*
- **Мінімізувати z = v**

$$v - 3y_1 + y_2 + 3y_3 \geq 0,$$
$$v + 2y_1 - 4y_2 + y_3 \geq 0,$$
$$v + 5y_1 + 6y_2 - 2y_3 \geq 0,$$
$$y_1 + y_2 + y_3 = 1,$$
$$y_1, y_2, y_3 \geq 0,$$

v ***не обмежена в знаці.***

- **Оптимальне рішення** $y_1 = 0{,}32$, $y_2 = 0{,}08$, $y_3 = 0{,}60$
- **$v = -0{,}91$.**


THIS IS
THE END


NOT
THE
END