

Специальная теория относительности.



ЗАДАЧИ

A1. При какой относительной скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

Дано

$$\Delta l = 0,25 l_0$$

$$\frac{v}{c} = \beta = ?$$

Решение

Длина тела l , измеренная в системе координат K , относительно которой оно движется со скоростью v , связана с длиной этого тела l_0 в системе K' , относительно которой оно покоится (собственная длина), соотношением:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$\sqrt{1 - \beta^2} = \frac{0,75 l_0}{l_0}$$

$$l_0 - l = 0,25 l_0$$

$$1 - \beta^2 = (0,75)^2$$

$$l = 0,75 l_0$$

$$\beta = 0,6615$$

2. Какую скорость должно иметь движущееся тело в системе К, чтобы его продольные размеры уменьшились в 2 раза?

Дано

$$l = 0,5l_0$$

$v = ?$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$l = 0,5l_0$$

$$\sqrt{1 - \beta^2} = \frac{0,5l_0}{l_0}$$

$$1 - \beta^2 = (0,5)^2$$

$$\beta = 0,866$$

$$v = \beta \cdot c$$

$$v = 2,6 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

3. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95% скорости света. Какой промежуток времени по часам земного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

Дано

$$v = 0,95c$$

$$\Delta t = ?$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\beta = v/c$$

$$v = 0,95c$$

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,95^2}} = 3,2(c)$$

$$\Delta t = 3,2c$$

4. До какой энергии можно ускорить частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы не должно превышать 5%? Задачу решить для электронов.

Решение.

Дано
 $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$

$$\Delta m = 0,05 m_0$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$T_{\text{э}} = ?$$

$$E = T c^2 = T_0 c^2 + T$$

$$T_0 c^2 = E_0$$

$$T = (T - T_0) c^2$$

$$\Delta T = 0,05 T_0$$

$$T - T_0 = 0,05 T_0$$

$$T = 0,05 T_0 c^2$$

$$T_{\text{э}} = 4,095 \cdot 10^{-15} \text{ Дж}$$

5. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его скорость составила 95% скорости света?

Дано

$$\beta = v/c = 0,95$$

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$U = ?$$

Решение.

$$eU = T$$

$$T = (T - T_0)c^2$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$T = T_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

$$U = \frac{T_0 c^2}{e} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

$$U = 1,1 \cdot 10^6 \text{ В}$$

6. Найти скорость мезона, если его полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

Решение.

$$\begin{array}{l} \text{Дано} \\ E = 10E_0 \\ \nu = ? \end{array} \left| \begin{array}{l} E = \tau c^2 \\ \tau = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ E = \frac{T_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ T_0 c^2 = E_0 \\ E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{array} \right.$$

$$1 - \beta^2 = 0,01, \beta = 0,995$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{10E_0}{E_0}$$

$$\beta = \nu / c$$

$$\nu = \beta c$$

$$\nu = 2,985 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

7. Масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя.
Найти кинетическую энергию электрона.

Дано

$$T = 2T_0$$

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$T_{\text{э}} = ?$$

Решение.

$$E = Tc^2$$

$$E = Tc^2 = T_0c^2 + T$$

$$T = (m - m_0)c^2 = m_0c^2$$

$$T = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$$

8. Какому изменению массы соответствует изменение энергии на $4,19 \text{ Дж}$?

Решение.

Дано

$$\Delta E = 4,9 \text{ Дж}$$

$$\Delta m = ?$$

$$\Delta T = T - T_0$$

$$\Delta E = E - E_0$$

$$E = Tc^2$$

$$E_0 = T_0c^2$$

$$\Delta E = \Delta Tc^2$$

$$\Delta T = \frac{\Delta E}{c^2}$$

$$\Delta T = 4,6 \cdot 10^{-17} \text{ кг}$$

9. Энергия π -мезона, возникающего в верхних слоях атмосферы, составляет 60 ГэВ. А его среднее время жизни в связанной с ним системе отсчета равно 25 нс. Принимая массу π -мезона равной $273m_e$, определить его время жизни в лабораторной системе отсчета.

Решение.

Дано
 $E = 60 \text{ ГэВ}$
 $m = 273m_e$
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

$$\Delta t_0 c = 25$$

$$\Delta t = ?$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$E = \frac{\tau_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\sqrt{1 - \beta^2} = \frac{m_0 c^2}{E}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta E_0}{m_0 c^2}$$

$$E = 60 \text{ ГэВ} \\ = 60 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$\Delta t \approx 1,1$$

10. Две нестабильные частицы движутся в системе отсчета К в одном направлении вдоль одной прямой с одинаковой скоростью $V=0,6c$. Расстояние между частицами в системе К равно 64 м. Обе частицы распались одновременно в системе К', которая связана с ними. Определить промежуток времени в системе К.

Дано

$$V=0,6c$$

$$\Delta x = 64 \text{ м}$$

$$\Delta t' = 0$$

$$\Delta t = ?$$

Решение.

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = 80$$

$$\Delta t = \frac{\frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{0,6 \cdot 80}{3 \cdot 10^8 \cdot 0,8} = 20 \cdot 10^{-8}$$

$$\Delta t \neq 0, 2$$