

***Емкость***

1. Найти емкость земного шара. Считать радиус земного шара  $R=6400$  км. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить заряд  $q=1$  Кл?

**Дано:**

$$R_{\text{ш}} = 6400$$

$$q = 1$$

$C = ?$

$\Delta\phi = ?$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$C = \frac{q}{|\Delta\phi|},$$

$$|\Delta\phi| = \frac{q}{C}$$

**Ответ:**  $C=710$  мкФ;  $\Delta\phi=1400$  В.

**2.(9.79)** Восемь заряженных шарообразных водяных капель радиусом  $r=1\text{мм}$  и зарядом  $q=0,1\text{ нКл}$  сливаются в одну общую каплю. Найти потенциал образовавшейся шаровой капли.

**Дано:**

$$R=1\text{мм}$$

$$q=0,1\text{ нКл}$$

$$n=8$$

$$\phi=?$$

$$|\Delta\varphi| = \frac{q}{C}$$

$$V_1 = V$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

$$n \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_1^3$$

$$|\Delta\varphi_1| = \frac{nq}{C_1}$$

$$nR^3 = R_1^3$$

$$C_1 = 4\pi\varepsilon_0 R_1$$

$$\sqrt[3]{n}R = R_1$$

$$|\Delta\varphi_1| = \frac{nq}{\sqrt[3]{n} \cdot 4\pi\varepsilon_0 R} = \sqrt[3]{n^2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

**Ответ:**  $\phi=3,6$

кВ

3.(9.92) Радиус центральной жилы коаксиального кабеля  $r=1,5$  см, радиус оболочки  $R=3,5$  см. Между центральной жилой и оболочкой приложена разность потенциалов  $\Delta\phi=2,3$  кВ. Найти напряженность  $E$  электрического поля на расстоянии  $d=2$  см от оси кабеля.

**Дано:**

$$r=1,5\text{см}$$

$$R=3,5\text{см}$$

$$\Delta\phi=2,3\text{ кВ}$$

$$d=2\text{м}$$

$$E=?$$

$$\Delta\phi = \int_r^R E dr = \int_r^R \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{r}$$

$$\tau = 2\pi\epsilon_0 \Delta\phi \ln \frac{r}{R}$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 d} \quad E = \frac{2\pi\epsilon_0 \Delta\phi \ln \frac{r}{R}}{2\pi\epsilon_0 d}$$

**Ответ:**  $E=136$  кВ/м

4.(9.93) Вакуумный цилиндрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра  $r=1,5$  см, радиус внешнего цилиндра  $R=3,5$  см. Между цилиндрами приложена разность потенциалов  $\Delta\phi=2,3$  кВ. Какую скорость  $u$  получит электрон под действием поля этого конденсатора, перемещаясь без начальной скорости с расстояния  $r_1=2,5$  см до расстояния  $r_2=2$  см от оси цилиндра?

$$\Delta\phi = \int_r^R E dr = \int_r^R \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{r}$$

$$\frac{2q}{m} \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{R}{r}} \Delta\phi = u^2$$

$$\Delta\phi_1 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$\frac{\Delta\phi_1}{\Delta\phi} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{R}{r}}$$

$$q\Delta\phi_1 = q \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{R}{r}} \Delta\phi = \frac{m u^2}{2}$$

$$\sqrt{\frac{2q}{m} \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{R}{r}} \Delta\phi} = u$$

**Ответ:**  $u=1,46 \cdot 10^7$  м/с.

5. Каким будет потенциал шара радиусом  $r=3$  см, если:  
 а) сообщить ему заряд  $q=1$  нКл; б) окружить его  
 концентрической металлической сферой радиусом  $R=4$  см,  
 соединенной с землей?

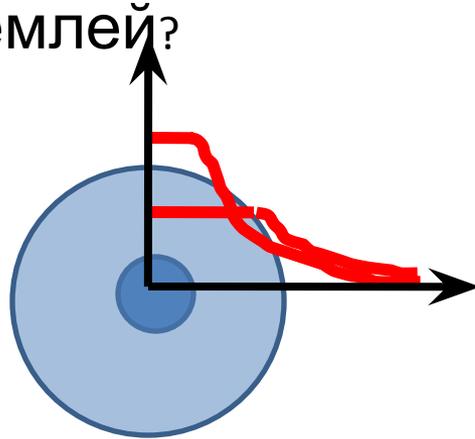
**Дано:**

$$r=3\text{ см}$$

$$R=4\text{ см}$$

$$q=1\text{ нКл}$$

$$\phi'=?$$



$$\varphi(R) - \varphi_1(R) = 0$$

$$\varphi_1(R) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$\varphi(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

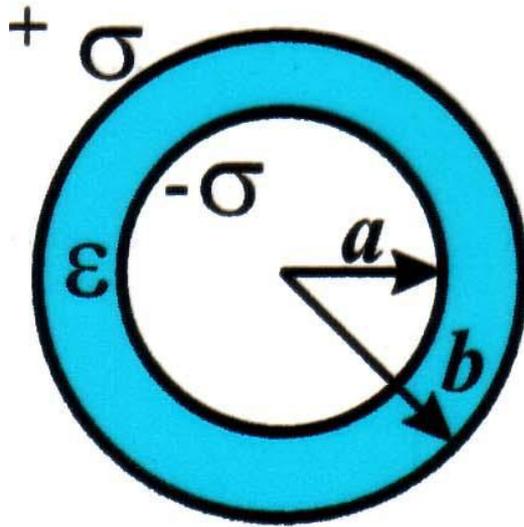
$$\varphi(r) = \frac{q}{C} \quad C = 4\pi\epsilon_0 r$$

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\varphi'(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R}$$

**Ответ:** а)  $\phi=300$  В; б)  $\phi=75$  В

# Шаровой конденсатор



$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

При  $b \gg a$  :  $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 a$

При  $a \approx b \rightarrow ab \approx a^2$  :

$$C \approx 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{a^2}{b-a} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$$

6. Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора  $r=1$  см, радиус внешнего шара  $R=4$  см. Между шарами приложена разность потенциалов  $\Delta\phi=3$  кВ. Найти напряженность  $E$  электрического поля на расстоянии  $r_1=3$  см от центра шаров.

Дано:

$$r=1\text{ см}$$

$$R=4\text{ см}$$

$$\Delta\phi=3\text{ кВ}$$

$$r_1=3\text{ см}$$

$$E=?$$

$$\Delta\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$q = \frac{\Delta\phi}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R}}$$

$$E(r_1) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

$$E(r_1) = \frac{\Delta\phi}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

**Ответ:**  $E=44,4$  кВ/м.

7. Два конденсатора зарядили до разности потенциалов  $U_1=300$  В и  $U_2=100$  В и соединили между собой одноименными обкладками. Измеренная при этом разность потенциалов между обкладками конденсаторов оказалась равна 250 В. Найти отношение емкостей  $C_1/C_2$ .

**Дано:**

$$U_1=100 \text{ В}$$

$$U_2=300 \text{ В}$$

$$U=250 \text{ В}$$

$$C_1/C_2=?$$

$$U_1^1 = U_2^1 = U$$

$$C_1 U_1 = q_1$$

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} \quad U_2 = \frac{q_2}{C_2}$$

$$C_2 U_2 = q_2$$

$$C = C_1 + C_2$$

$$U = \frac{q_1 + q_2}{C}$$

$$U = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2}$$

$$U(C_1 + C_2) = C_1 U_1 + C_2 U_2 \quad U\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = U_1 + \frac{C_2}{C_1} U_2$$

$$U - U_1 = \frac{C_2}{C_1} (U_2 - U) \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{U - U_2}{U_1 - U} \quad \text{Ответ: } C_1/C_2=3.$$

**8.(9.109)** Два металлических шарика первый с зарядом  $q_1=10$  нКл и радиусом  $r=3$  см и второй с потенциалом  $\phi=9$  кВ и радиусом  $R=2$  см соединили проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: а) потенциал  $\phi_1$  первого шарика до разряда; б) заряд  $q_2$  второго шарика до разряда; в) энергии  $W_1, W_2$  каждого шарика до разряда; г) заряд и потенциал первого шарика после разряда; д) заряд и потенциал второго шарика после разряда; е) энергию  $W$  соединенных проводником шариков; ж) работу  $A$  разряда.

**Дано:**

$$q_1 = 10 \text{ нКл}$$

$$R_1 = 3 \text{ см}$$

$$R_2 = 2 \text{ см}$$

$$\phi_2 = 9 \text{ кВ}$$

$$\phi_1 = ?$$

$$q_2 = ?$$

$$W_1, W_2 = ?$$

$$W, A = ?$$

$$\phi_1^1 = ? \quad q_1^1 = ?$$

$$\phi_2^1 = ? \quad q_2^1 = ?$$

$$\phi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} = \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$q_2 = \frac{\phi_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2}$$

**8.(9.109)** Два металлических шарика первый с зарядом  $q_1=10$  нКл и радиусом  $r=3$  см и второй с потенциалом  $\phi=9$  кВ и радиусом  $R=2$  см соединили проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: а) потенциал  $\phi_1$  первого шарика до разряда; б) заряд  $q_2$  второго шарика до разряда; в) энергии  $W_1, W_2$  каждого шарика до разряда; г) заряд и потенциал первого шарика после разряда; д) заряд и потенциал второго шарика после разряда; е) энергию  $W$  соединенных проводником шариков; ж) работу  $A$  разряда.

$$\varphi_1^1 = \varphi_2^1 = \varphi$$

$$\varphi = \frac{q_1 + q_2}{C}$$

$$C = C_1 + C_2 = 4\pi\varepsilon_0(R_1 + R_2)$$

$$\varphi = \frac{q_1 + \frac{\varphi_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}}{4\pi\varepsilon_0(R_1 + R_2)}$$

**8.(9.109)** Два металлических шарика первый с зарядом  $q_1=10$  нКл и радиусом  $r=3$  см и второй с потенциалом  $\phi=9$  кВ и радиусом  $R=2$  см соединили проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: а) потенциал  $\phi_1$  первого шарика до разряда; б) заряд  $q_2$  второго шарика до разряда; в) энергии  $W_1, W_2$  каждого шарика до разряда; г) заряд и потенциал первого шарика после разряда; д) заряд и потенциал второго шарика после разряда; е) энергию  $W$  соединенных проводником шариков; ж) работу  $A$  разряда.

$$q_2^1 = \frac{\phi}{4\pi\epsilon_0 R_2} \qquad q_1^1 = \frac{\phi}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$q_2^1 + q_1^1 = q_2 + q_1 \qquad W = \frac{(q_2^1 + q_1^1)^2}{2C} = \frac{(q_2 + q_1)^2}{8\pi\epsilon_0(R_2 + R_1)}$$

$$A = W_1 + W_2 - W = \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2} - \frac{(q_2 + q_1)^2}{8\pi\epsilon_0(R_2 + R_1)}$$

**Ответ:** а)  $\phi_1=3$  кВ; б)  $q_2=20$  нКл; в)  $W_1=15$  мкДж,  $W_2=90$  мкДж; г)  $=18$  нКл,  $=5,4$  кВ; д)  $=12$  нКл,  $=5,4$  кВ; е)  $W=81$  мкДж; ж)  $A=24$  мкДж.

9. Заряженный шар А радиусом  $R_1=2$  см приводится в соприкосновение с незаряженным шаром В, радиус которого  $R_2=3$  см. После того как шары разъединили, энергия шара В оказалась равной 0,4 Дж. Какой заряд  $q$  был на шаре А до соприкосновения с шаром В?

**Дано:**

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi \quad \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \quad \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2}$$

$$R_1=2\text{см} \quad q = q_2 + q_1$$

$$R_2=3\text{см}$$

$q=?$

$W = 0,4$

Дж

$q=?$

$$W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2} \quad q_1 = \frac{q_2}{R_2} R_1$$

$$q_2 = \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2} \quad q_1 = \frac{R_1}{R_2} \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$q = \frac{R_1}{R_2} \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2} + \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2} = \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) \sqrt{W_2 8\pi\epsilon_0 R_2}$$

**Ответ:**  $q=2,7$  мкКл.

**10.** Площадь пластин плоского воздушного конденсатора равна  $S=0,01 \text{ м}^2$ , расстояние между ними  $d=2 \text{ см}$ . К пластинам приложена разность потенциалов  $\Delta\phi=3 \text{ кВ}$ . Какова будет напряженность  $E$  поля конденсатора, если, не отключая источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния  $b=5 \text{ см}$ ? Найти энергии  $W_1, W_2$  конденсатора до и после раздвижения пластин.

**Дано:**

$$S=0,01 \text{ м}^2$$

$$d=2 \text{ см}$$

$$\Delta\phi=3 \text{ кВ}$$

$$b=2 \text{ см}$$

$$W_1 = ?$$

$$W_2 = ?$$

$$E = \frac{\Delta\phi}{b} \quad C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{b}$$

$$W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{C_2 (\Delta\phi)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S (\Delta\phi)^2}{b \cdot 2}$$

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} = \frac{C_1 (\Delta\phi)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S (\Delta\phi)^2}{d \cdot 2}$$

**Ответ:**  $E=60 \text{ кВ/м}$ ;  $W_1=20 \text{ мкДж}$ ;  $W_2=8 \text{ мкДж}$ .