

Механика микроскопических структур

Основа механического способа — **ИЗМЕРЕНИЕ**

Центральная проблема микромеханики —
несоответствие масштабов МИКРО-скопических
объектов и МАКРО-скопических приборов

ЗАДАЧА: измерить массу объекта с помощью классического измерительного прибора — весов

ПРОЦЕДУРА:

- 1) взять объект пинцетом и положить на чашку весов;
- 2) уравновесить весы и подсчитать сумму номиналов разновесов.

Объект — электрон

ТРУДНОСТИ, связанные с методикой измерения:

- 1) Электроны не встречаются в свободном виде и, следовательно, необходима стадия **приготовления** объекта — извлечение электрона из атома (молекулы, кристалла и т.д.).

Опасность: в результате **приготовления** свойства объекта могут измениться непредсказуемым образом.

- 2) Электрон невозможно «взять пинцетом» и «положить на весы».
- 3) Весы невозможно уравновесить:
 - а) из-за отсутствия разновесов,
 - б) из-за флуктуаций.

ВЫВОД: стандартные измерительные процедуры классической механики **неприменимы** для исследования микроструктур и должны быть заменены другими, специально приспособленными для объектов именно такого типа.



ПРИБОРЫ НОВОГО ТИПА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗАТОР



ДИСКРИМИНАТОР

система ДЕТЕКТОРОВ

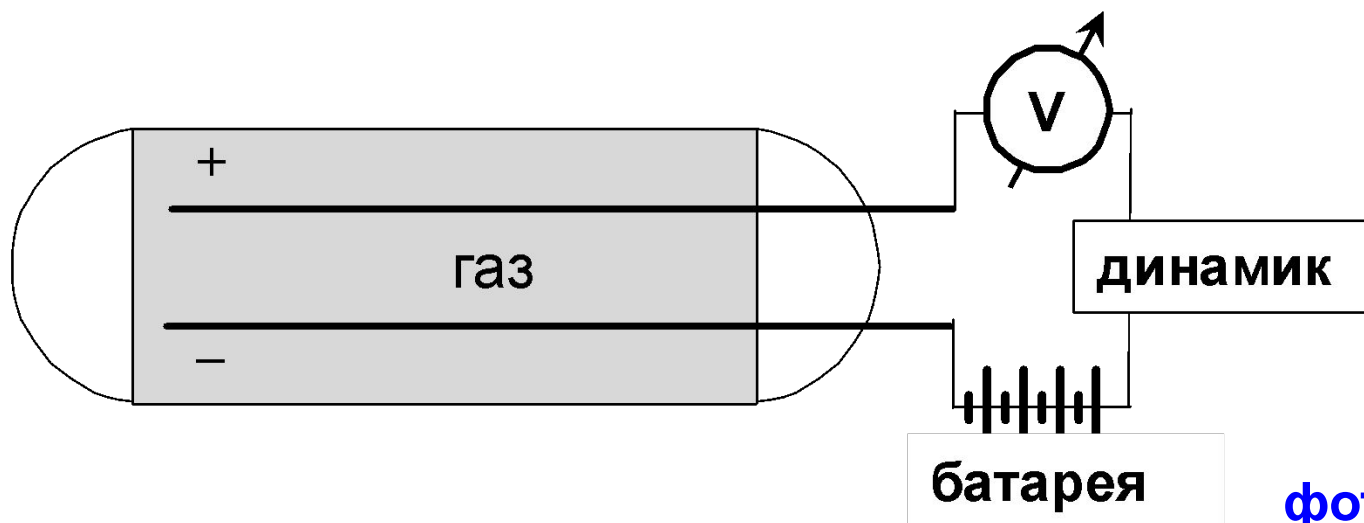
Детекторы

ДЕТЕКТОР — устройство для обнаружения («детектирования») микроскопического объекта в определенной точке пространства — в той, в которой помещен сам детектор (речь идет не о математической точке, а о некоторой области пространства, занимаемой рабочим элементом детектора).

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ: детектор при контакте с объектом взаимодействует с ним и в результате выдает макроскопический сигнал (свет, звук и т.д.)

Детектор должен содержать мощный усилитель

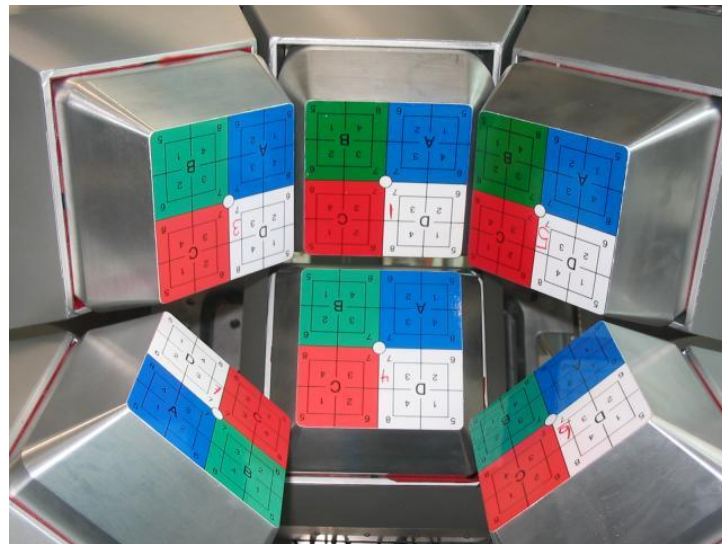
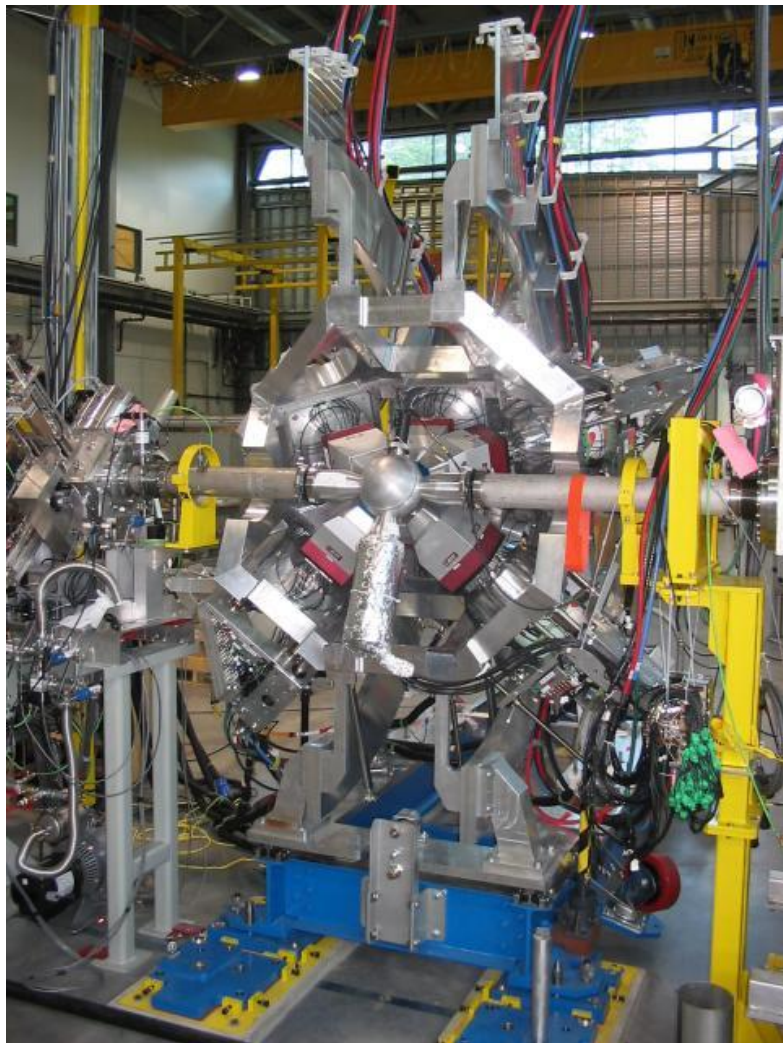
Счетчик Гейгера

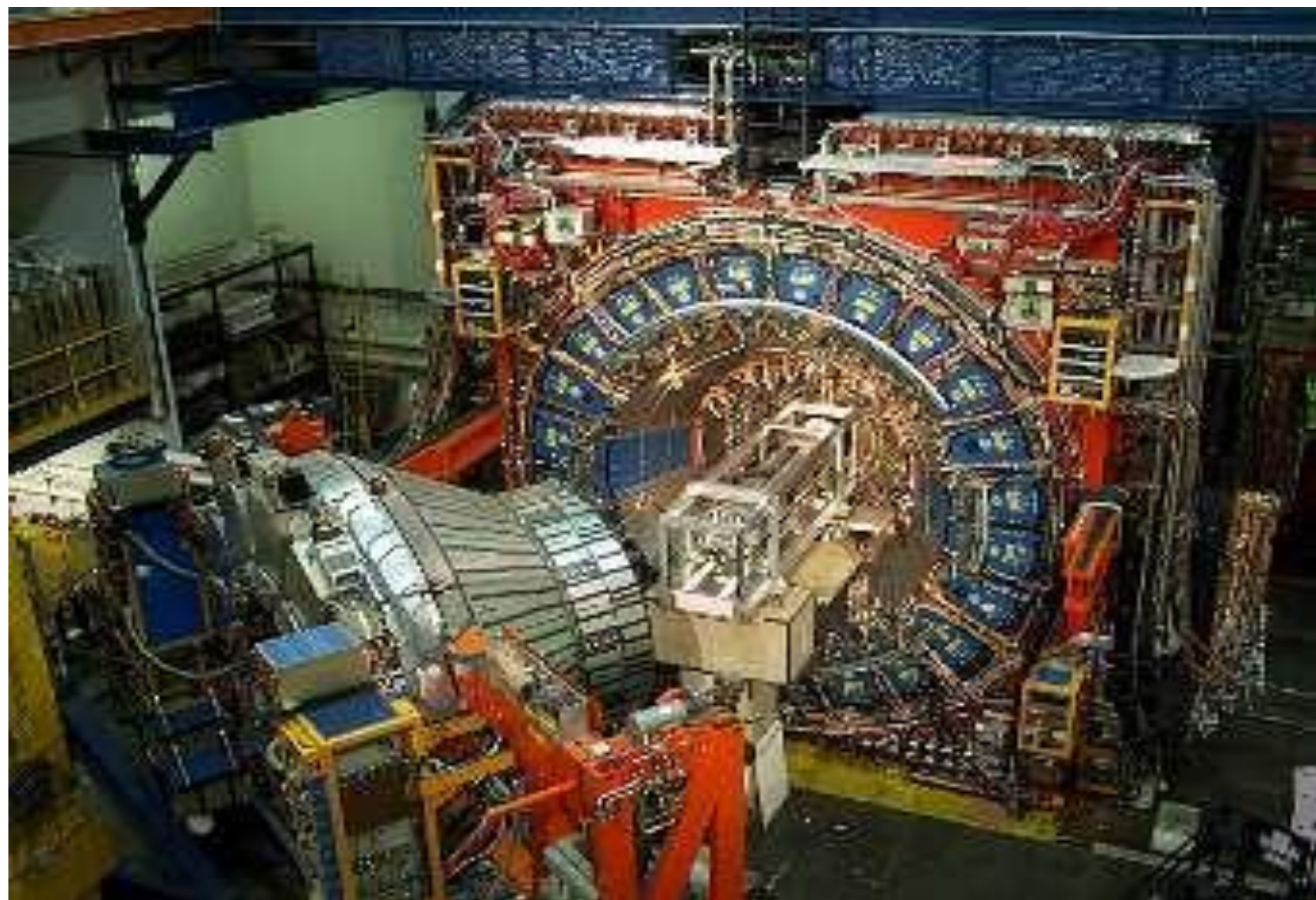


- 1) электрон ионизирует молекулу газа,
- 2) образовавшиеся ионы ускоряются электрическим полем и вызывают вторичную ионизацию газа,
- 3) возникает пробой: напряжение скачком падает до 0, а динамик издает резкий щелчок.

фотоэмульсии,
люминесцентные экраны,
пузырьковые камеры,
искровые камеры,
фотоумножители.

Современные детекторы

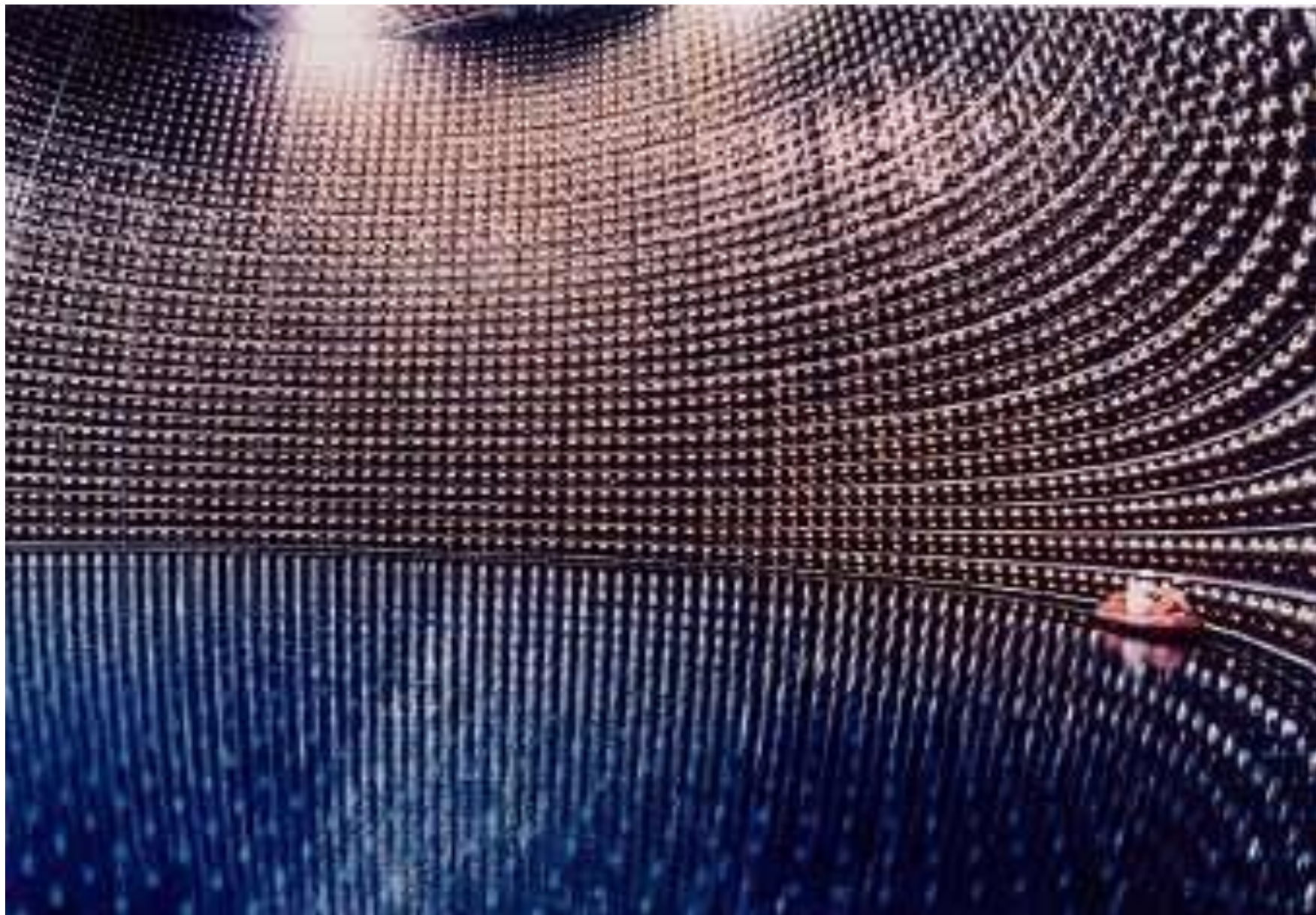




Детектор БАК



Детектор К-мезонов



Специфика детекторов

Срабатывание детектора дает чисто **КАЧЕСТВЕННЫЙ** результат — щелчок, колебание стрелки и т.д.

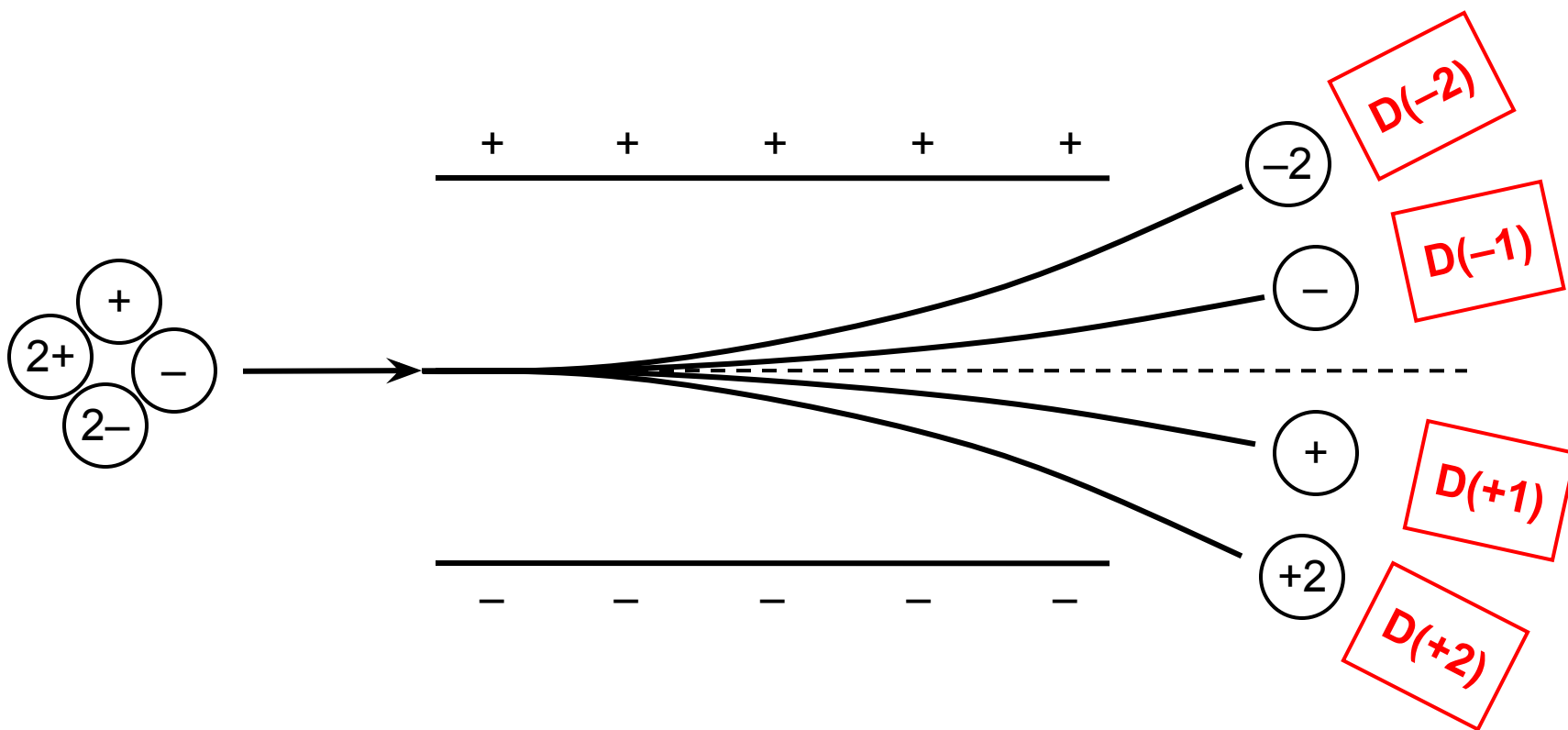
Величина этого эффекта совершенно не зависит от свойств микрочастицы (электрона, протона и т.д.), а определяется устройством прибора — напряжением, расстоянием между электродами, химической природой газа и др.

Поэтому единственный вывод, который может быть в итоге сделан, сводится к следующему: раз детектор сработал (щелчок, вспышка), то в нем находилась некоторая частица, инициировавшая ионизацию молекул газа.

Детекторы позволяют только ОБНАРУЖИВАТЬ («видеть») микрочастицы, но не дают никакой информации об их свойствах.

Дискриминаторы

Назначение дискриминатора — СОРТИРОВКА частиц по их свойствам



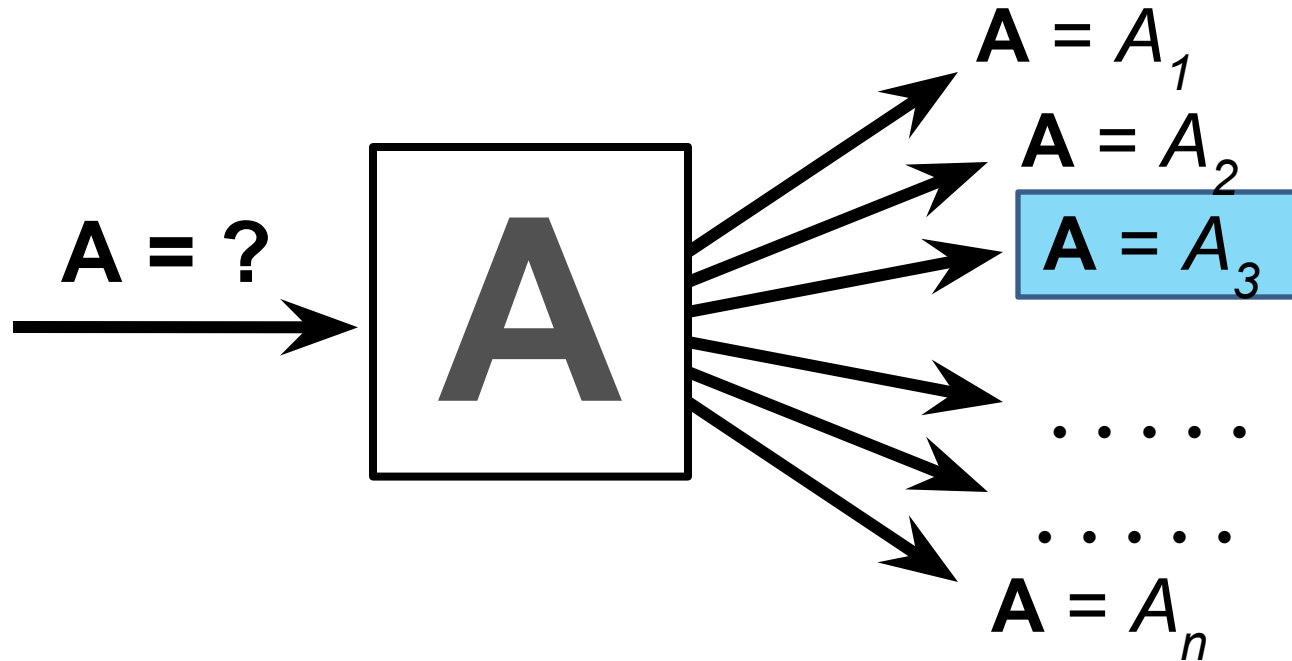
Процедура измерения

- 1) Приготовление частиц и формирование направленного пучка
- 2) Пропускание пучка через спектральный анализатор
- 3) Фиксация сработавших детекторов

Проблема калибровки

Значения наблюдаемой, написанные на каждом детекторе, вычисляются на основе законов классической физики (механики, электромагнетизма и др.)

Общая схема спектрального анализатора



Возможные результаты
измерения
(допустимые значения
наблюдаемой)

$$= (A_1, A_2, A_3, \dots, A_n)$$

спектр

Поведение микроскопических объектов

НЕВОСПРОИЗВОДИМОСТЬ результатов измерения

$$A = ?$$

№ измерения	Серия 1	Серия 2	...
1	1	8	5
2	12	5	2
3	3	1	9
4	7	5	5
5	3	2	6
6	9	9	15
...	2	4	11



При $n \rightarrow \infty$ относительные частоты стремятся к постоянным значениям: $v_i \rightarrow \text{const} = P_i$

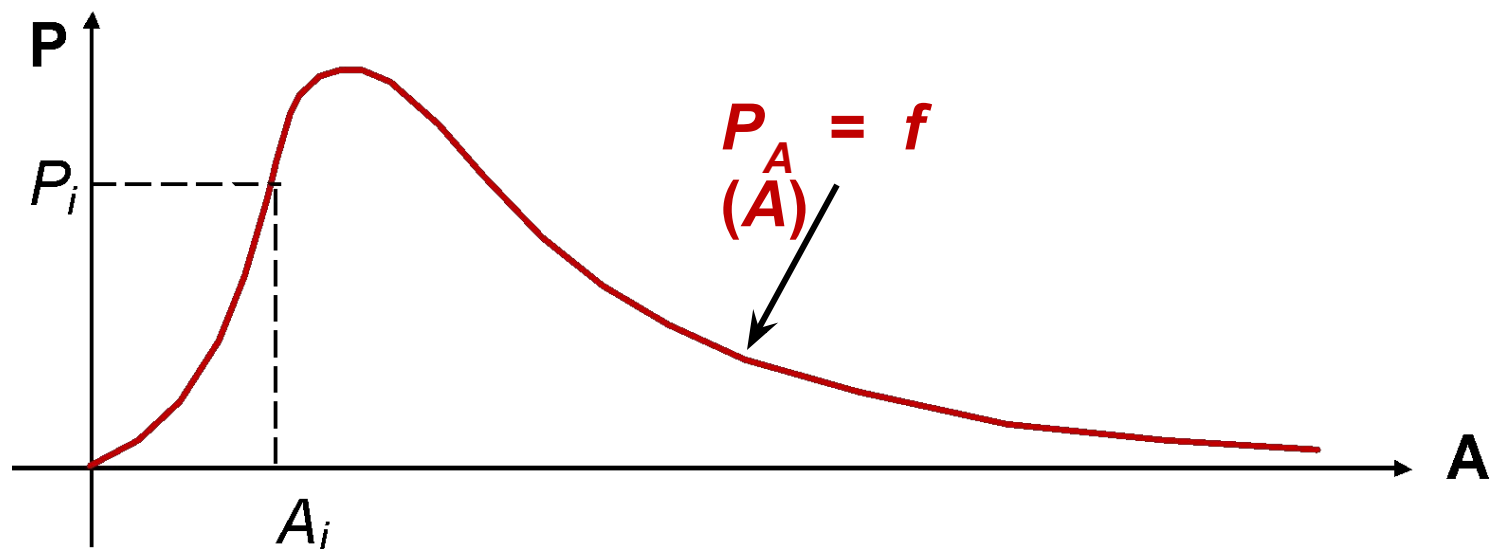
P_i — вероятности

Характер результатов измерения

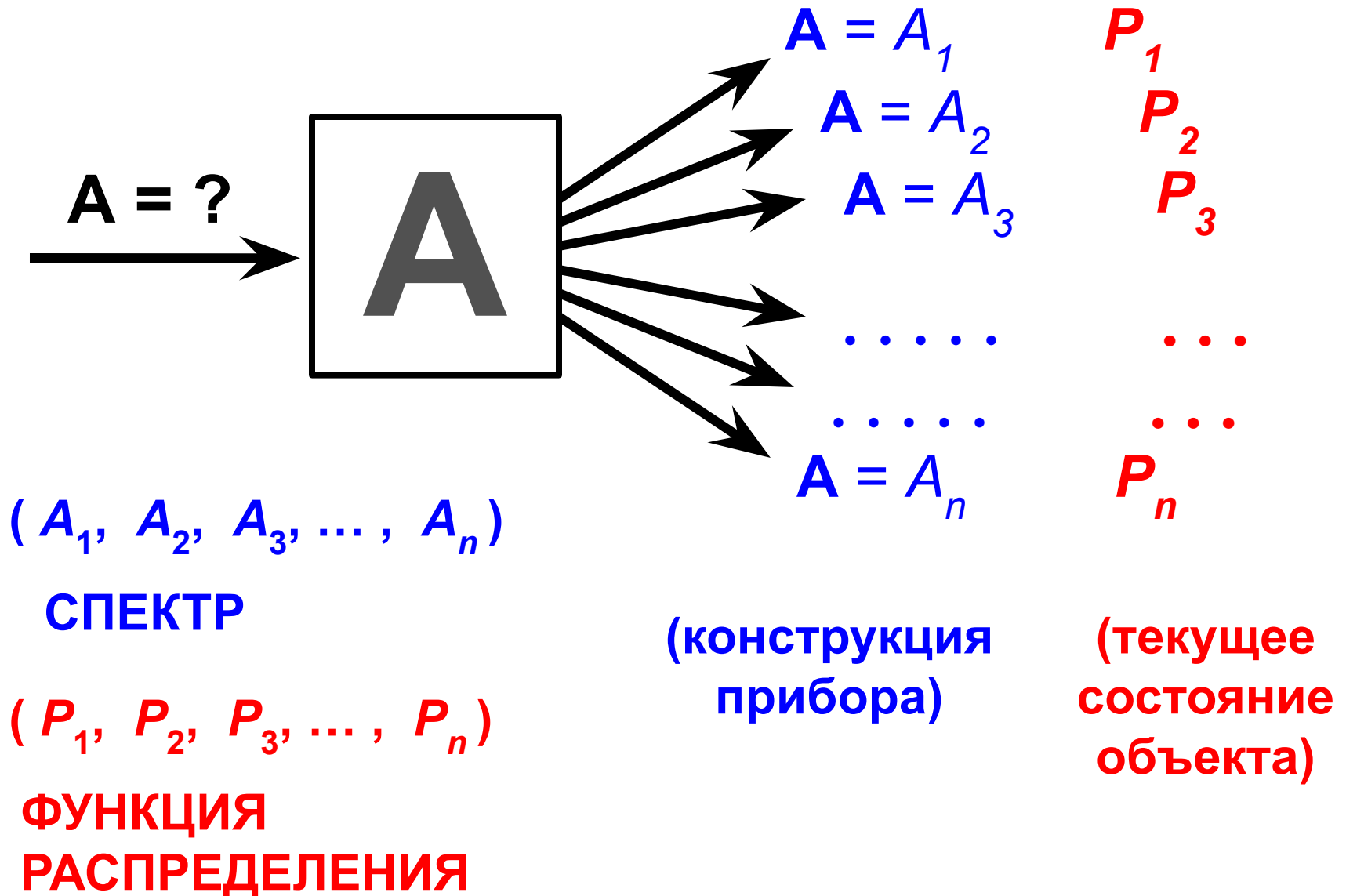
Вопрос: $A = ?$

Ответ: $A = \left\{ \begin{array}{l} A_1, A_2, A_3, \dots, A_n \\ P_1, P_2, P_3, \dots, P_n \end{array} \right\}$

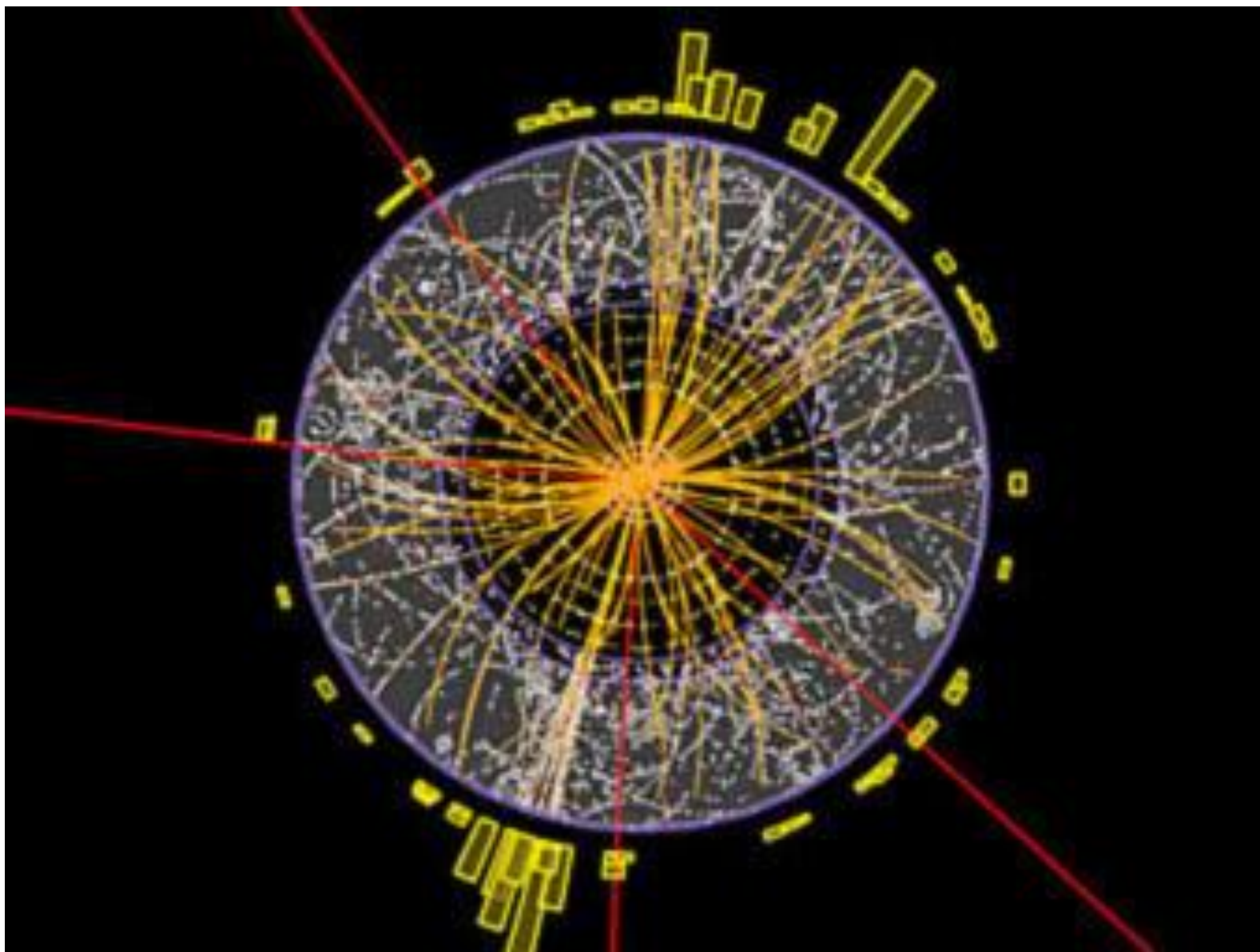
**Функция
распределения**



Общая схема спектрального анализатора



Результаты столкновения протонов в коллайдере (БАК)



Возможные причины «вероятностного» поведения микробиъектов

- 1. МАКРОСКОПИЧНОСТЬ источников:** невозможно обеспечить в точности одинаковые условия приготовления каждой частицы в повторных измерениях.
- 2. МАКРОСКОПИЧНОСТЬ измерительных приборов:** невозможно обеспечить в точности одинаковые условия сортировки всех частиц в дискриминаторе в повторных измерениях.
Флуктуации условий невозможно устранить и каким-либо способом контролировать.
- 3. ПРИРОДА микрочастиц:** возможно, что в силу своей внутренней природы (строения) микрочастицы не способны вести себя совершенно «определенно».

Логическая схема микромеханики

МЕХАНИЧЕСКИЙ СПОСОБ

МАКРО-объекты

МИКРО-объекты

ЧИСЛОВЫЕ ЗНАЧЕНИЯ НАБЛЮДАЕМЫХ

$$A = A_i$$

$$B = B_j$$

Конкретные
числа

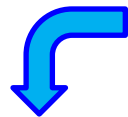
$$A = \left\{ \begin{array}{l} A_1, A_2, A_3, \dots, A_n \\ P_1, P_2, P_3, \dots, P_n \end{array} \right\}$$

$$B = \left\{ \begin{array}{l} B_1, B_2, B_3, \dots, B_m \\ P_1, P_2, P_3, \dots, P_m \end{array} \right\}$$

Функции
распределения

МАКРО-объекты

МИКРО-объекты

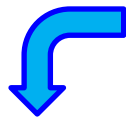


УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ



$$A = f(B, C, \dots)$$

$$P_A = f(P_B, P_C, \dots)$$



УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ



$$A = f(t)$$

$$B = f(t)$$

...

$$P_A = f(t)$$

$$P_B = f(t)$$

...

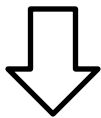
Амплитуды вероятности

С целью упрощения вероятностных уравнений состояния и эволюции введем вспомогательную величину — амплитуду вероятности (Z)

$$P_i \longleftrightarrow Z_i \text{ таким образом, что } P_i = |Z_i|^2$$

УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ

$$P_A = f(P_B, P_C, \dots)$$



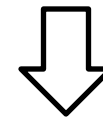
$$Z_A = f(Z_B, Z_C, \dots)$$

Вероятностная форма

Амплитудная форма

УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ

$$P_A = f(t); P_B = f(t); \dots$$



$$Z_A = f(t); Z_B = f(t); \dots$$

Свойства амплитуд

Амплитуда — комплексное число

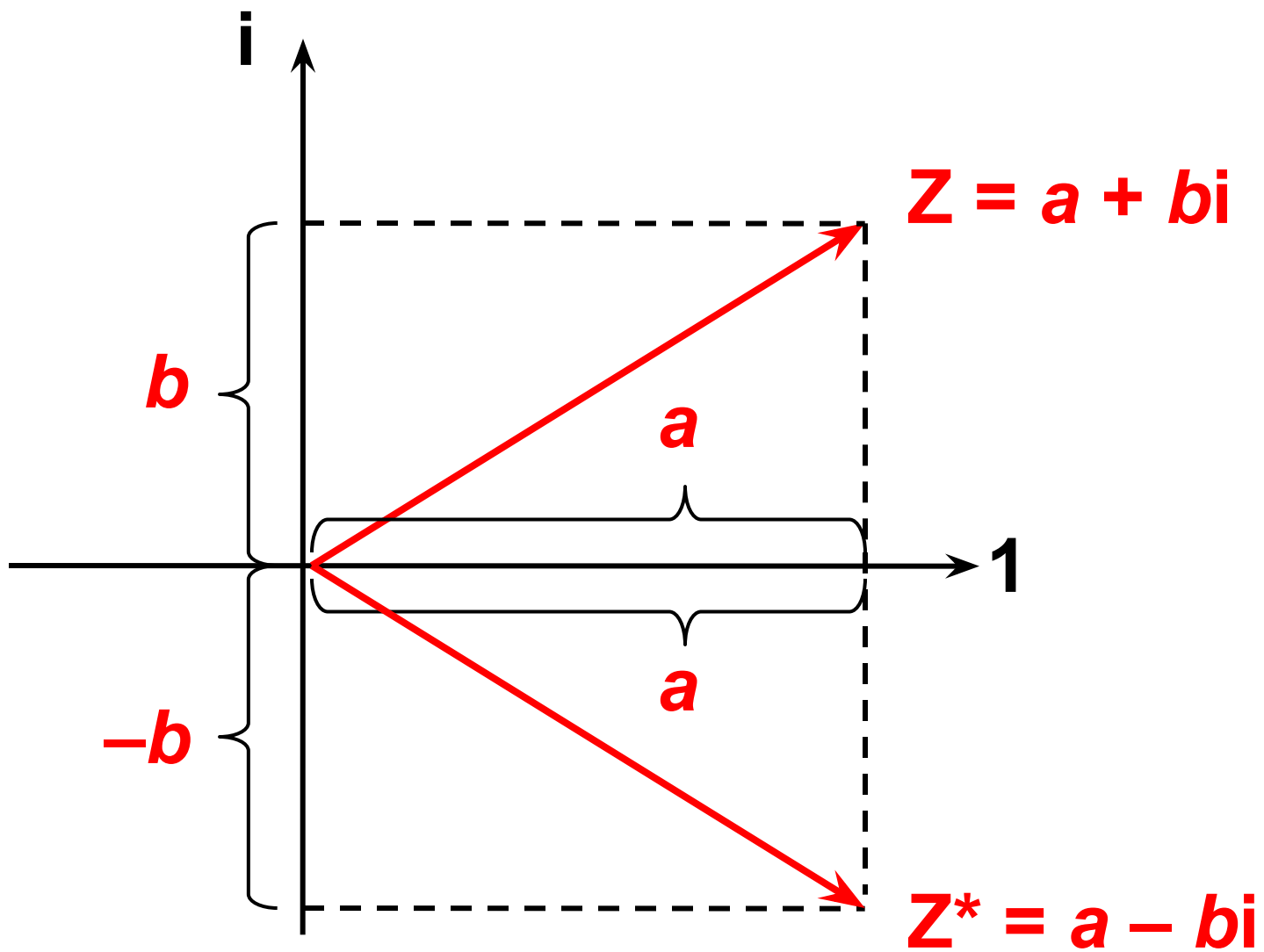

$$Z = (a, b) \quad \text{или} \quad Z = a + bi$$

(a — действительная часть, b — мнимая часть,
 i — мнимая единица)

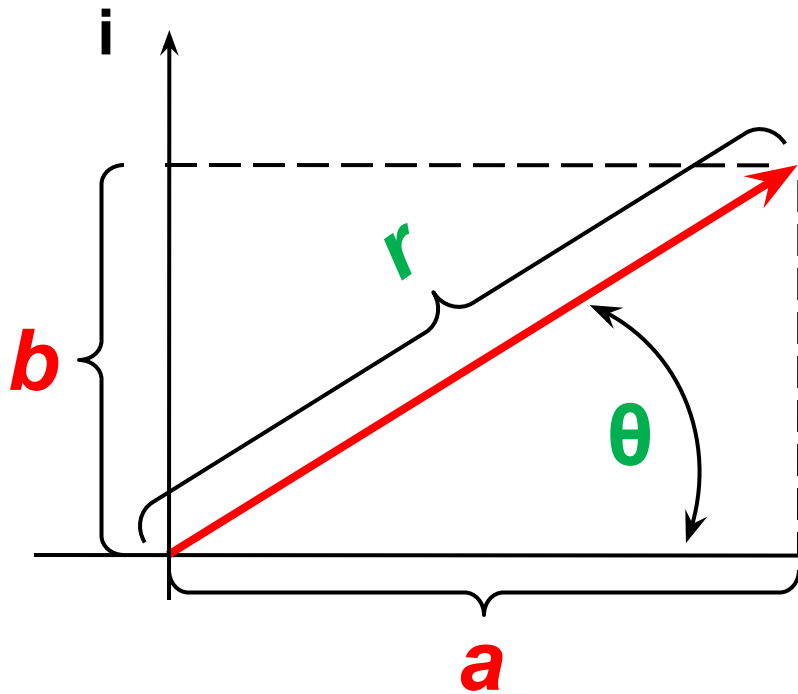
$$Z^* = (a, -b) \quad \text{или} \quad Z^* = a - bi$$

Z и Z^* — комплексно сопряженные
(по отношению друг к другу) числа

Комплексная плоскость



Представления комплексных чисел



АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ

$$Z = a + bi$$

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ

$$Z = r \cdot e^{i\theta} = r \cdot$$

$$\exp(i\theta) \quad (r - \text{модуль, } \theta - \text{фаза})$$

$$Z = a + bi$$



$$Z = r (\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ

$$\begin{cases} a = r \cdot \cos \theta \\ b = r \cdot \sin \theta \end{cases}$$

Операции с комплексными числами

СЛОЖЕНИЕ и ВЫЧИТАНИЕ

$$\begin{array}{l} \pm \\ Z_1 = a_1 + b_1 i \\ Z_2 = a_2 + b_2 i \\ \hline Z_1 \pm Z_2 = (a_1 \pm a_2) + (b_1 \pm b_2) i \end{array}$$

УМНОЖЕНИЕ и ДЕЛЕНИЕ

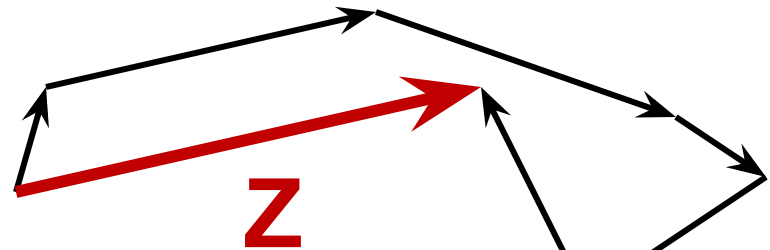
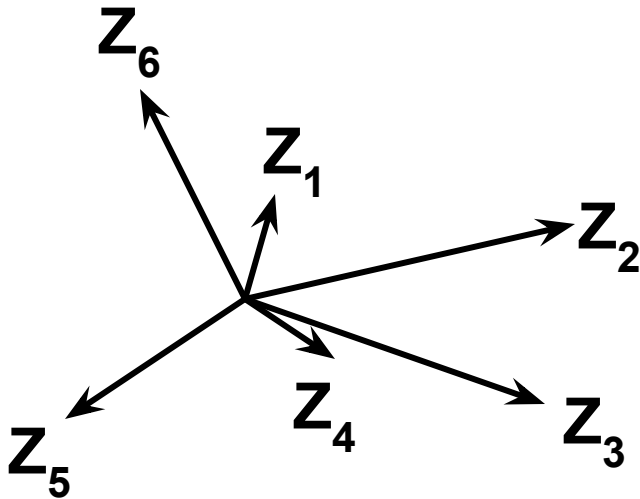
$$\begin{aligned} Z_1 \cdot Z_2 &= r_1 e^{i\theta_1} \cdot r_2 e^{i\theta_2} = (r_1 \cdot r_2) e^{i(\theta_1 + \theta_2)} \\ Z_1 / Z_2 &= r_1 e^{i\theta_1} / r_2 e^{i\theta_2} = (r_1 / r_2) e^{i(\theta_1 - \theta_2)} \end{aligned}$$

КВАДРАТ МОДУЛЯ

$$|Z|^2 = Z \cdot Z^* = a^2 + b^2 = r^2$$

«ВЕКТОРНОЕ» СЛОЖЕНИЕ

$$Z = z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6$$



1-е правило квантовой механики

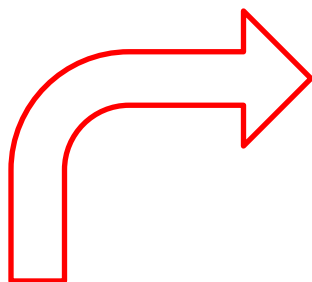
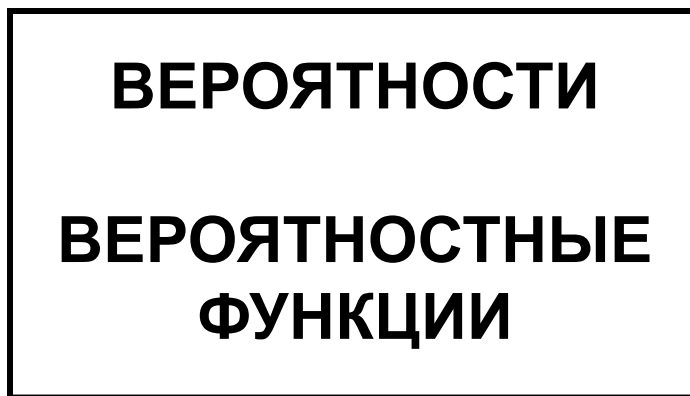
Вероятность любого события равна квадрату модуля соответствующей амплитуды вероятности:

$$P = Z \cdot Z^* = |Z|^2$$

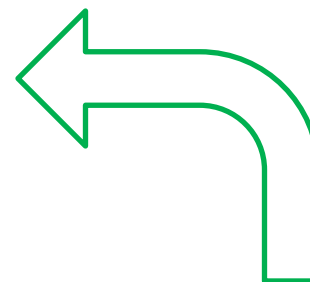
Любая вероятностная функция, например, вида $P(x, y, z)$, может быть найдена как квадрат модуля соответствующей амплитудной функции:

$$P(x, y, z) = Z(x, y, z) \cdot Z^*(x, y, z) = |Z(x, y, z)|^2$$

Методология квантовой механики



Экспериментальное
определение с
помощью
спектральных
анализаторов



Теоретическое
вычисление с
помощью
амплитуд и
амплитудных
функций



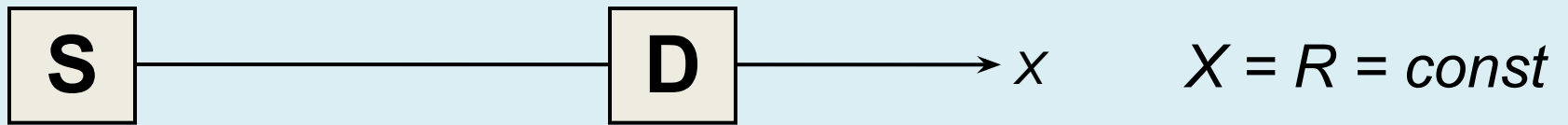
Все, что можно узнать о
микроскопической
частице или структуре

$$P = Z \cdot Z^* = |Z|^2$$
$$Z = r \cdot e^{j\theta} \cdot r \cdot e^{-j\theta} = r^2$$

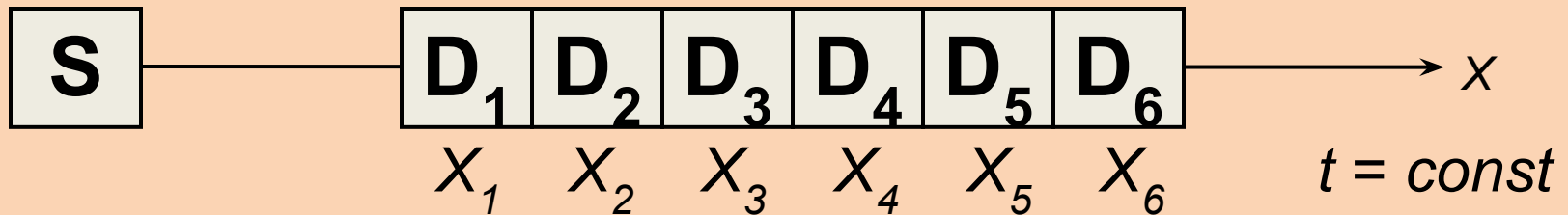
Вероятность события не зависит от фазы амплитуды и определяется только ее модулем

Фазовая инвариантность связана с законом сохранения электрического заряда

Амплитуды в пространстве и времени



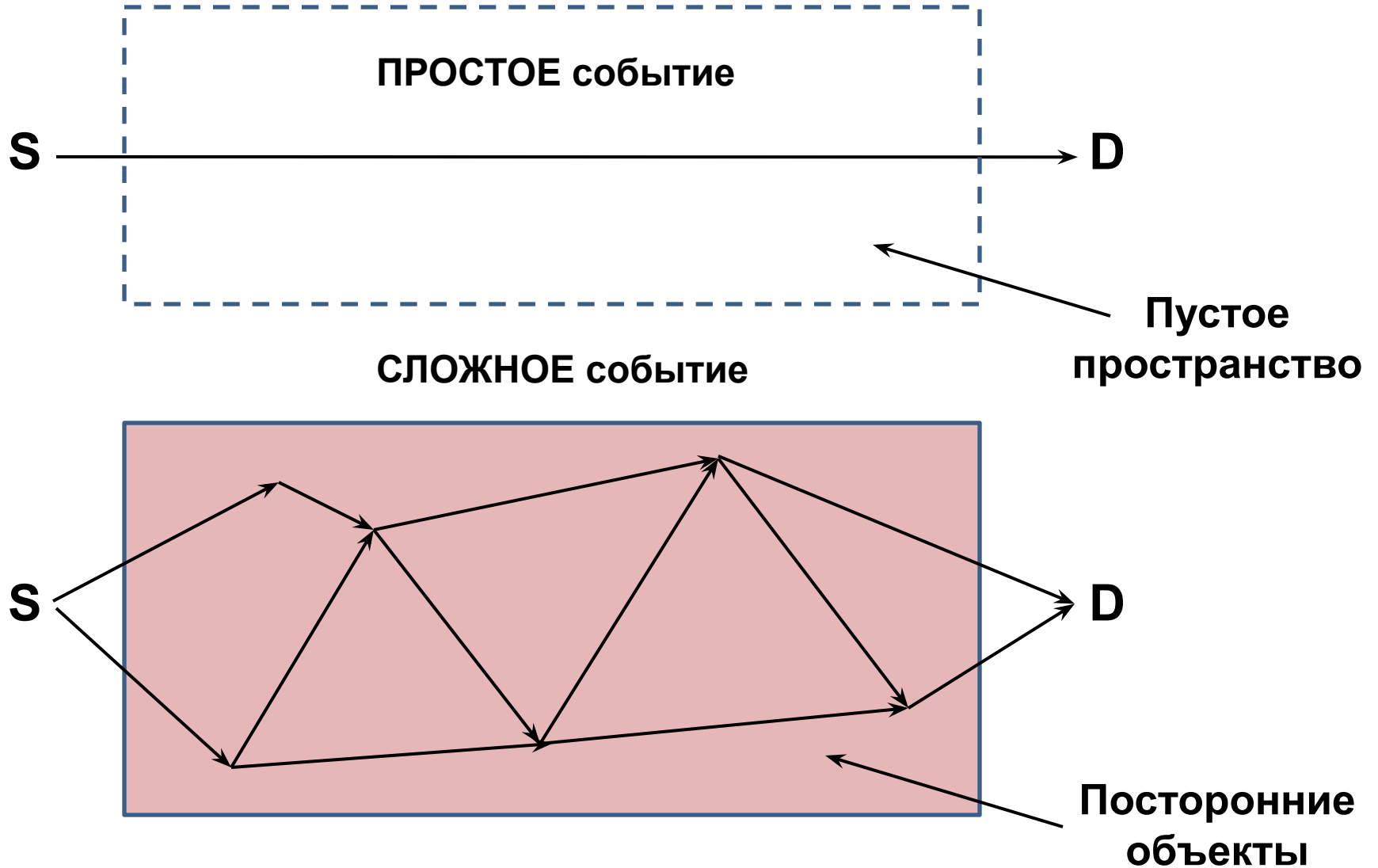
$$\langle D | S \rangle = C_{S \rightarrow D} = \frac{1}{R} e^{i\omega t} \quad (\omega - \text{частота})$$



$$\langle D | S \rangle = C_{S \rightarrow D} = \frac{1}{X} e^{ikx} \quad (k - \text{волновой вектор})$$

$$\langle D | S \rangle = C_{S \rightarrow D} = \frac{1}{X} e^{i(\omega t \pm kx)}$$

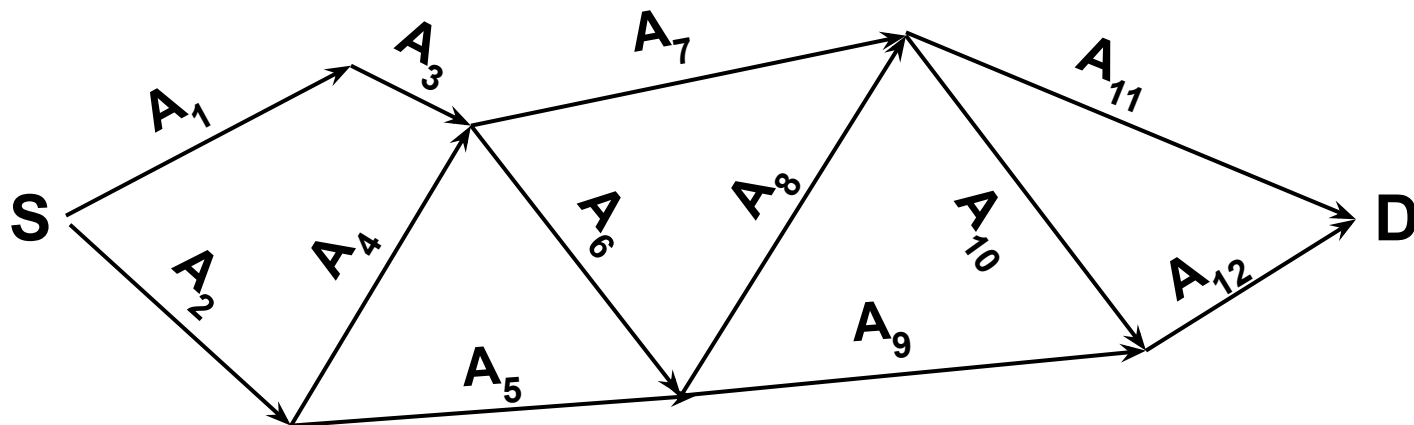
Простые и сложные события



$$P = |A|^2$$

S $\xrightarrow{\hspace{15em}}$ D

Простое событие элементарно и может быть описано двумя числами — амплитудой (A) и вероятностью (P)



Сложное событие состоит из простых, т.е. имеет «МЕХАНИЗМ» реализации. Для его описания нужно:

- 1) два глобальных числа: A, P
- 2) несколько локальных чисел $\{A_1, A_2, \dots\}, \{P_1, P_2, \dots\}$

2-е правило квантовой механики

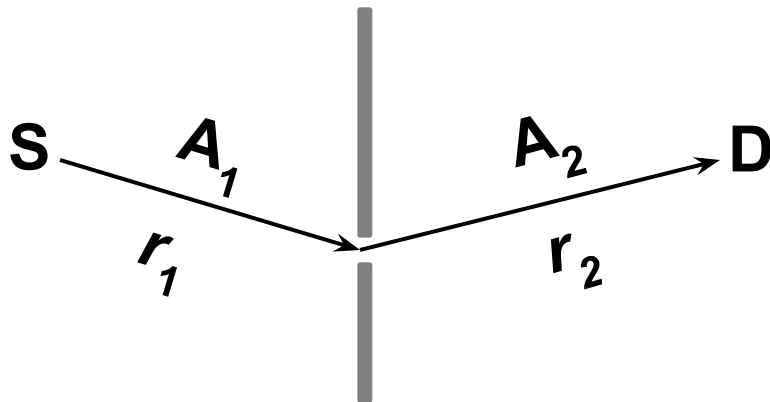
1. Если локальные простые события являются последовательными, то их амплитуды перемножаются

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots$$

2. Если локальные простые события являются альтернативными, то их амплитуды складываются

$$A = A_1 + A_2 \cdot \dots$$

Пример 1



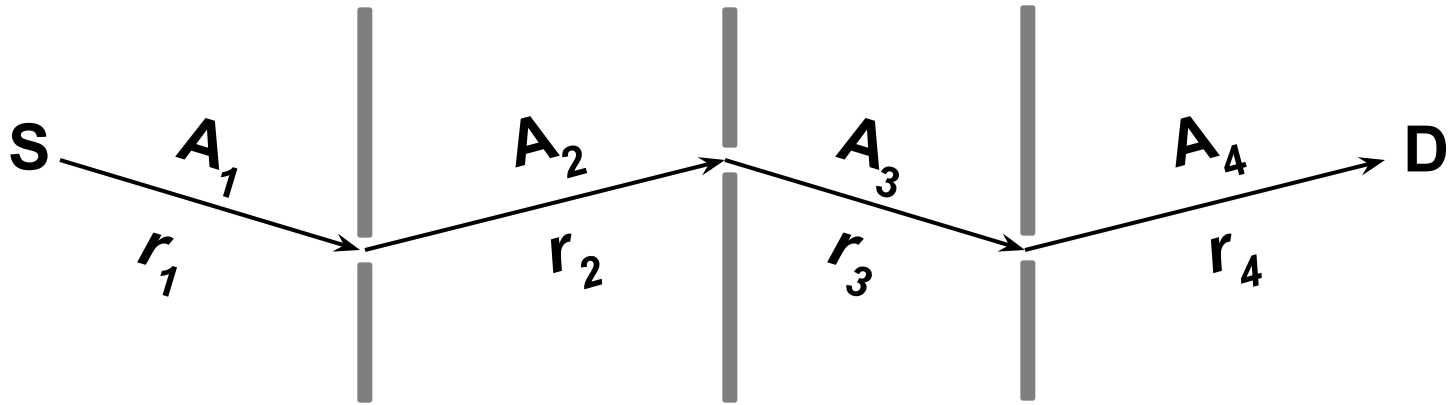
$$P = |A|^2$$

$$A = A_1 \cdot A_2$$

$$A_1 = (1/r_1)e^{ikr_1}$$

$$A_2 = (1/r_2)e^{ikr_2}$$

Пример 2



$$P = |A|^2$$

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 =$$

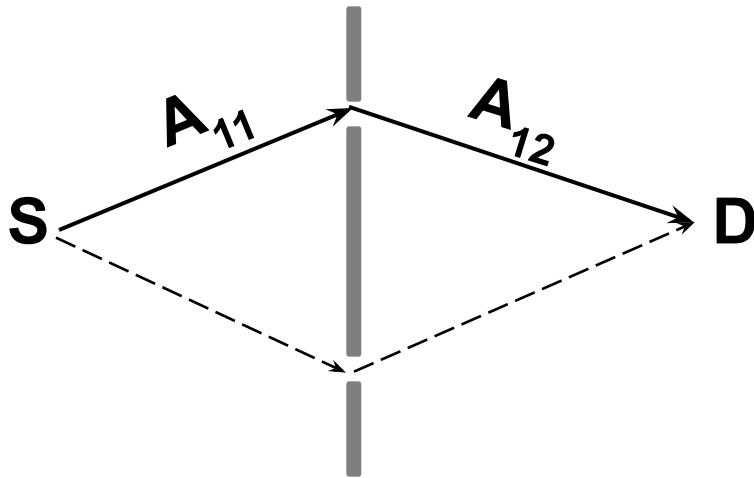
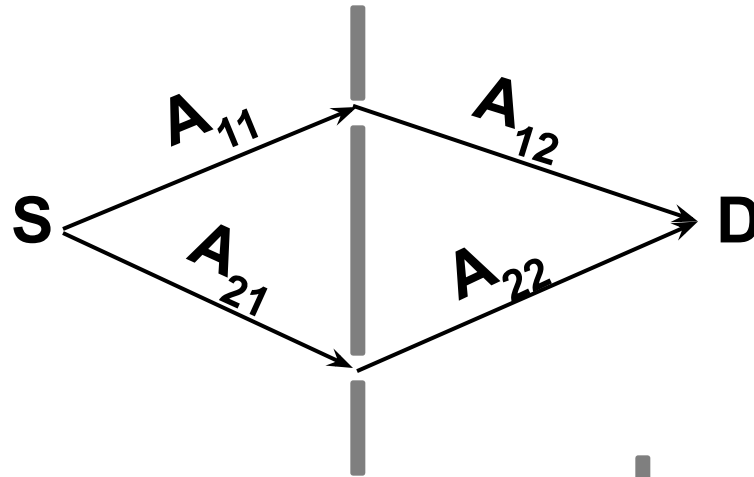
$$= (1/r_1)e^{ikr_1} \cdot (1/r_1)e^{ikr_2} \cdot (1/r_1)e^{ikr_3} \cdot (1/r_1)e^{ikr_4} =$$

$$= (1/r_1 r_2 r_3 r_4) e^{ik(r_1 + r_2 + r_3 + r_4)}$$

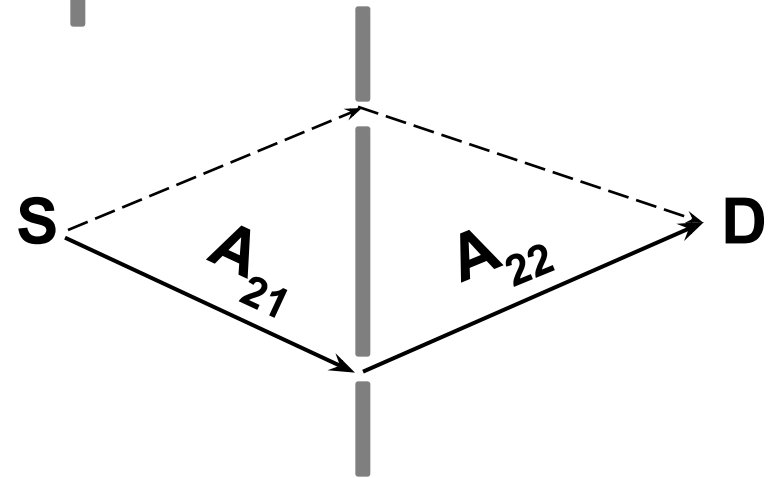
Пример 3

$$P = |A|^2$$

$$A = ?$$



$$A_1 = A_{11} \cdot A_{12}$$

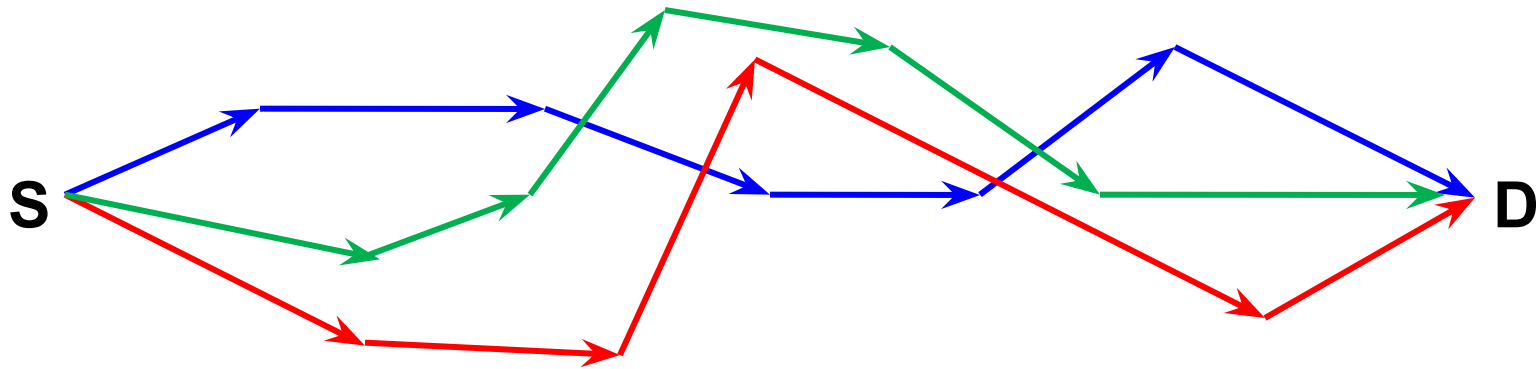


$$A_2 = A_{21} \cdot A_{22}$$

$$A = A_1 + A_2 = A_{11} \cdot A_{12} + A_{21} \cdot A_{22}$$

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДИКИ

1. Определить В С Е альтернативные траектории (способы реализации события)
2. Каждую траекторию представить в виде последовательности элементарных событий



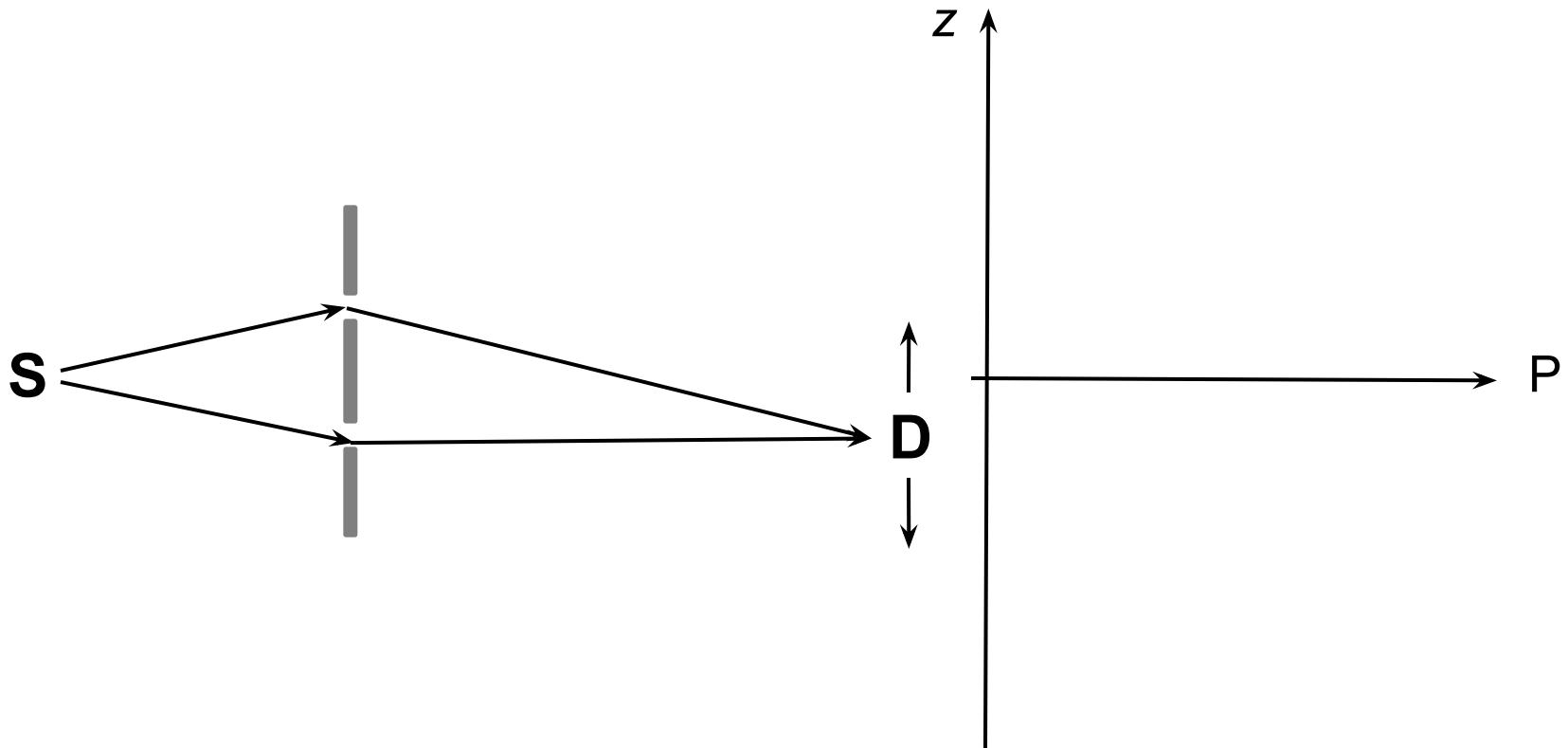
3. Вычислить амплитуды по траекториям

$$A_i = A_{1i} \cdot A_{2i} \cdot \dots = \prod_j A_{ji}$$

4. Вычислить глобальную амплитуду как сумму амплитуд по траекториям

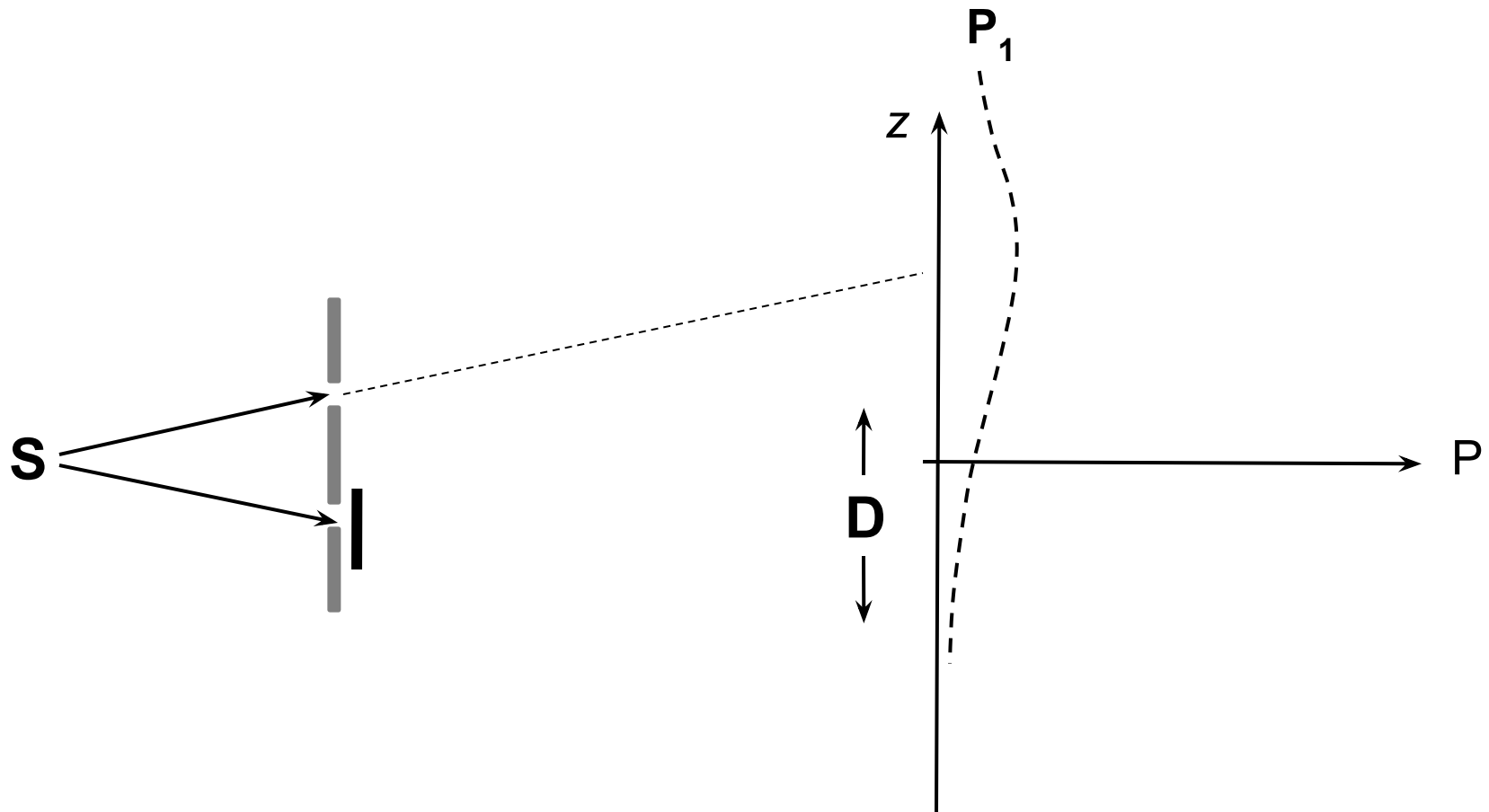
$$A = \sum_i A_i = \sum_i \left(\prod_j A_{ji} \right)$$

Интерференция амплитуд



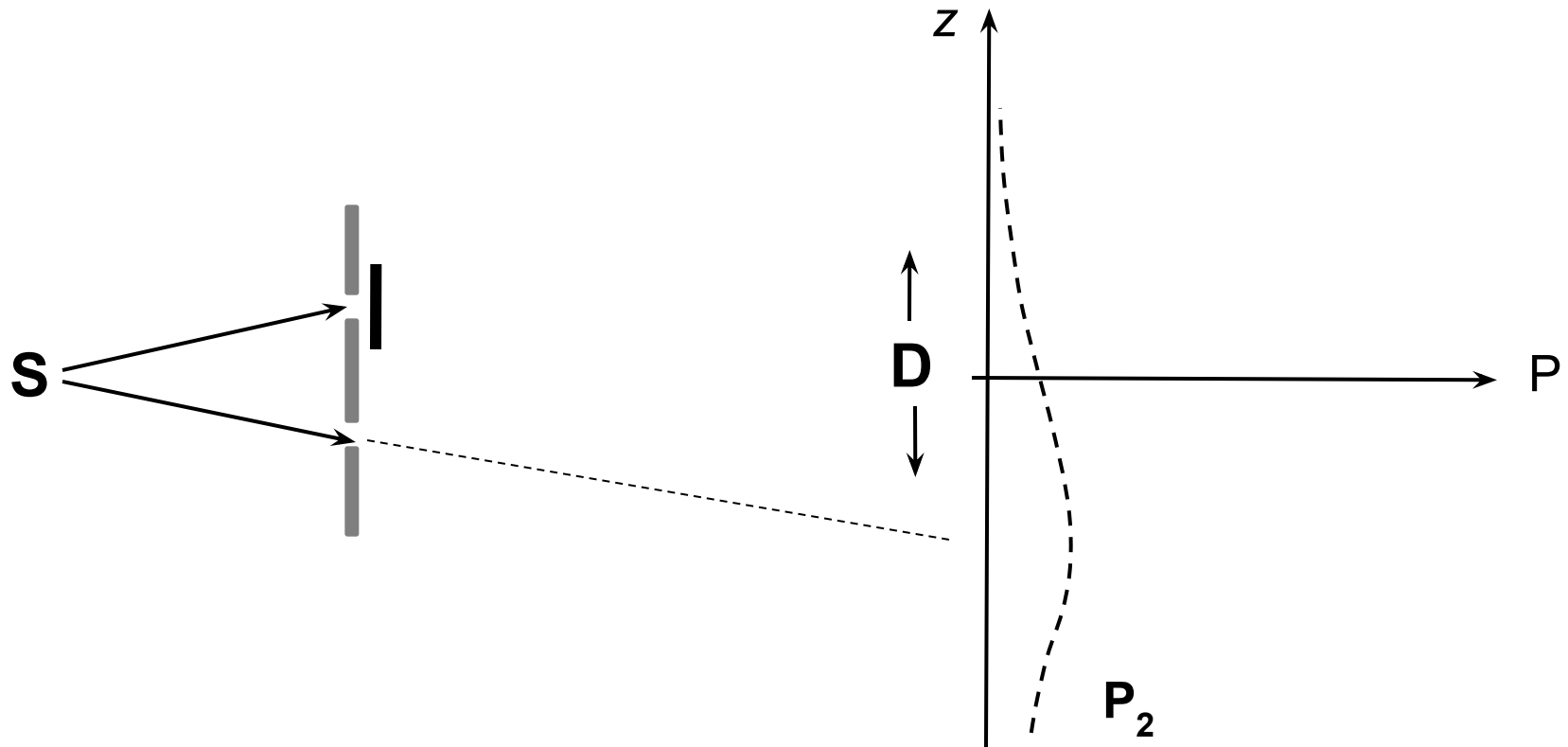
Какая картина образуется на экране, заполненном детекторами?

Интерференция амплитуд



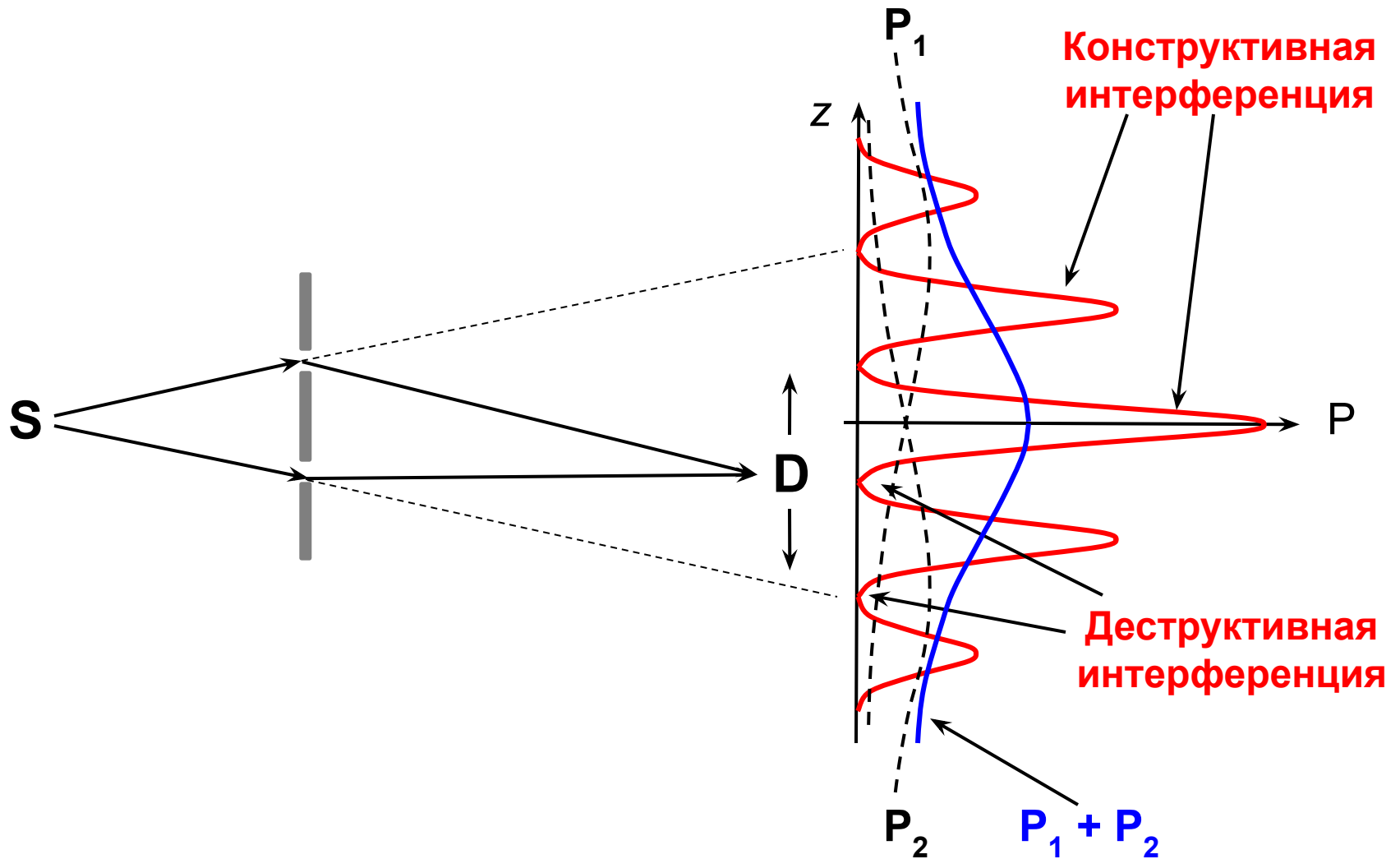
Дифракция на **1**-й щели

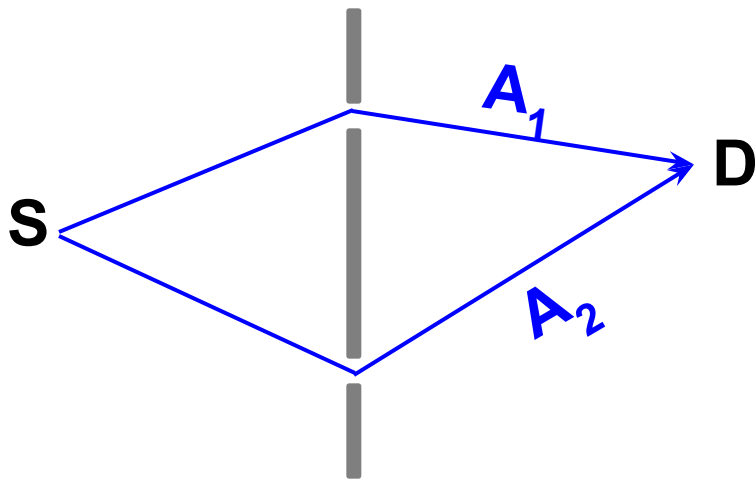
Интерференция амплитуд



Дифракция на **2**-й щели

Интерференция амплитуд





$$P = |A|^2 = A \cdot A^*$$

$$A = A_1 + A_2 = |A_1|e^{ikx_1} + |A_2|e^{ikx_2}$$

(x_1 и x_2 — длины 1-й и 2-й траекторий)

$$\begin{aligned}
 P &= (|A_1|e^{ikx_1} + |A_2|e^{ikx_2}) \cdot (|A_1|e^{-ikx_1} + |A_2|e^{-ikx_2}) = \\
 &= |A_1|^2 e^{ikx_1} \cdot e^{-ikx_1} + |A_1||A_2|e^{ikx_1} \cdot e^{-ikx_2} + \\
 &+ |A_2||A_1|e^{ikx_2} \cdot e^{-ikx_1} + |A_2|^2 e^{ikx_2} \cdot e^{-ikx_2} = \\
 &= |A_1|^2 + |A_1||A_2|e^{ik(x_1 - x_2)} + |A_2||A_1|e^{-ik(x_1 - x_2)} + |A_2|^2 = \\
 &= P_1 + \underbrace{|A_1||A_2|e^{ik\Delta x} + |A_2||A_1|e^{-ik\Delta x}}_{\Delta P} + P_2
 \end{aligned}$$

$$P = P_1 + P_2 + \Delta P$$

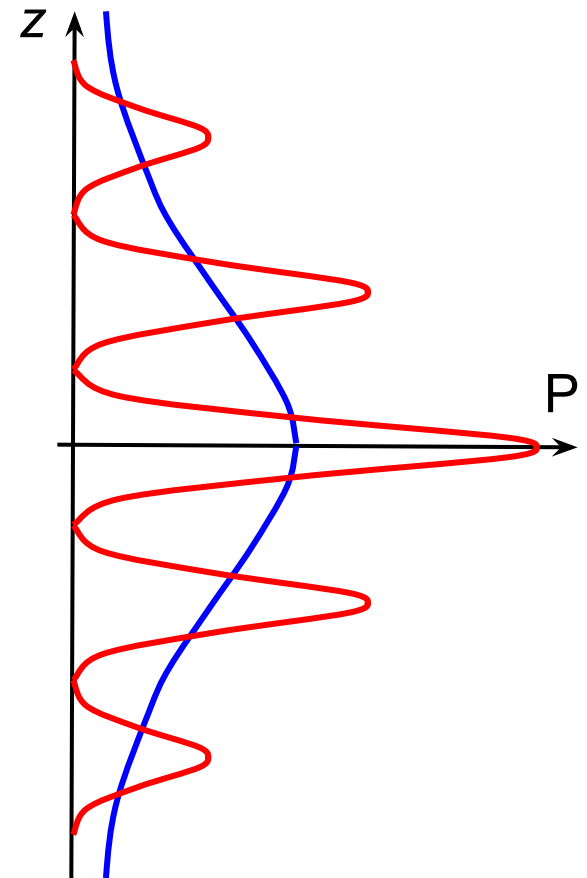
$$\Delta P = |A_1||A_2|e^{ik\Delta x} + |A_2||A_1|e^{-ik\Delta x} = 2(P_1 P_2)^{1/2} \cos(k\Delta x)$$

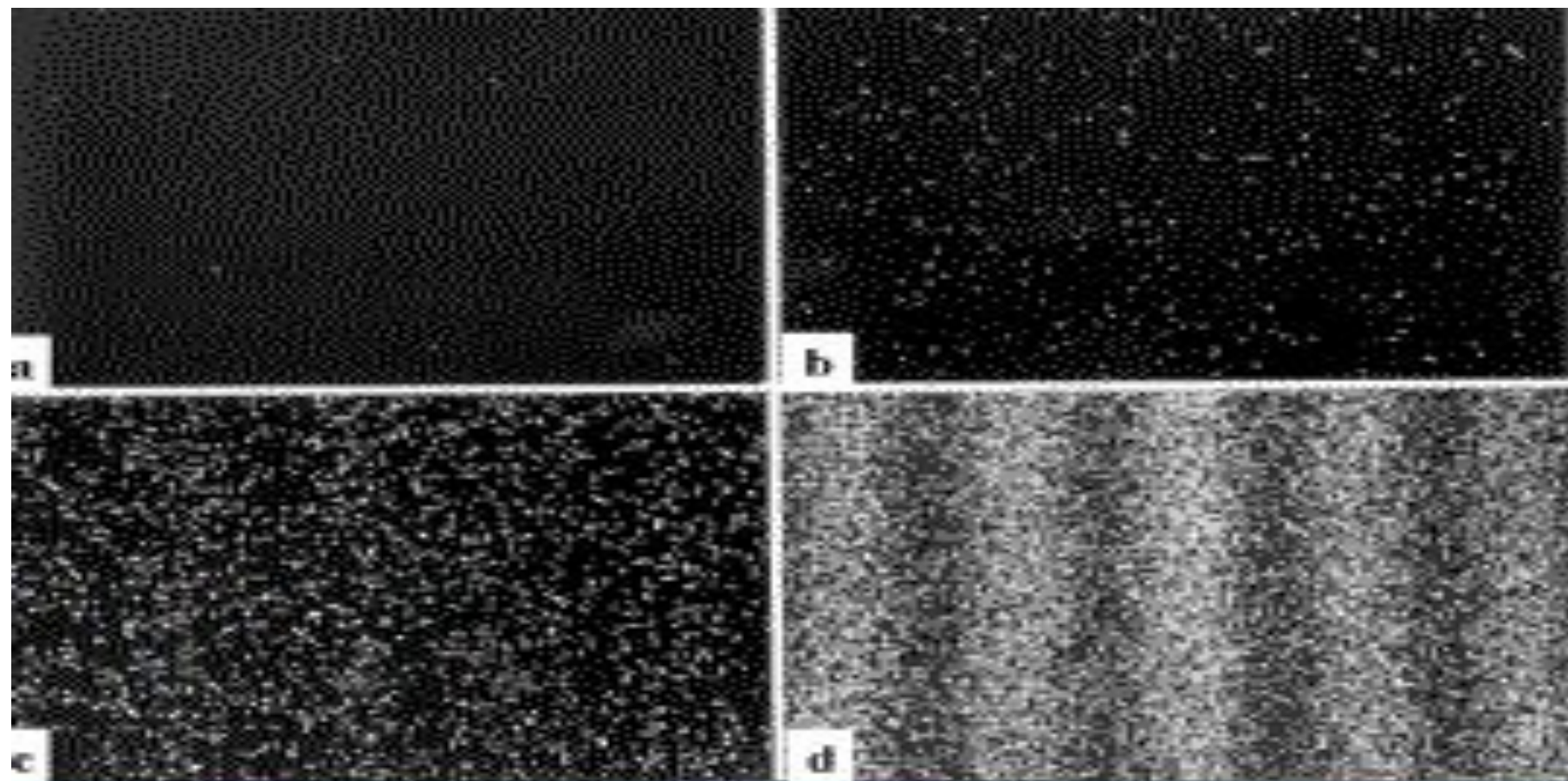
$$P = \underbrace{P_1 + P_2}_{\text{Классическое значение}} + \underbrace{2(P_1 P_2)^{1/2} \cos(k\Delta x)}_{\text{Интерференционная поправка}}$$

Классическое
значение

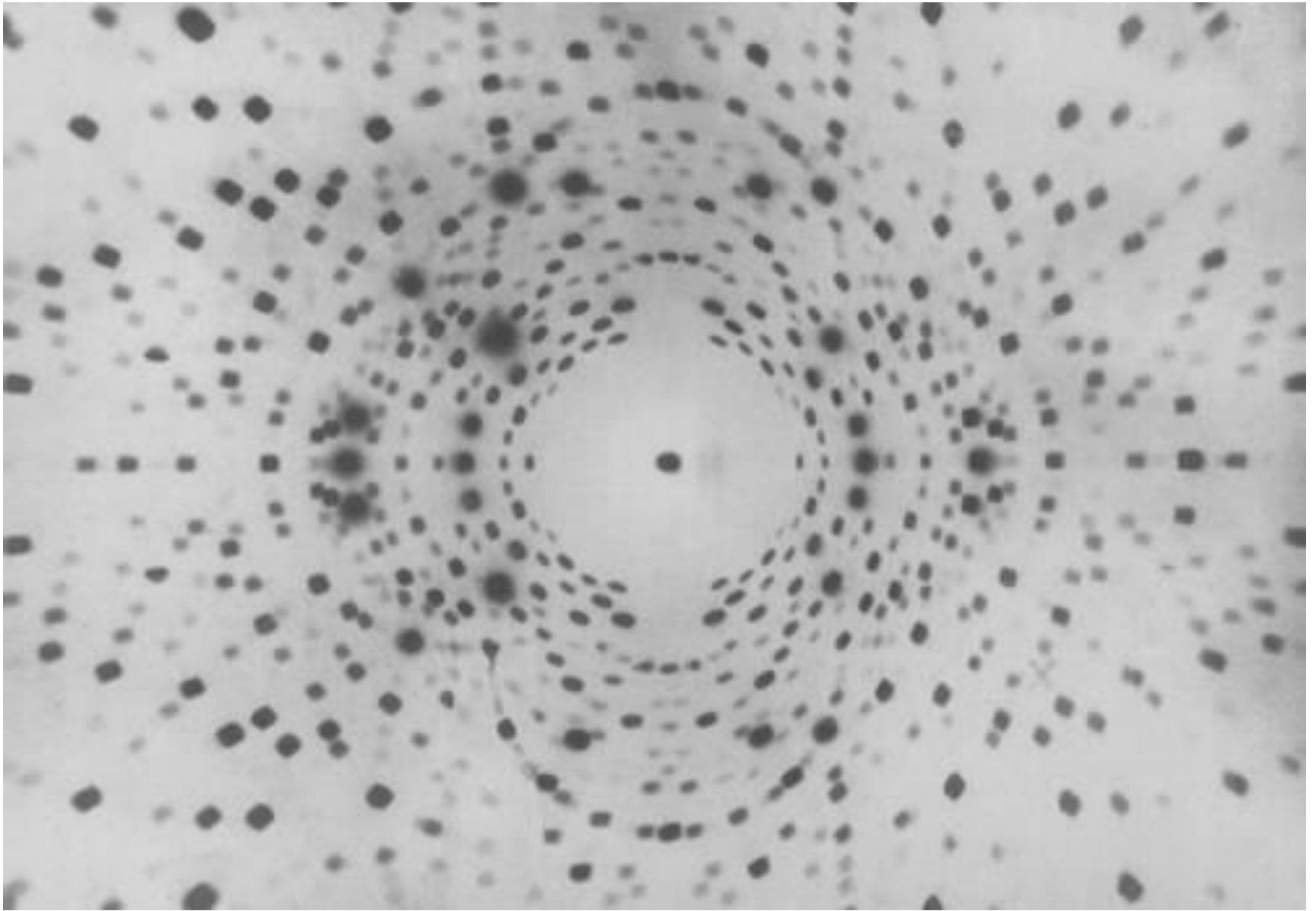
Интерференционная
поправка

$$\begin{aligned} e^{i\theta} &= \cos \theta + i \sin \theta \\ + \\ e^{-i\theta} &= \cos \theta - i \sin \theta \\ \hline e^{i\theta} + e^{-i\theta} &= 2 \cos \theta \end{aligned}$$





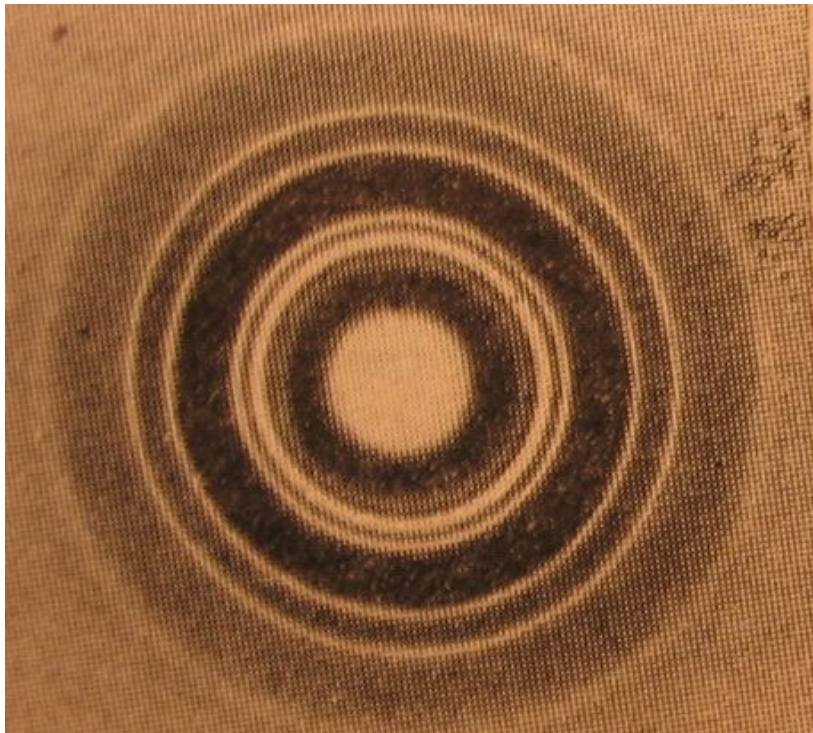
The number of electron accumulated on the screen. (a) 8 electrons; (b) 270 electrons; (c) 2000 electrons; (d) 160,000..



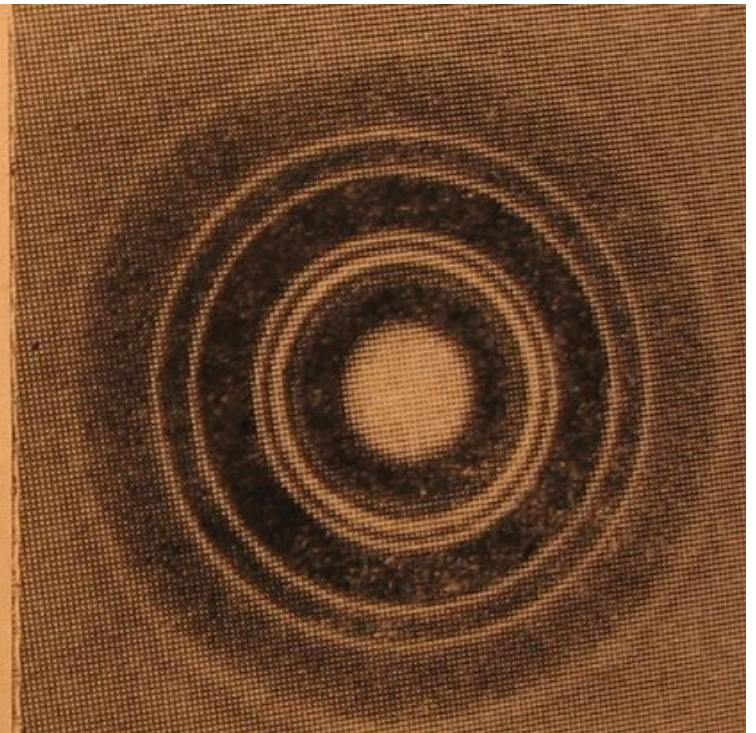
Лауэрограмма монокристалла берилла

Дифракция электронов на тонких металлических пленках

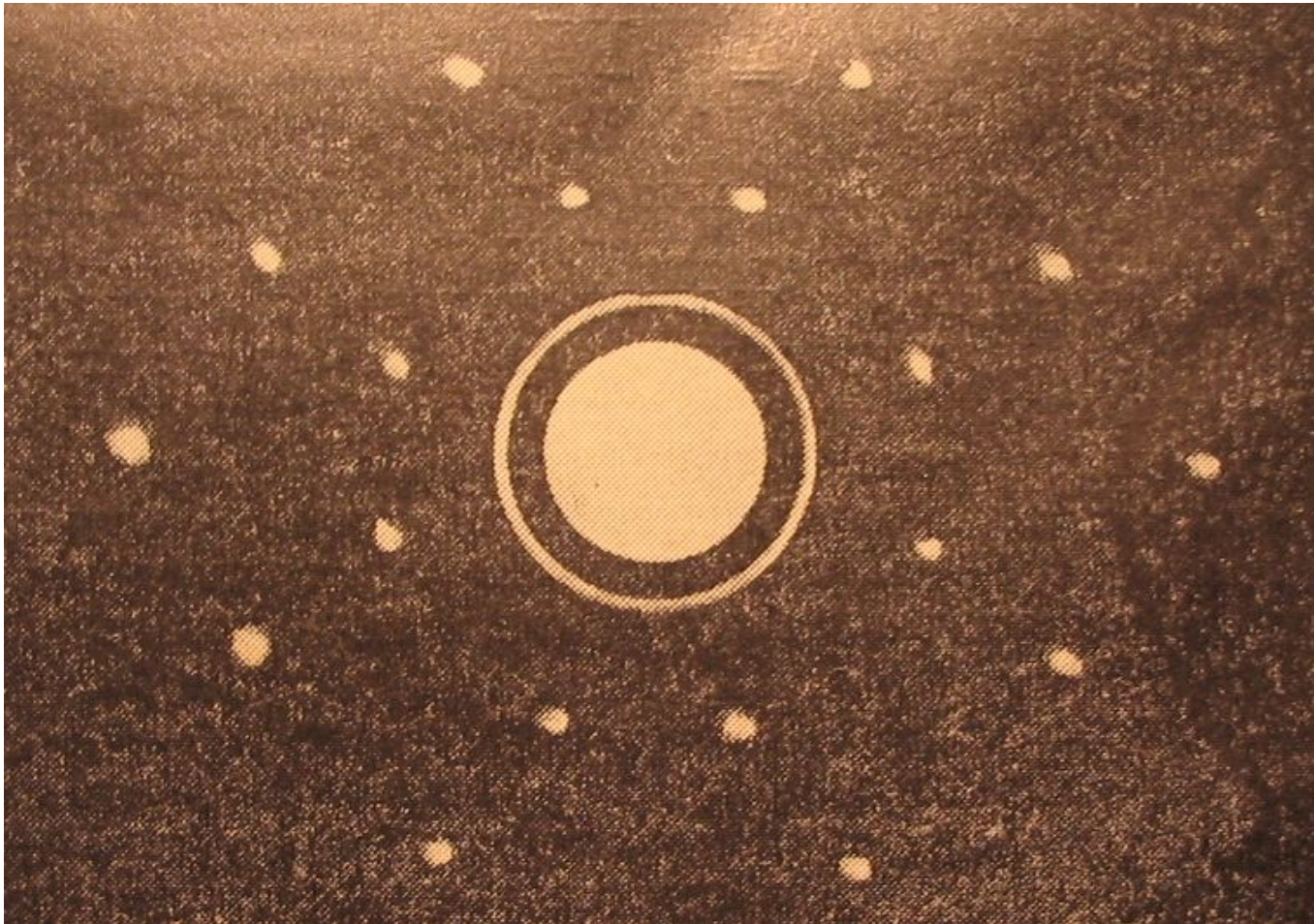
Золото

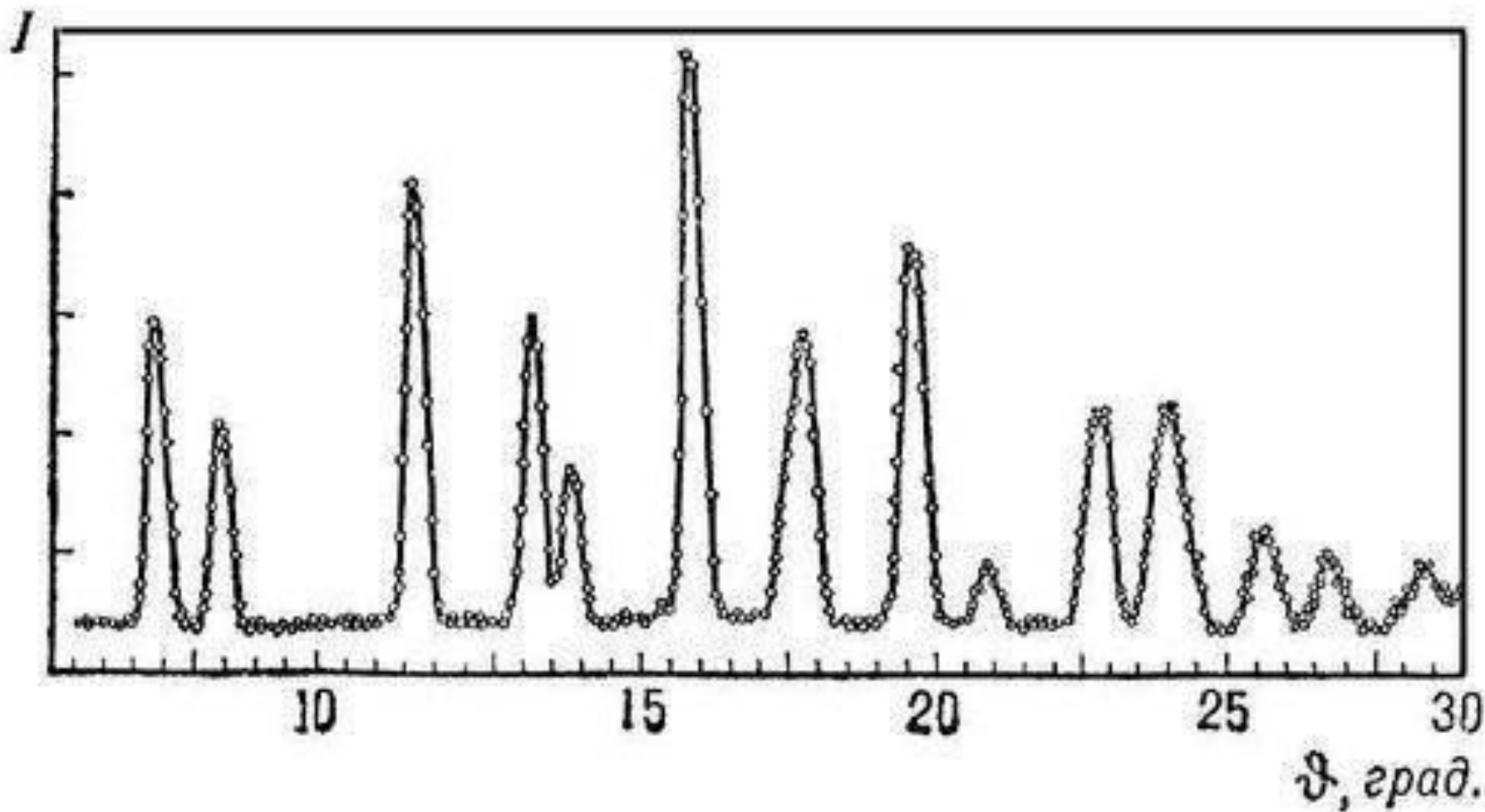


Медь



Дифракция нейтронов при прохождении через кристалл NaCl



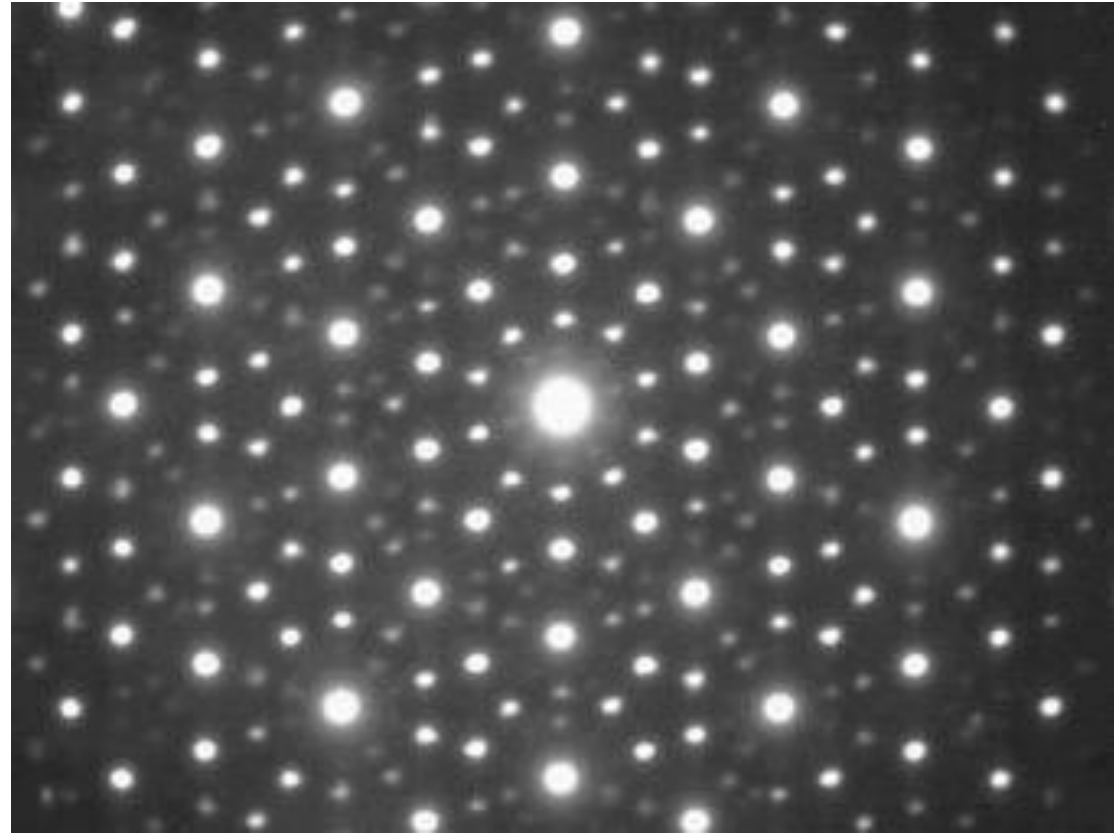
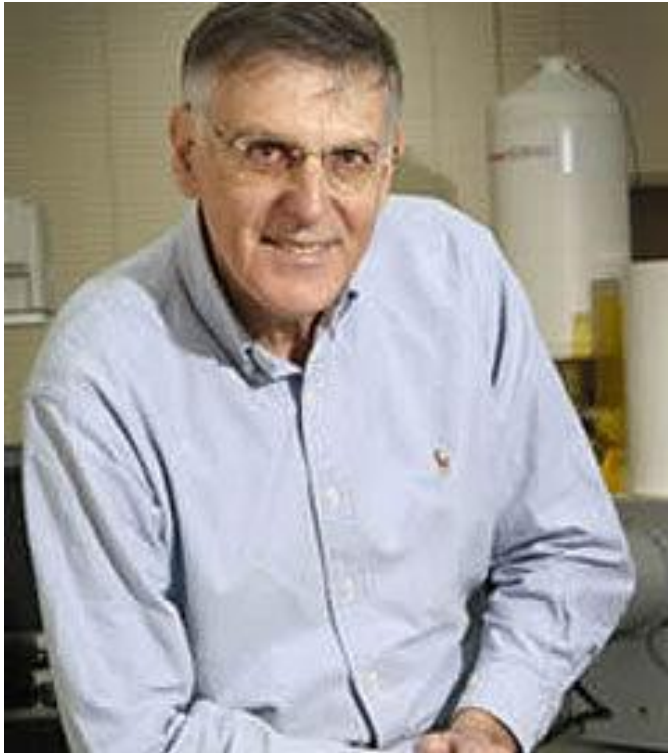


Нейтроннограмма поликристаллического образца BiFeO_3

Нобелевская премия по химии за 2011 г.

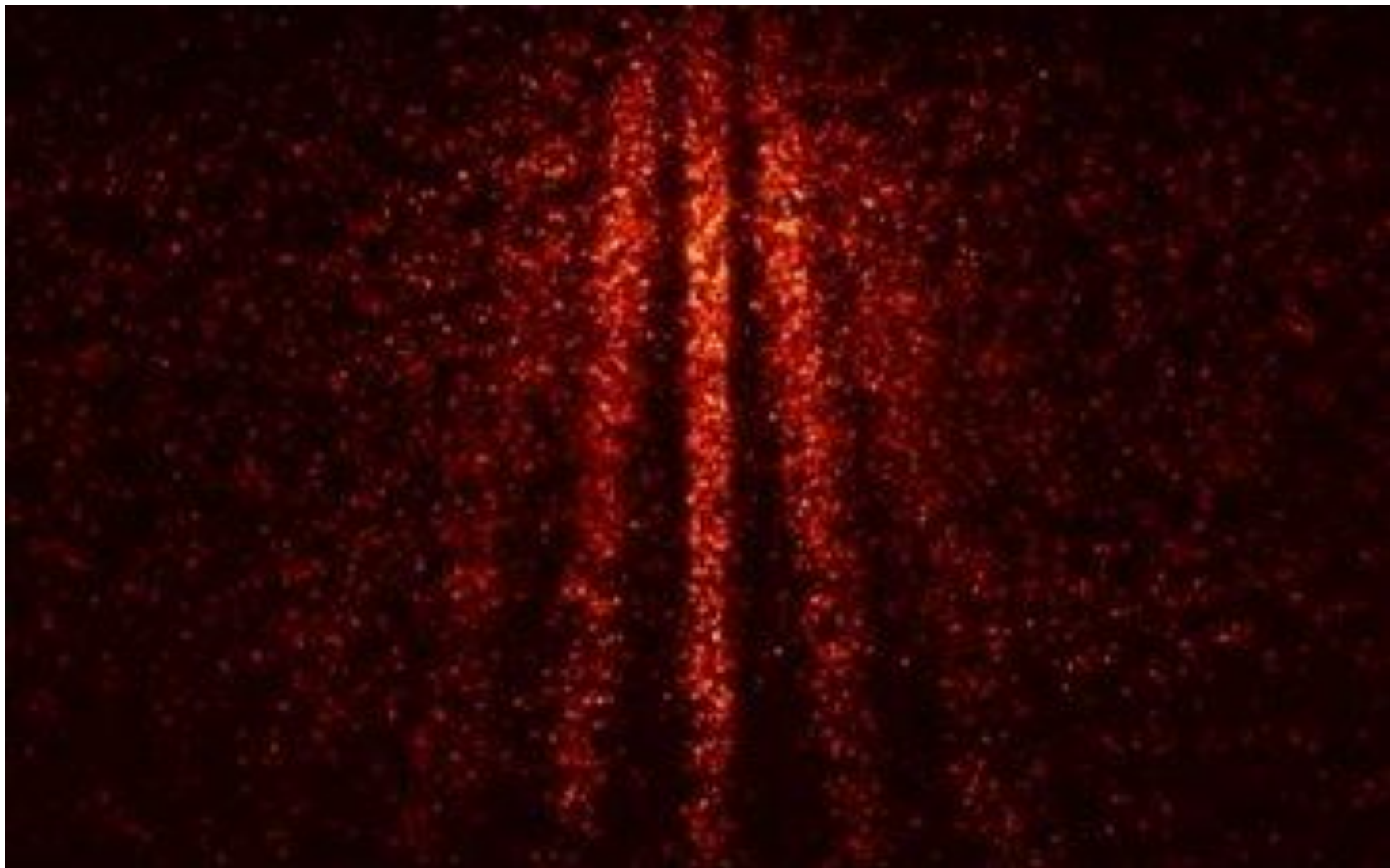
8 апреля 1982 г.

Даниэль Шехтман



Поворотная симметрия 5 порядка (C_5)

Квазикристаллы



Дифракция пучка молекул фталоцианина ($M = 540$) на двух щелях (ширина 10 нм)

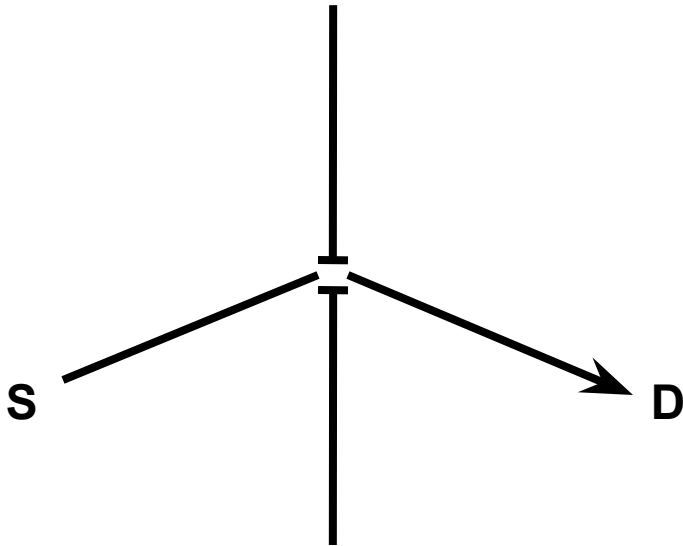


Цвет ягод *Pollia condensata* обусловлен исключительно интерференцией света

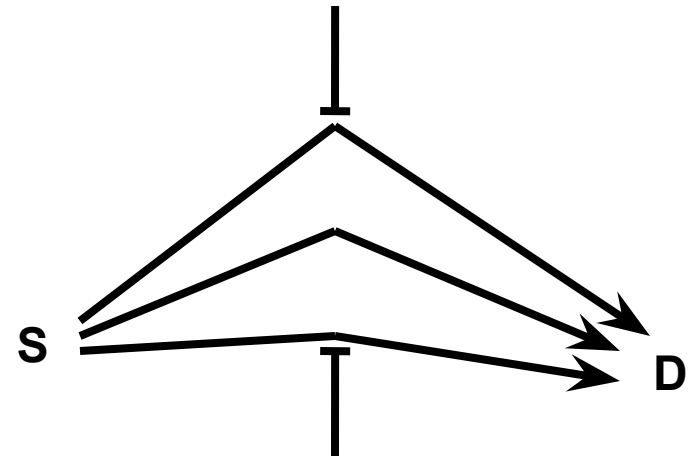
СИСТЕМЫ

МИКРО-

МАКРО-

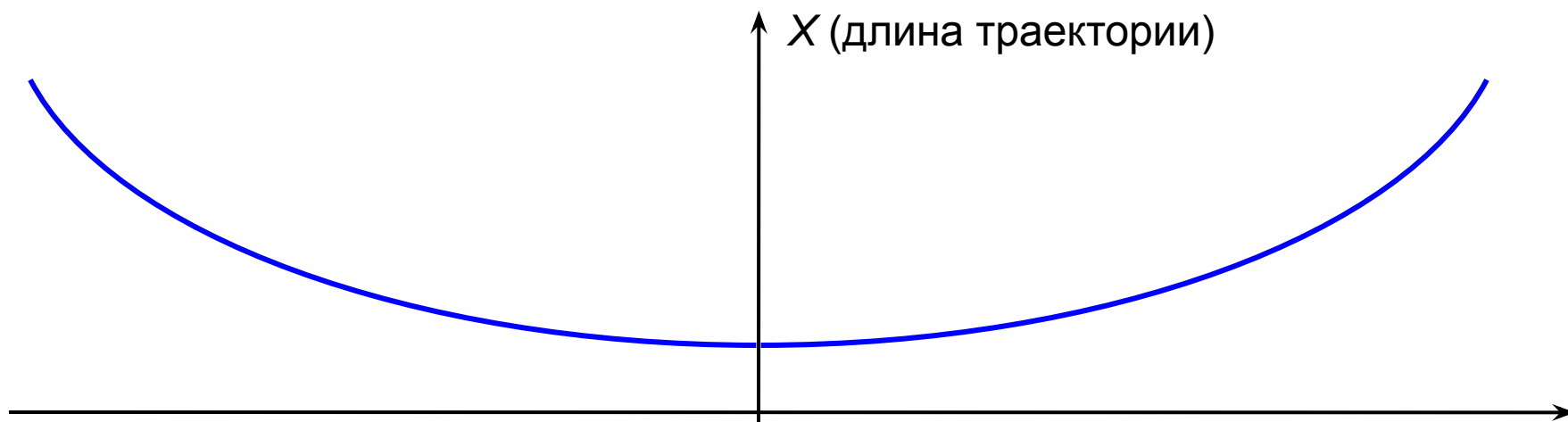
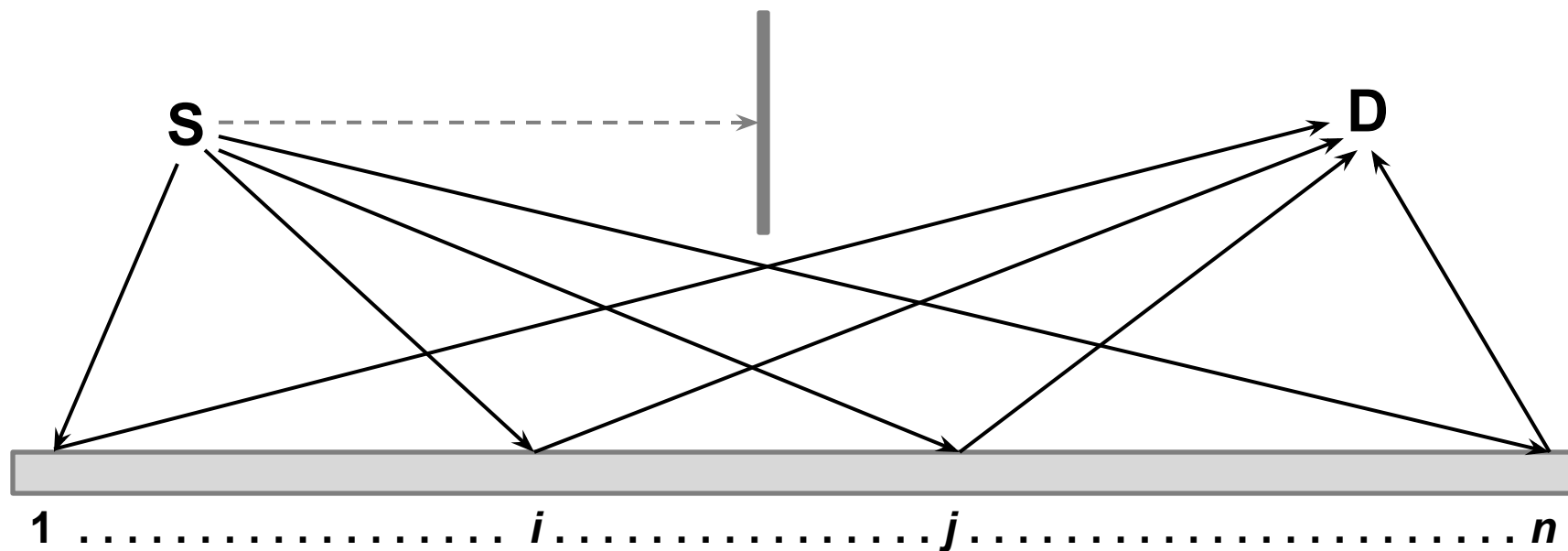


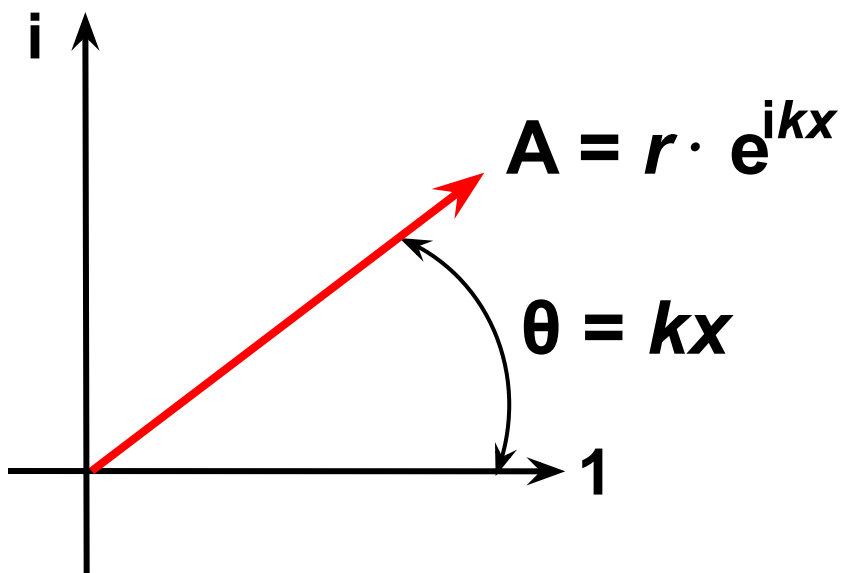
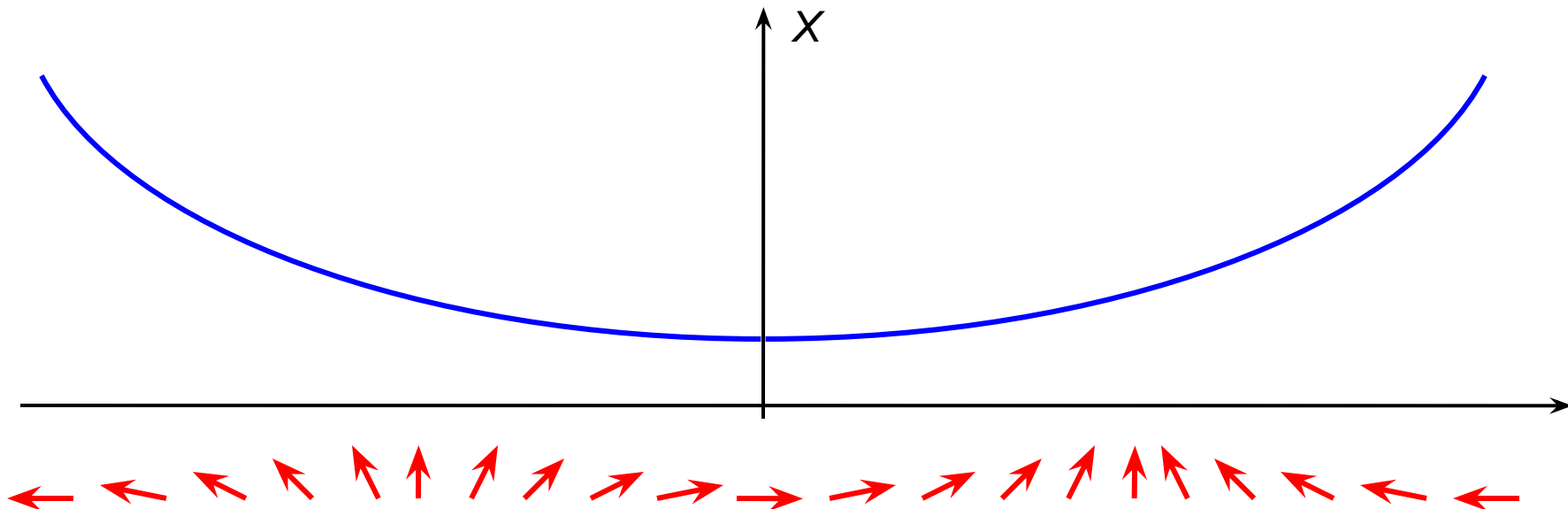
Одна или несколько траекторий, практически не отличающихся друг от друга



Бесконечно много траекторий, в том числе и сильно отличающихся друг от друга

Отражение света от зеркала

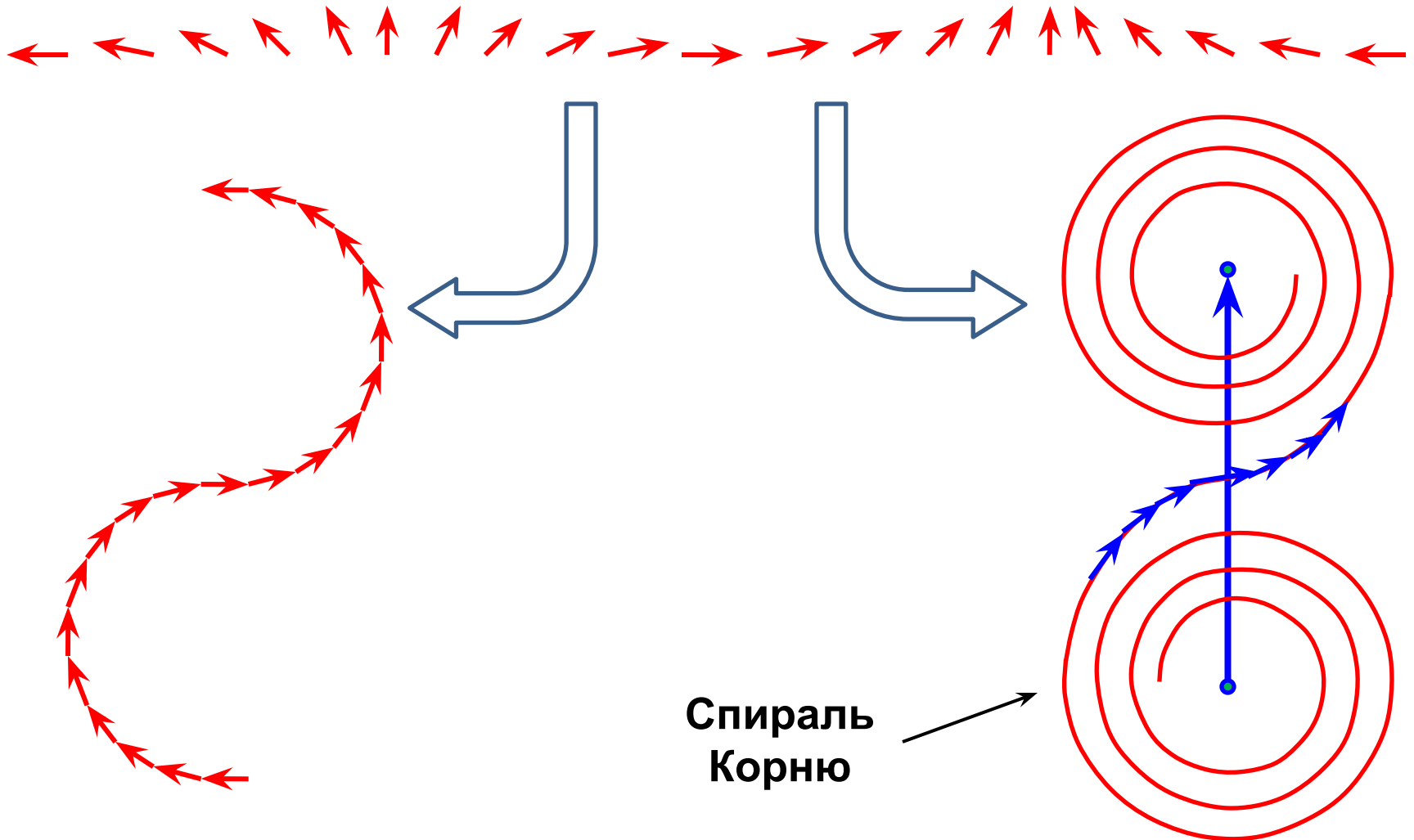


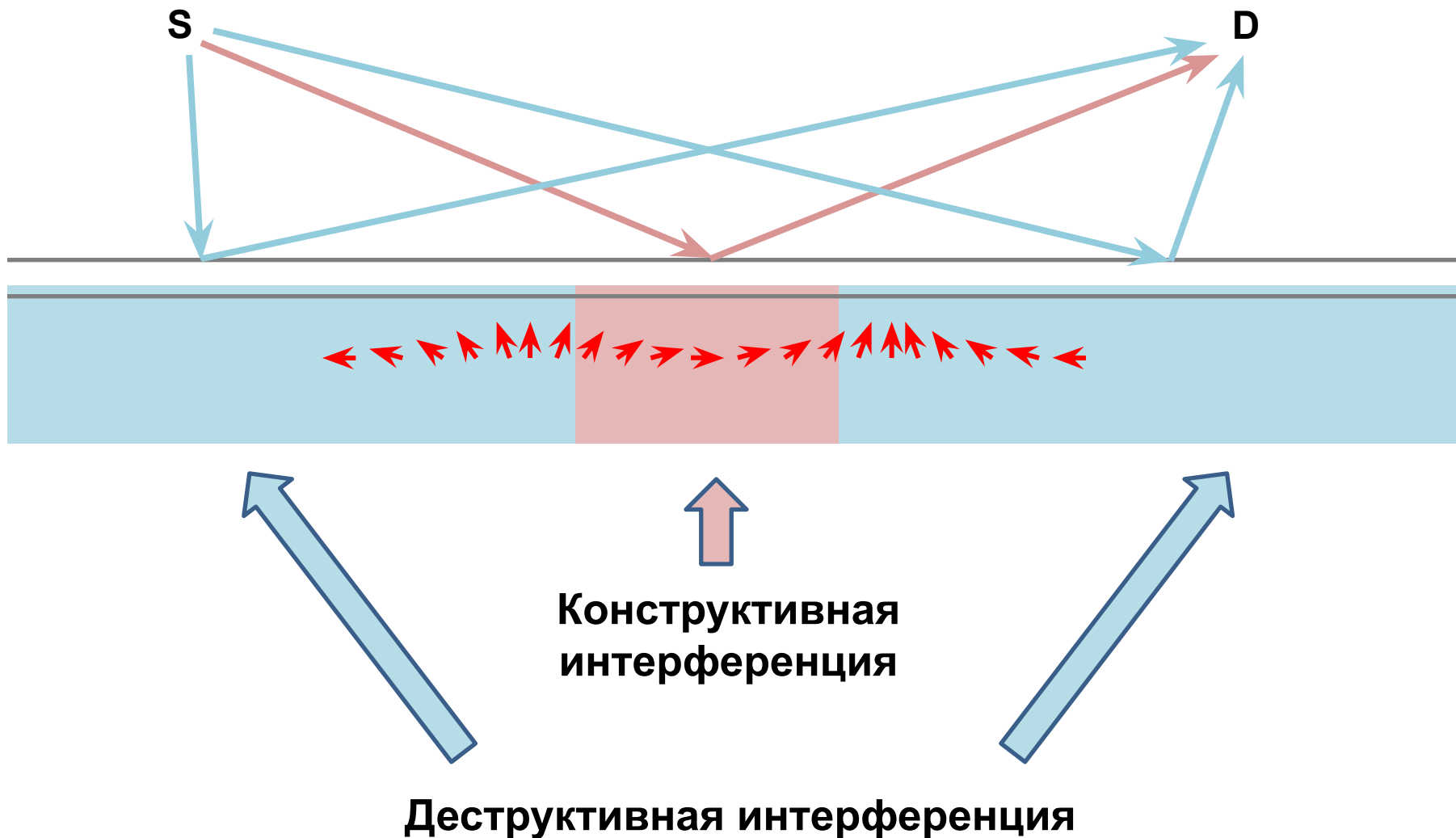


Ориентация вектора-амплитуды при переходе от одной траектории к другой изменяется закономерно

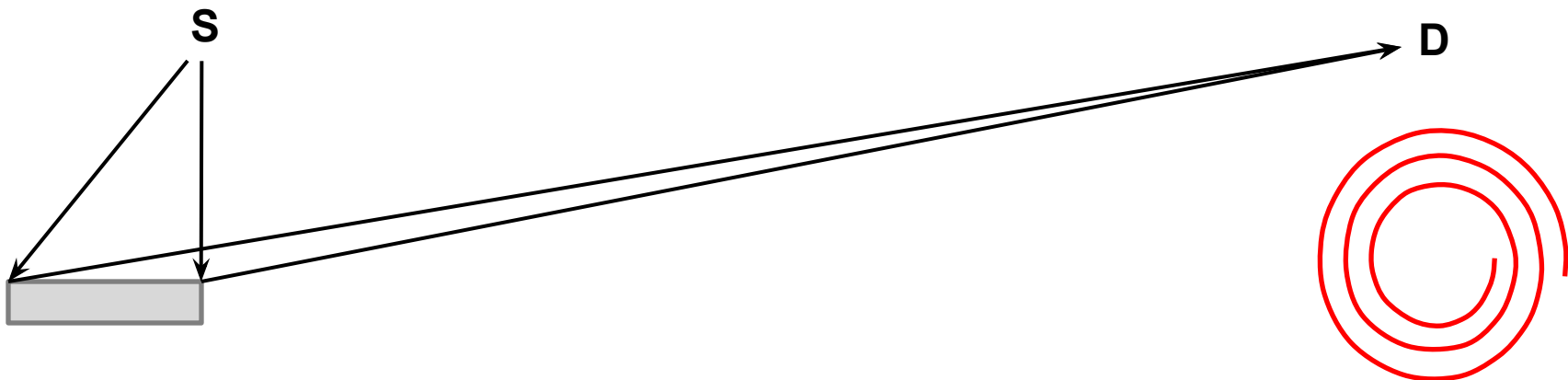
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \dots + \mathbf{A}_i + \dots + \mathbf{A}_j + \dots + \mathbf{A}_n$$

Векторное сложение





**Принцип Ферма: Свет распространяется по кратчайшему пути
(и по ближайшим к нему)**



$$A = \sum A_i = 0 \quad (\text{деструктивная интерференция})$$



$$A = \sum A_i > 0 \quad (\text{конструктивная интерференция})$$

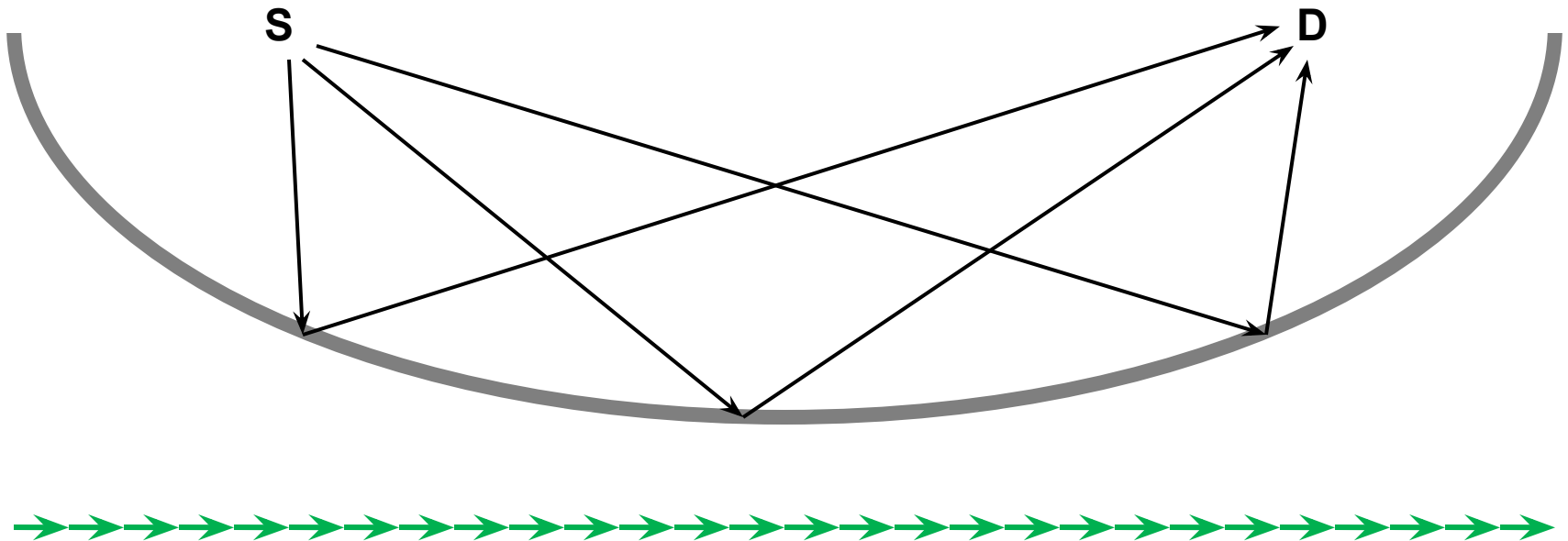


Дифракционная решетка

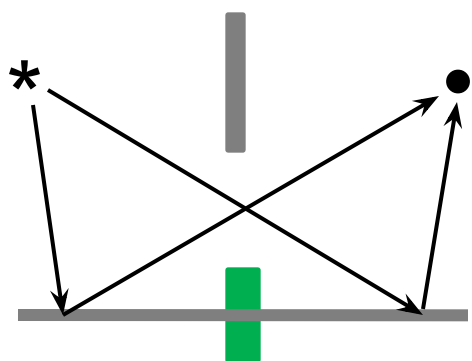
(не подчиняется принципу Ферма — отражает свет под «неправильными» углами)

Отражение света от криволинейных поверхностей

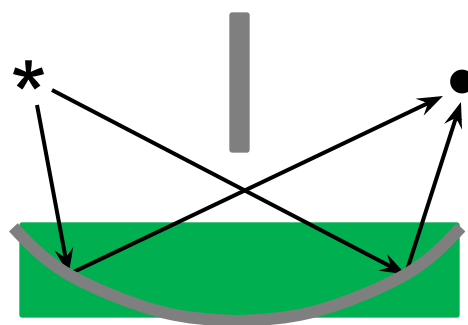
Эллипсоид вращения — длины всех траекторий одинаковы



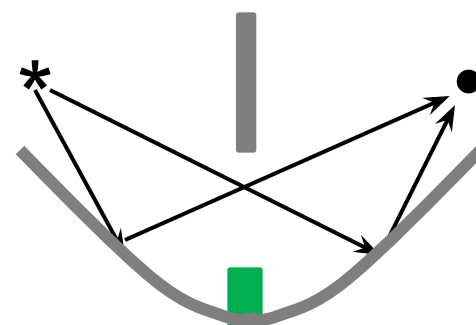
$$A = \sum A_i = 1$$



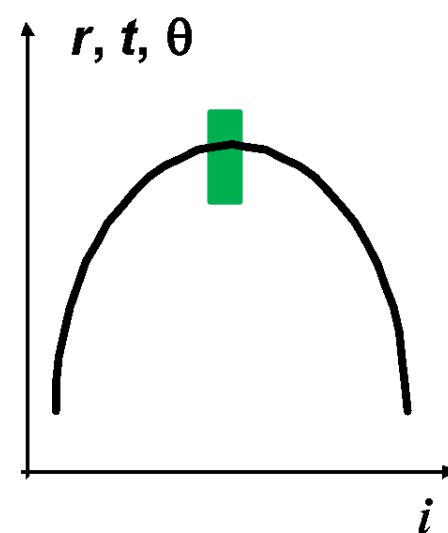
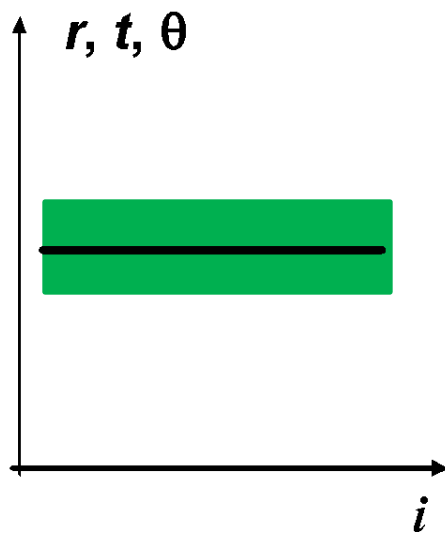
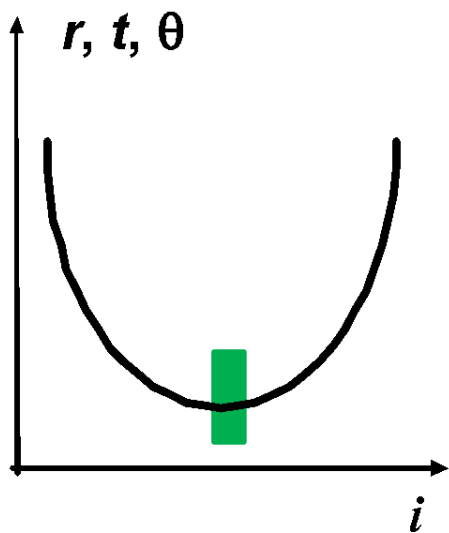
плоскость



эллипсоид



гиперболоид



Области конструктивной интерференции

ВЫВОД

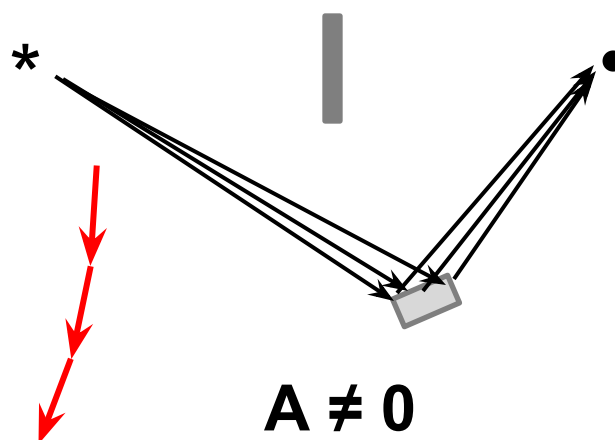
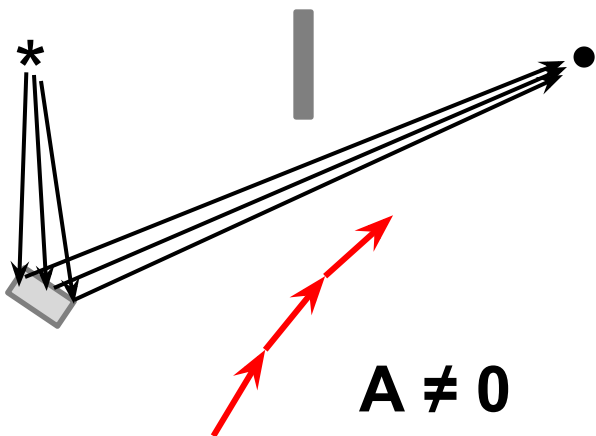
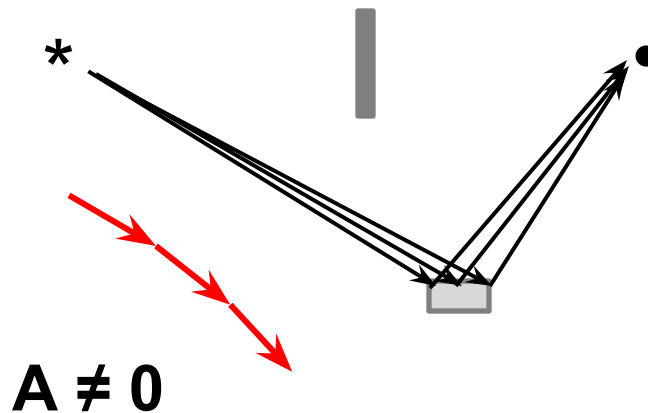
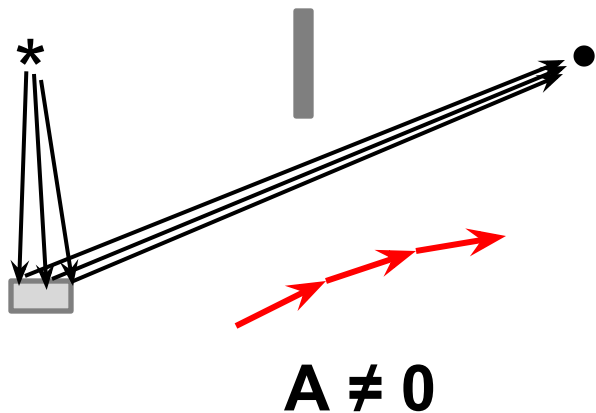
Если объект имеет макроскопические размеры, то число возможных траекторий чрезвычайно велико.

При этом практически все амплитуды интерферируют деструктивно, за исключением тех, которым соответствует **ЭКСТРЕМУМ ФАЗЫ** (длины, времени прохождения).

При вычислении вероятностей в макроскопических системах можно отказаться от рассмотрения всех траекторий и учитывать только одну из них — именно ту, которой соответствует экстремум фазы

Однотраекторная механика и лучевая оптика (классическая физика)

Отражение от микроскопического зеркала



Отражение от микроскопического зеркала

Микроскопическое зеркало отражает во все стороны, независимо от его положения и ориентации относительно источника и детектора (рассеивание света — облака, дым, снег и т.д.)

Для правильного вычисления вероятностей в микроскопической системе, нельзя пренебрегать ни одной траекторией, поэтому упрощенный классический вариант механики для таких случаев оказывается непригодным.

МИКРОМЕХАНИКА — КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Размер системы, L

**МАКРО-
СИСТЕМЫ**



ЛУЧЕВАЯ оптика
(однотраекторное
приближение)

$L = \lambda$

**МИКРО-
СИСТЕМЫ**



ВОЛНОВАЯ оптика
(точное описание)

(λ — «длина волны» света)

**Граница между «макро-» и «микро-»
подвижна (зависит от длины волны)**

Область спектра	λ, м	ν, Гц
Гамма-	$< 10^{-12}$	$> 10^{20}$
Рентген-	$10^{-12} - 10^{-7}$	$10^{16} - 10^{20}$
УФ-, видимая	$10^{-7} - 10^{-6}$	$10^{15} - 10^{16}$
ИК-	$10^{-6} - 10^{-5}$	$10^{14} - 10^{15}$
МКВ-	$10^{-5} - 10^{-3}$	$10^{12} - 10^{14}$
Радио-	0,3 – 3000	$10^5 - 10^9$

Оптико-механическая аналогия

У. Гамильтон (1836 г.)

Лучевая
оптика



Классическая
механика

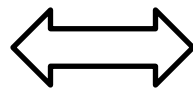
Принцип
Ферма



Принцип
наименьшего
действия

ФАЗА

$$\theta = \omega t = kx$$



ДЕЙСТВИЕ

$$S = Et = px = \\ = \square \omega t = \square kx$$

$$S = \square \theta$$

$$\square k$$

$$E = \square \omega$$

$$p =$$

размер

Гипотеза Луи де Бройля

размер

Однотраекторное приближение, пригодное только для макро-систем

**Лучевая
оптика**

Однотраекторное приближение, пригодное только для макро-систем

**Классическая
механика**



--- $L = \lambda$ ---

--- $L = \lambda_B$ ---

**Волновая
оптика**

Универсальный метод решения оптических задач



**Волновая
механика**

Универсальный метод решения механических задач

ОПТИКА $\lambda = 2\pi \cdot c / \omega = 2\pi / k$

«Видимый свет» $\lambda \sim 5 \cdot 10^{-7}$ м — классическая (лучевая) оптика

«Радиоволны» $\lambda \sim 10^3$ м — квантовая (волновая) оптика

МЕХАНИКА

$$\lambda_B = 2\pi / k = 2\pi \hbar / p = h / p = h / mv$$

«Пуля» — классическое поведение

$$\lambda_B = h / mv \approx 6 \cdot 10^{-34} / (10^{-2} \cdot 10^3) = 6 \cdot 10^{-33}$$

М В кинескопе — классическое поведение

«Электрон»

В атоме — квантовое (волновое) поведение

$$\lambda_B = h / mv \approx 6 \cdot 10^{-34} / (10^{-31} \cdot 10^7) = 6 \cdot 10^{-10}$$

М

Выводы

1. Правильное решение любой механической задачи достигается применением **амплитудной методики**:
 - а) построение траекторного механизма,
 - б) вычисление локальных амплитуд,
 - в) вычисление глобальной амплитуды,
 - г) вычисление вероятности события.
2. В макросистемах, когда траекторий чрезвычайно много, почти все амплитуды интерферируют деструктивно. Поэтому можно использовать **приближенные (однотраекторные) методы**, типа принципа Ферма (лучевая оптика) или принципа наименьшего действия (классическая механика).

3. В макросистемах есть выделенные (экстремальные по фазе) траектории, и, следовательно, на вопрос:

ПО КАКОЙ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕТСЯ ЧАСТИЦА?

всегда можно дать однозначный ответ.

Законы классической механики (уравнения Ньютона, Лагранжа, Гамильтона) предназначены именно для нахождения таких траекторий.

4. В микросистемах нет выделенных (экстремальных по фазе) траекторий, и, следовательно, на «классический» вопрос:

ПО КАКОЙ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕТСЯ ЭЛЕКТРОН В АТОМЕ ИЛИ МОЛЕКУЛЕ?

невозможно дать однозначный «классический» ответ.

Электрон в такой ситуации выглядит как сложный объект («ВОЛНА», «ОБЛАКО»), который движется одновременно по всем альтернативным траекториям, которые в принципе могут реализоваться.