Лекция №13

Тема: Минимизация переключательных функций.

Содержание:

1. Индекс (коэффициент) простоты.
2. Минимальные ДНФ и КНФ.
3. Алгебраический метод минимизации.
4. Аналитический метод минимизации.
5. Минимизация с помощью карт специального вида – карты Карно-Вейча (идеология метода).
6. Карты Карно-Вейча для 2^x, 3^x, 4^x переменных.
7. Карты Карно-Вейча для большего числа переменных.

Индекс (коэффициент) простоты.

При построении схем необходимо для произвольной функции алгебры логики $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ построить ее минимальную ДНФ или КНФ? Эта задача называется проблемой минимизации булевых функций. Наиболее простым является просмотр всех возможных ДНФ и КНФ функции. Но им нельзя воспользоваться практически уже с n=3, в то время как для n=1 и n=2 проблема тривиальна.

Поэтому вначале получают конкретную функцию алгебры логики, определенную, для всевозможных наборов значений аргументов После этого полученная функция представляется в любой из двух совершенных нормальных форм Затем осуществляется ряд упрощений, достигаемых путем различных тождественных преобразований, с целью получения формулы, эквивалентной исходной, но реализуемой проще.

При оценке сложности принимают коэффициент простоты.

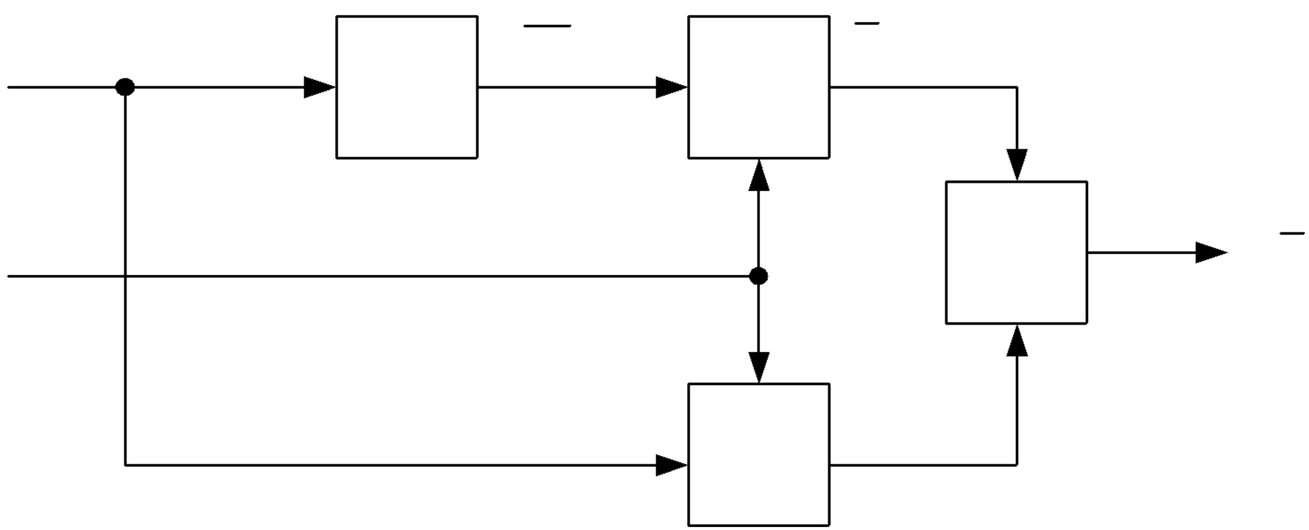
Наиболее часто встречаются следующие виды коэффициентов простоты:

1. Число символов переменных в записи ДНФ.
2. Число элементарных конъюнкций в функции.
3. Число символов инверсий в записи ДНФ.

Минимальные ДНФ и КНФ.

Совершенные ДНФ и КНФ используются для первоначального представления заданной ПФ. Однако, эти формы неудобны для описания и построения логических схем, т.к. схемы, реализующие эти формы, часто оказываются сложными, т.е. содержат элементы, которые можно исключить при синтезе схем.

Функция $f_{11}(x,y) = \underbrace{\bar{x}y \vee yx}_{\text{СДНФ}} = y$, исходя из СДНФ, реализуются на 4-х элементах (НЕ, И, ИЛИ, И):



Данная функция после преобразования записывается, как f11x,y=y при построении реализуется отрезком проводника:

y f(x,y)=y

Упрощение выражения для ПФ называется минимизацией ПФ.
ДНФ (КНФ) функции называется минимальной, если количество переменных, которые она содержит, будет не больше, чем у любой другой ДНФ (КНФ) той же функции.

Алгебраический метод минимизации.

Аналитический метод минимизации

Аналитически минимальные формы получают в такой последовательности:

1. Функция должна быть представлена в одной из двух совершенных форм (СДНФ или СКНФ).
2. Находят сокращённую ДНФ (КНФ) – любая функция имеет одну такую форму.
3. Находят возможные тупиковые ДНФ (КНФ).
4. Из полученных тупиковых форм выбирают минимальные ДНФ (КНФ).

Карты Карно-Вейча (идеология метода)

Для двух термов.

Находятся термы, отличающиеся только одним символом, который в один из термов вводит с отрицанием, а в другой без и дальше производят упрощения согласно тождествам

$$Ax \vee A\bar{x} = A(x + \bar{x}) = A.$$

Можно склеивать и четыре терма

$$A(\overline{x_1}\,\overline{x_2} + \overline{x_1}x_2 + x_1\overline{x_2} + x_1 x_2) = A,$$

а также любое число 2^k термов, отличающихся друг от друга только k символами, входящими в эти термы. Диаграммы Карно-Вейча представляют собой развёртки кубов на плоскости.

Имеется опыт успешного применения диаграмм на 10 переменных и, по-видимому, это не предел.

Карты Карно-Вейча для 2^x, 3^x, 4^x переменных

Диаграммы Карно-Вейча для 2-х переменных

00_0	01_1	11_3	10_2
0	1	2	3

или

11_3 3	01_1 2
10_2 1	00_0 0

Диаграмма Карно-Вейча для 3-х переменных

000_0	001_1	011_3	010_2
100_4	101_5	111_7	110_6

Диаграмма Карно-Вейча для 4-х переменных

		$\bar{x}_1\bar{x}_2$	$\bar{x}_1 x_2$	$x_1 x_2$	$x_1\bar{x}_2$	
$\bar{x}_3$	$\bar{x}_4$	1 1	2	4	3 1	$\bar{x}_3\bar{x}_4$
	x_4	5 1	6	8 1	7 1	$\bar{x}_3 x_4$
x_3	x_4	13 1	14 1	16 1	15	$x_3 x_4$
	$\bar{x}_4$	9	10	12	11	
						$x_3\bar{x}_4$

Краткое содержание лекции

1. Минимизация переключательных функций позволяет получать более экономичные схемы, т.е. – это оптимизация структуры.
2. Наиболее оптимальным методом минимизации является метод Карно-Вейча.