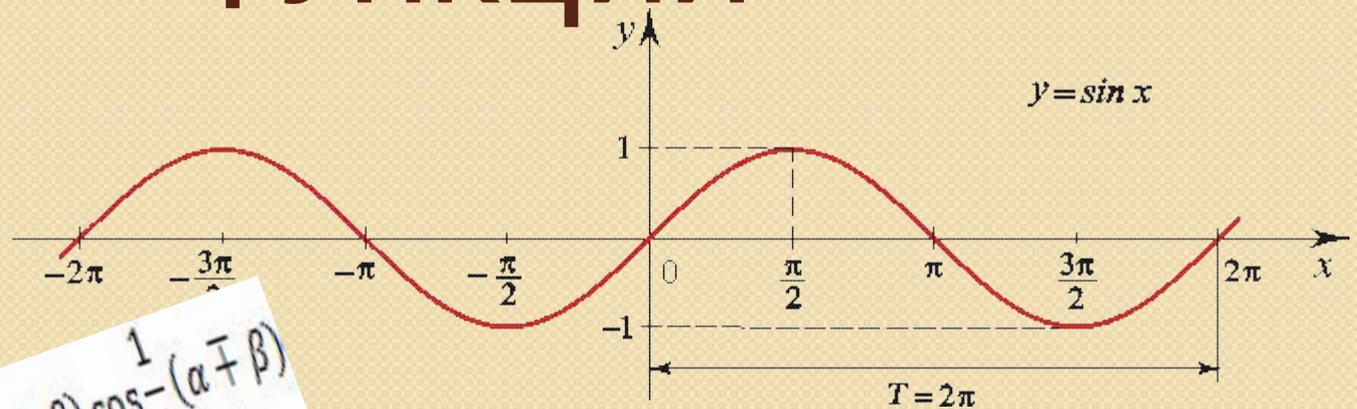


28.10.2008

# ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ И ИХ СЛЕДСТВИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ



$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

Учитель Головина Н.Н.

## Цели урока:

- отработать навыки использования тригонометрических формул сложения, двойного аргумента и преобразования суммы в произведение;
- рассмотреть построение графиков функций, полученные путем сжатия, растяжения и перемещения исходных графиков тригонометрических функций;
- сформировать умение применять формулы сложения и их свойства, а также свойства функций при решении заданий различной степени сложности;



# I. Актуализация знаний:

1.  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \boxed{\phantom{000}} \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$

2.  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta) \boxed{\phantom{000}}$

3.  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \boxed{\phantom{000}} = 1$

4.  $\operatorname{tg} \alpha + \boxed{\phantom{000}} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$

# I. Актуализация знаний:

$$1. 1 + \boxed{\phantom{000}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$2. \sin 2\alpha = 2 \boxed{\phantom{000}} \cdot \cos \alpha$$

$$3. \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \boxed{\phantom{000}}$$

$$4. \boxed{\phantom{000}} = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

# I. Актуалізація знань:

1.  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha$

2.  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

3.  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\quad}$

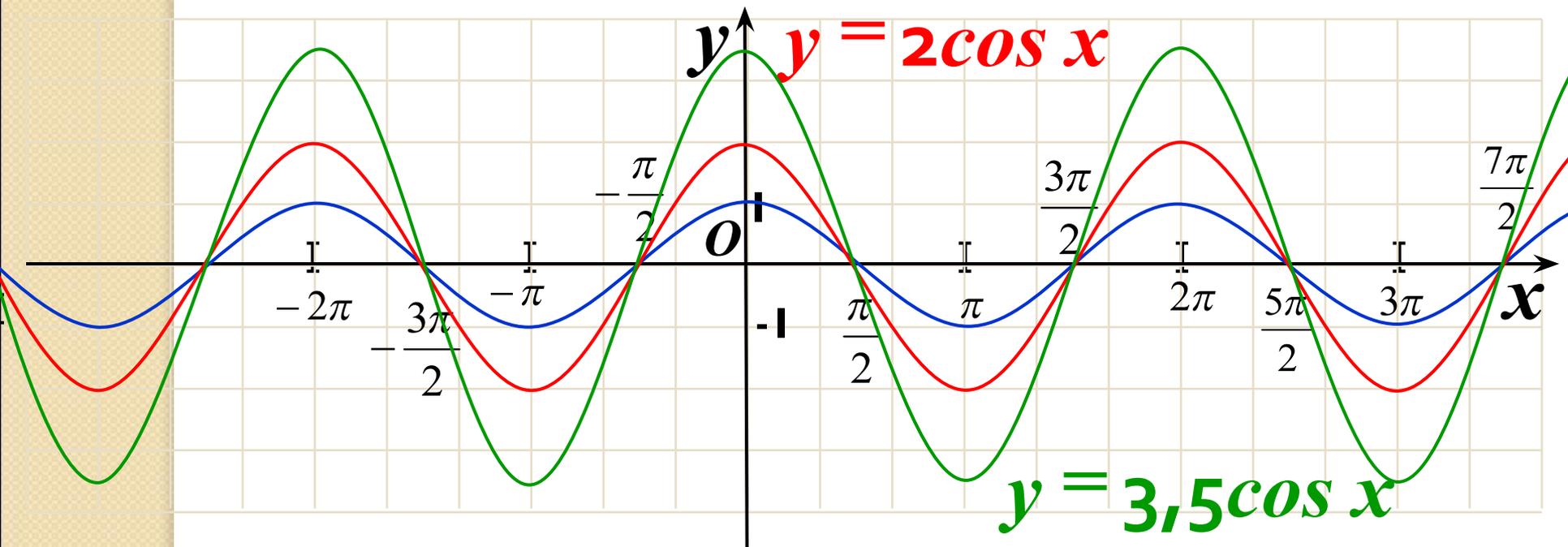
4.  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta +$

## II. Реализация целей урока:

- № 891(б) Докажите, что:  $\frac{\sin 2\alpha + \sin 6\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 6\alpha} = \operatorname{tg} 4\alpha$

## II. Реализация целей урока:

Вычислите: 
$$\frac{\sin(x - \frac{\pi}{2}) + \cos(x - \pi) + \sin(x + \frac{\pi}{2})}{\sin(\frac{\pi}{4} + x) - \cos(\frac{\pi}{4} + x)}$$



Оба графика получены из исходного графика  $y = \cos x$  путем растяжения их вдоль оси  $Oy$ , но первый - в 2 раза, а второй - в 3,5 раза.

Вывод: изменяется только область значений функции, а период, нули и область определения функции остаются прежними.

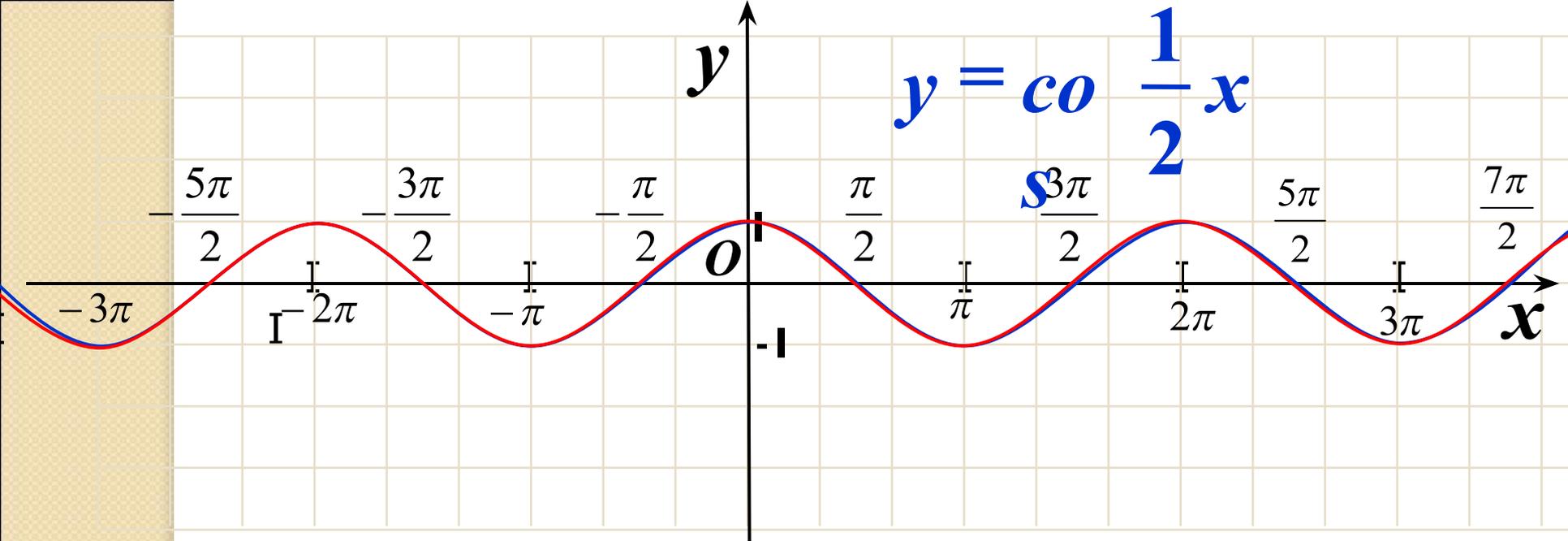


График получен из исходного графика путем растяжения его вдоль оси  $Ox$  в 2 раза. При этом увеличивается период функции, а область значений и область определения остаются прежними.

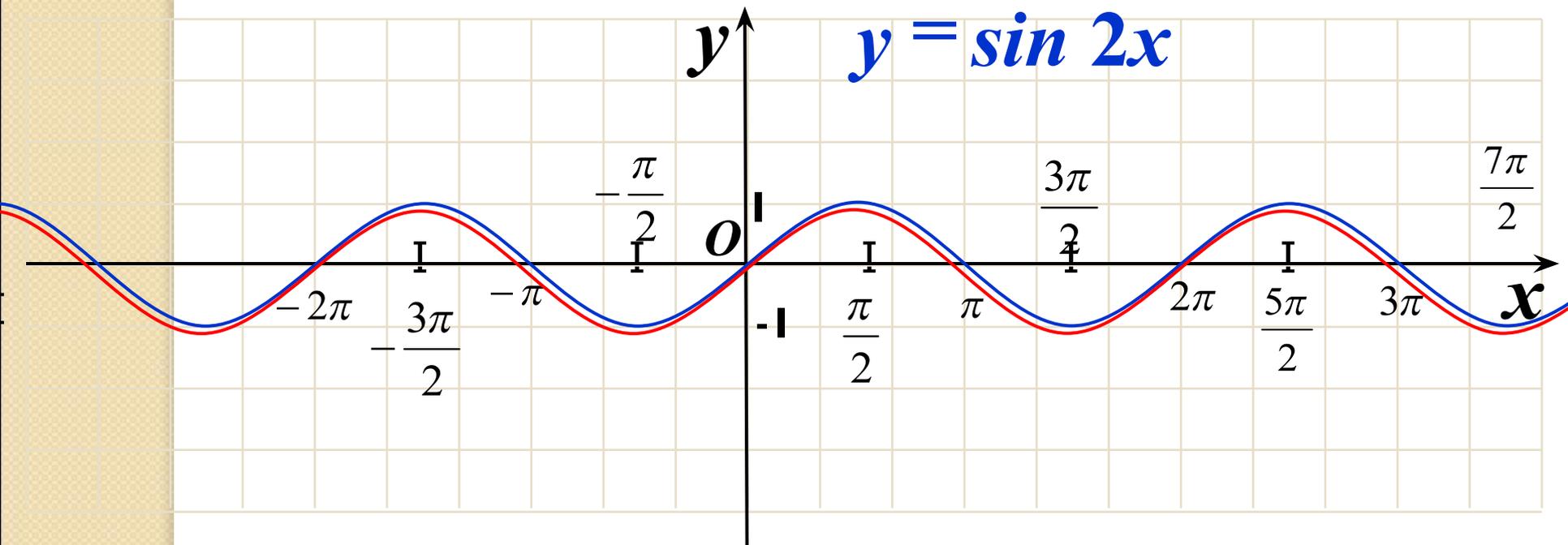


График получен из исходного графика  $y = \sin x$  путем сжатия его вдоль оси  $Ox$  в 2 раза. При этом период функции уменьшается в 2 раза.

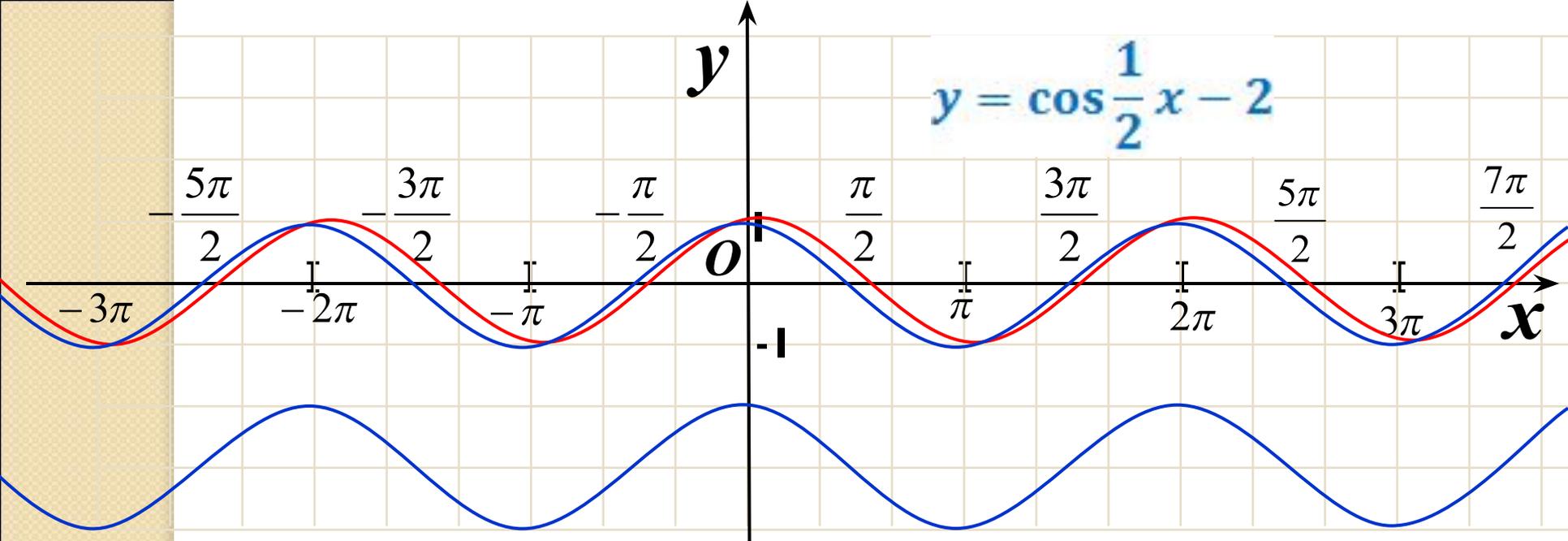
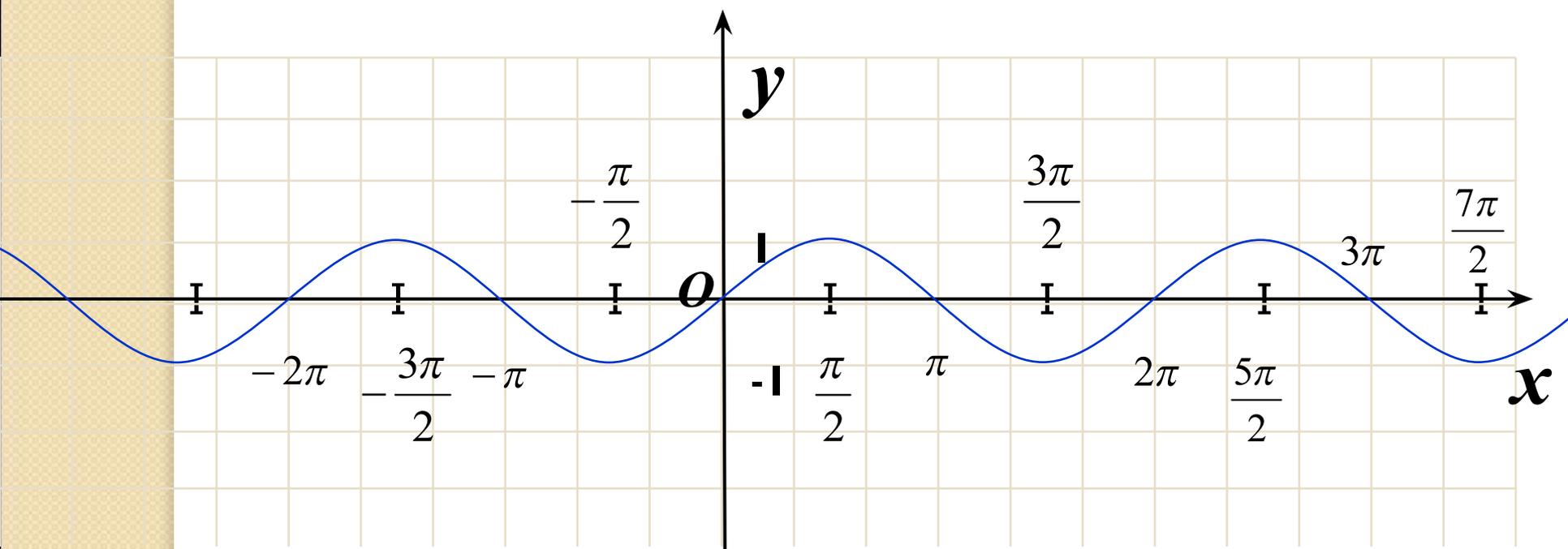


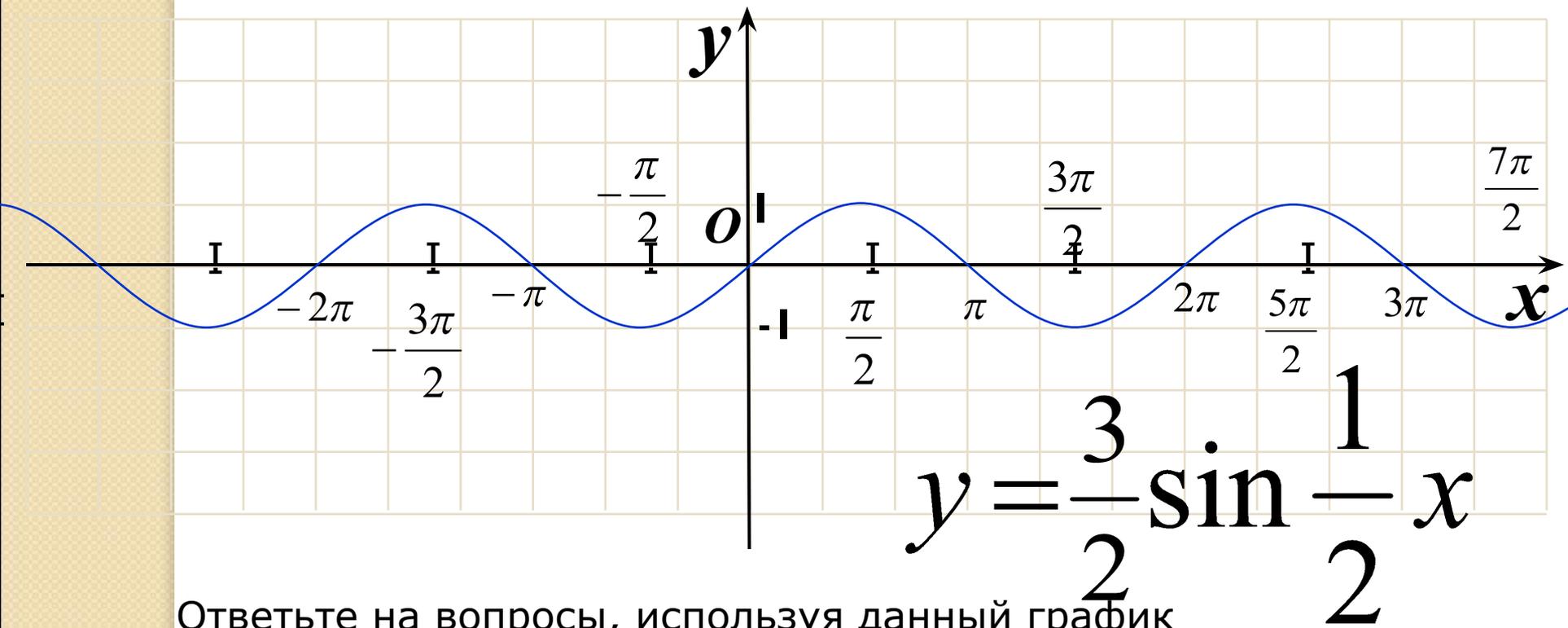
График получен из исходного графика  $y = \cos x$  путем растяжения его вдоль оси  $Ox$  в 2 раза и перемещения вниз на 2 единичных отрезка.

Вывод: увеличивается период функции, соответственно изменяются нули функции, а также меняется область значений при постоянной области определения функции.

Постройте график функции  $y = \frac{3}{2} \sin \frac{1}{2} x$ .

$$y = \frac{3}{2} \sin \frac{1}{2} x$$





Ответьте на вопросы, используя данный график

1 вариант

1. Какова область определения функции?
2. Укажите промежутки возрастания и убывания функции.

2 вариант

1. Какова область значений функции?

# Самостоятельное решение теста

## Вариант 1

При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

**A1.** Упростите выражение  $4\sin^2 \alpha - 3 + 4\cos^2 \alpha$

- 1) 1    2) 7    3)  $1+8 \sin^2 \alpha$     4)  $1+8 \cos^2 \alpha$

**A2.** Найдите значение выражения

$2 - \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos^2 x$ , если  $\sin x = 0,2$

- 1) 1,2    2) 1,96    3) 1,04    4) 1,6

**A3.** Упростите выражение

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\alpha - \sin 6\alpha + \sin 4\alpha \cdot \cos 2\alpha$

- 1)  $\sin 2\alpha - \sin 6\alpha$     2)  $-2\sin 6\alpha$     3) 0    4)  $\cos 2\alpha - \sin 6\alpha$

**A4.** Найдите значение выражения

$\sqrt{2} \cdot \sin 22,5^\circ \cdot \cos 22,5^\circ$

- 1) 1    2)  $\sqrt{2}$     3)  $\sqrt{2}/2$     4) 0,5

**A5.** Упростите выражение  $\sin(\alpha - \beta) + 2 \cos \alpha \cdot \sin \beta$

- 1)  $\cos(\alpha + \beta)$     2)  $\cos(\alpha - \beta)$     3)  $\sin(\alpha + \beta)$     4)  $\sin(\alpha - \beta)$

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**B1.** Упростите выражение

$\cos(\pi + 2\alpha) + \sin(\pi + 2\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\pi/2 + \alpha)$

**B2.** Упростите выражение

$2008 + \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos 2\alpha$

**B3.** Вычислите

$$\sqrt{3} \frac{\operatorname{tg} 4^\circ + \operatorname{tg} 26^\circ}{1 - \operatorname{tg} 4^\circ \cdot \operatorname{tg} 26^\circ} + 16 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$$

## Вариант 2

При выполнении заданий уровня А выберите номер правильного ответа.

**A1.** Упростите выражение  $3\sin^2 \beta + 10 + 3\cos^2 \beta$

- 1) 7    2) 10    3) 13    4) 16

**A2.** Найдите значение выражения

$4 + \operatorname{ctg}^2 x \cdot \sin^2 x$ , если  $\cos x = 0,2$

- 1) 1,2    2) 3,96    3) 4,04    4) 1,6

**A3.** Упростите выражение

$\sin 2\beta \cdot \cos \beta + \sin 3\beta + \sin \beta \cdot \cos 2\beta$

- 1)  $\sin \beta - \sin 3\beta$     2)  $2\sin 3\alpha$     3) 0    4)  $\cos 2\alpha + \sin 3\alpha$

**A4.** Найдите значение выражения

$\sqrt{3} (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ)$

- 1) 1,5    2)  $\sqrt{3}$     3)  $\sqrt{3}/2$     4) 0,5

**A5.** Упростите выражение  $\cos(\alpha + \beta) + 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$

- 1)  $\cos(\alpha + \beta)$     2)  $\cos(\alpha - \beta)$     3)  $\sin(\alpha + \beta)$     4)  $\sin(\alpha - \beta)$

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

**B1.** Упростите выражение

$\cos(\pi + 2\alpha) - \sin(\pi + 2\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\pi/2 + \alpha)$

**B2.** Упростите выражение

$85 + \sin^4 \alpha + \cos 2\alpha - \cos^4 \alpha$

**B3.** Вычислите

$$\sqrt{3} \frac{\operatorname{tg} 44^\circ - \operatorname{tg} 14^\circ}{1 + \operatorname{tg} 44^\circ \cdot \operatorname{tg} 14^\circ} + 12 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$$

# Ответы теста

Вариант 1

№ вопроса	Правильный ответ
A1	№1
A2	№2
A3	№3
A4	№1
A5	№3
B1	1
B2	2008
B3	5

Вариант 2

№ вопроса	Правильный ответ
A1	№3
A2	№3
A3	№2
A4	№1
A5	№2
B1	- 1
B2	85
B3	4

## Домашнее задание:

- Средний уровень:

1. Повторить п.п.34-36 (учебник Макарычева, 9 класс); п.2 (учебник Колмогорова, 10-11 класс)

2. Решить из учебника Макарычева № 949, № 957

- Повышенный уровень:

3. Докажите тождество:

$$\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \beta} - \frac{\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) \cdot \sin \beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta} = 1$$



МОУ «Бессоновская средняя  
общеобразовательная школа»,  
а также 10 «А» класс  
благодарит вас за внимание

**ДО НОВЫХ ВСТРЕЧ!**

