

# ПОВЕРХНОСТИ

# **Поверхность**

**– ЭТО СОВОКУПНОСТЬ ВСЕХ  
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ  
НЕКОТОРОЙ ПЕРЕМЕЩАЮЩЕЙСЯ В  
ПРОСТРАНСТВЕ ЛИНИИ**

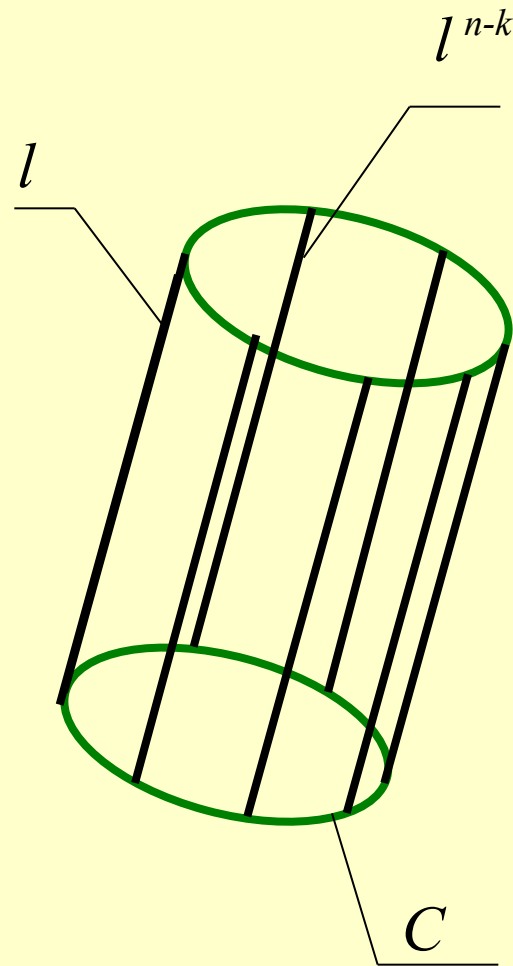
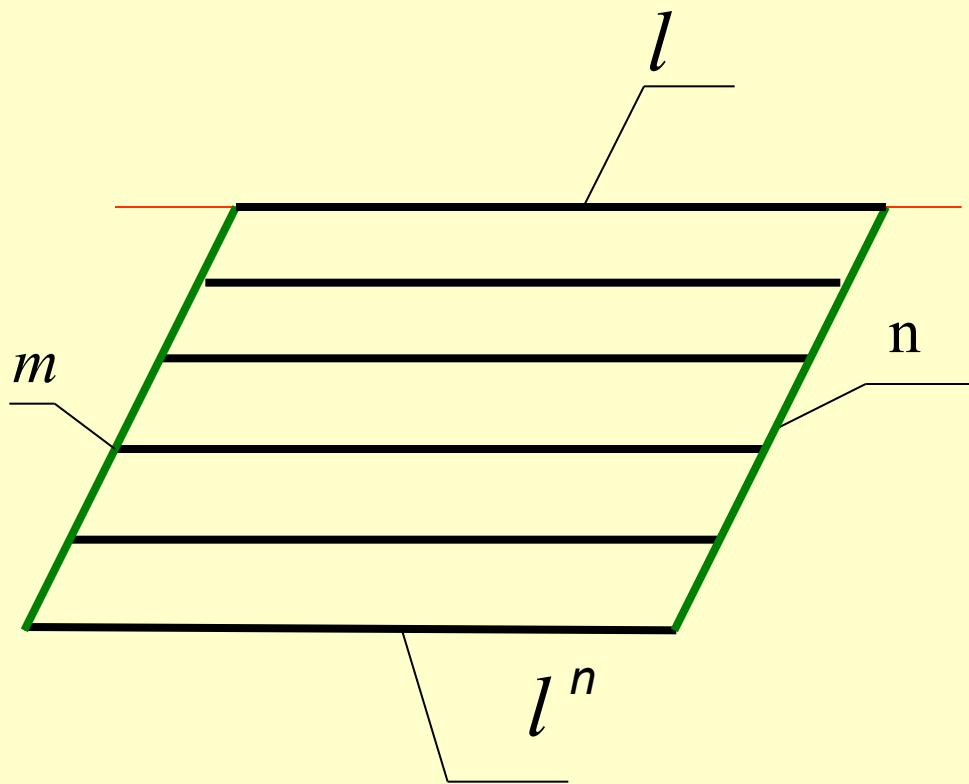
Способы образования и задания  
поверхностей.

Каркас поверхности.

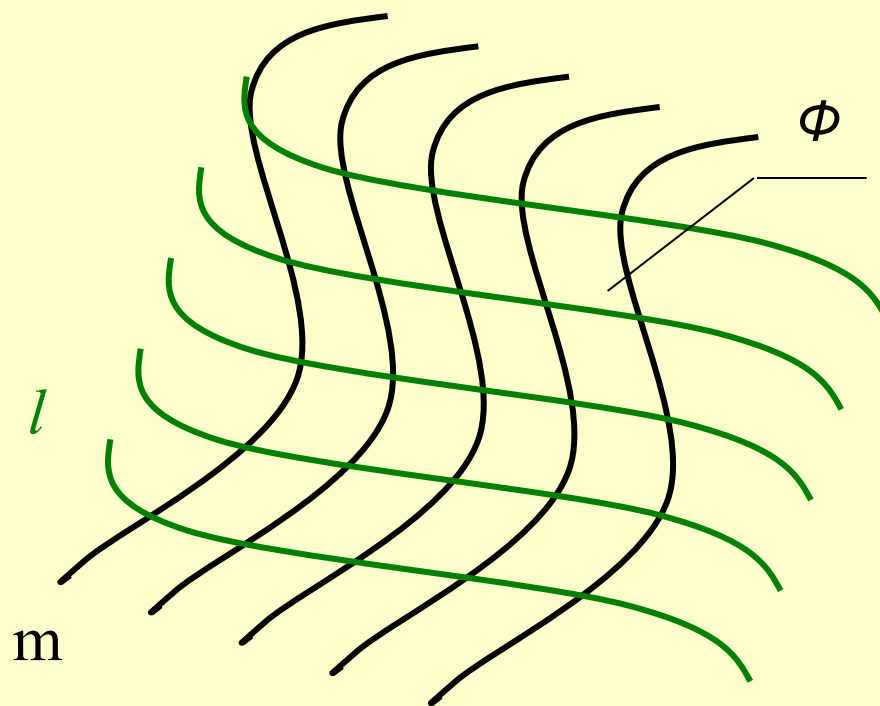
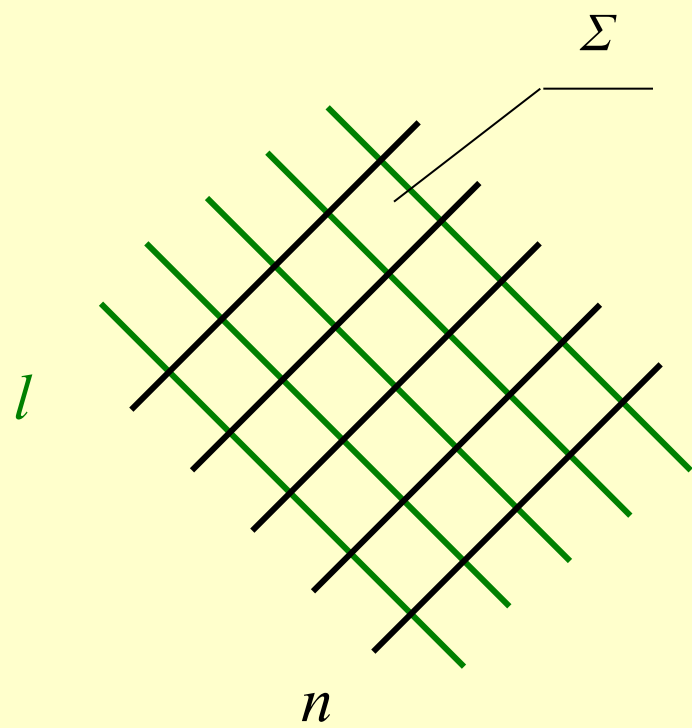
Определитель поверхности

Движущаяся в процессе образования  
поверхности линия называется  
**образующей**

Линия, по которой скользит образующая,  
называется **направляющей**

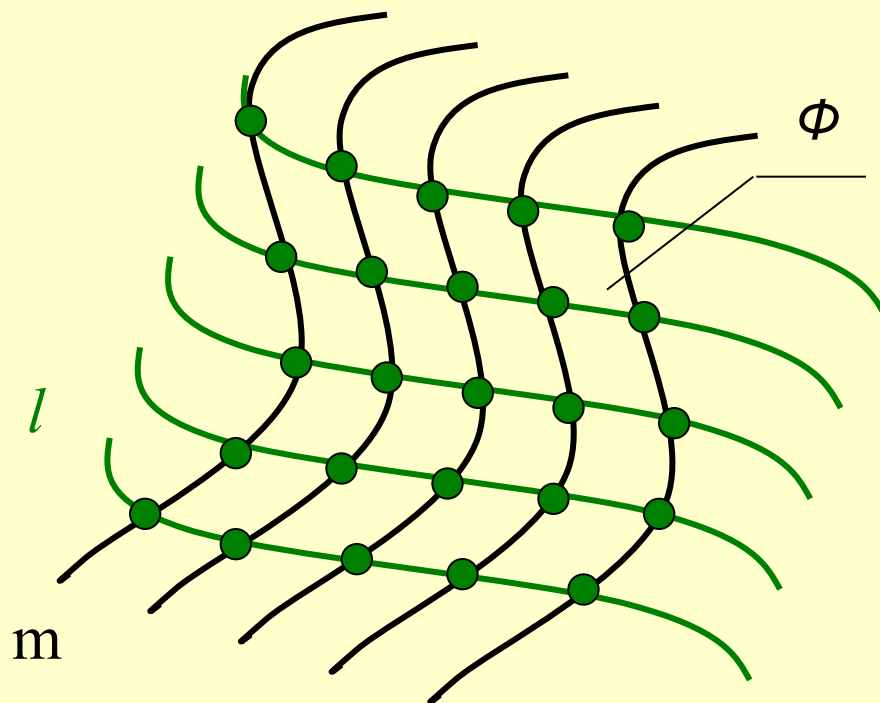


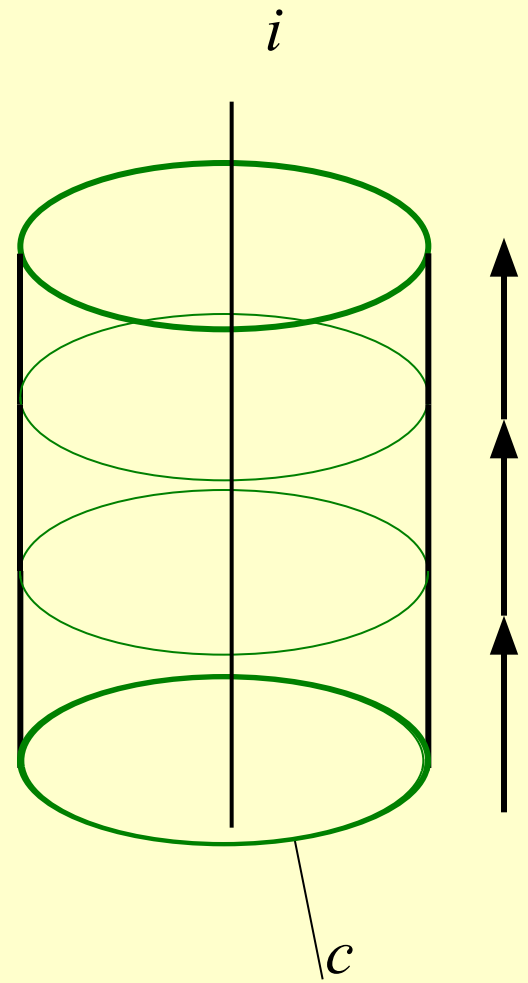
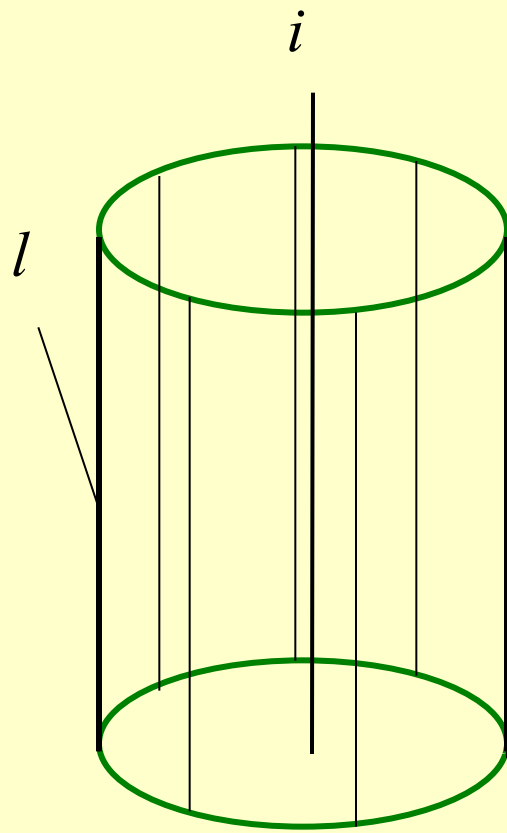
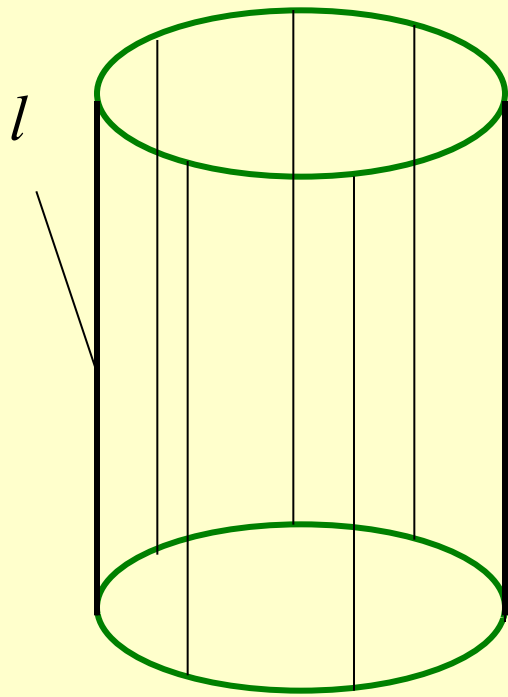
Совокупность намеченных на поверхности образующих и направляющих линий называется **линейным каркасом** поверхности



Совокупность точек на поверхности,  
выбранных таким образом, чтобы,  
ориентируясь по ним, можно достаточно  
полно представить форму поверхности,  
называется **точечным каркасом**  
поверхности





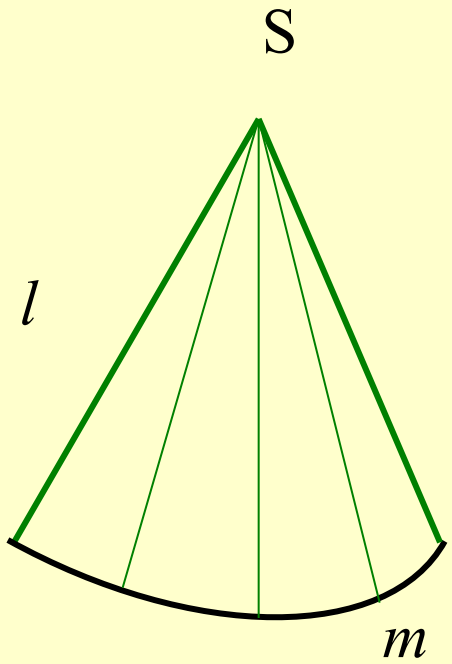


Совокупность независимых условий,  
однозначно задающих поверхность,

называется её  
**определителем**

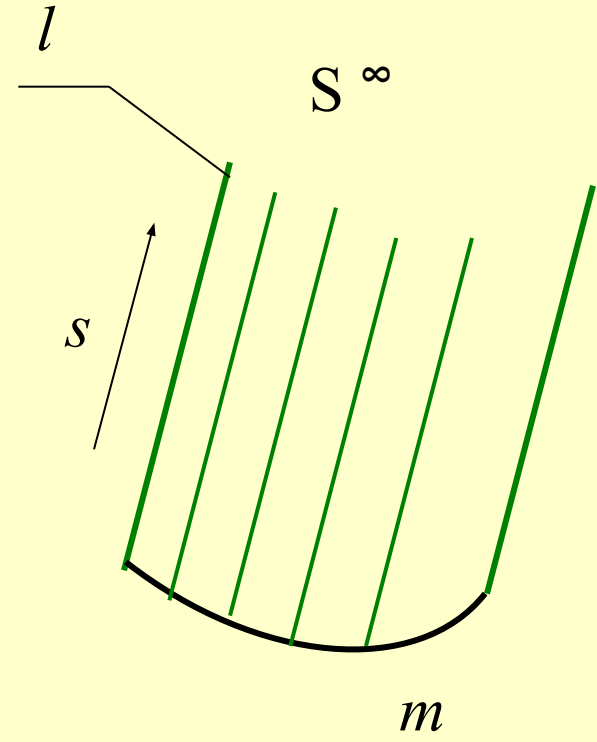
$$\Phi(l, i)[A]$$

a)



$$\Phi(l, m)[A]$$

b)

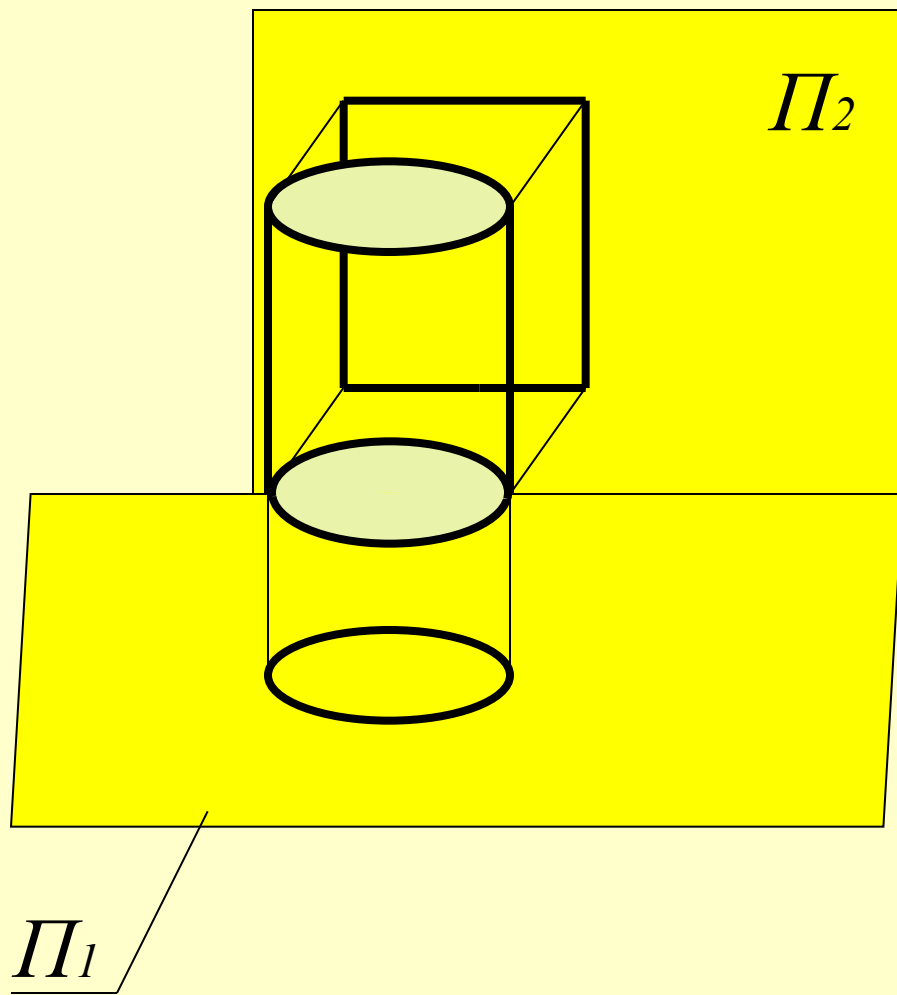


$$\Phi(l, m)[A]$$

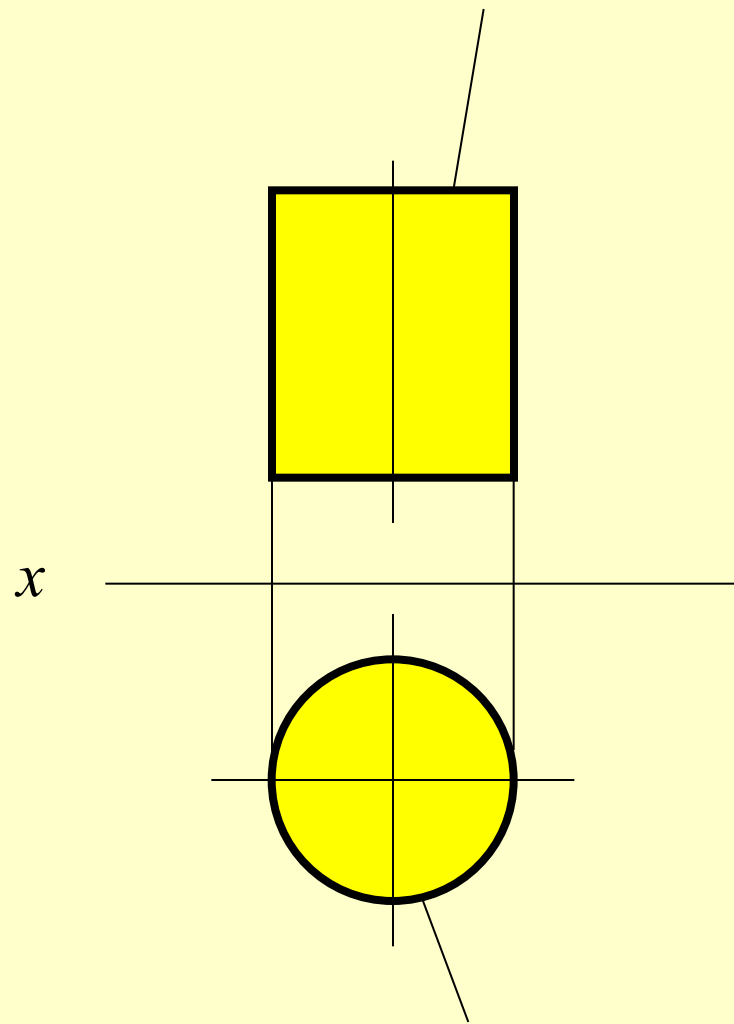
# Очерк поверхности

## **Очерк поверхности**

при ортогональном проецировании –  
это линия, ограничивающая проекцию  
поверхности на плоскостях проекций



Фронтальный очерк



Горизонтальный очерк

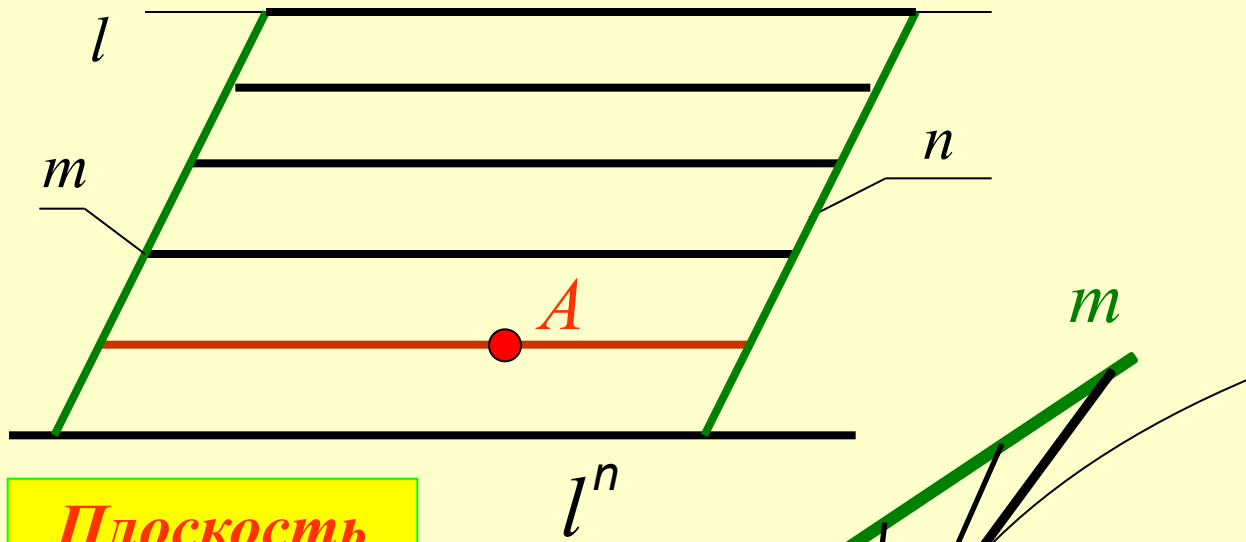
# Классификация поверхностей



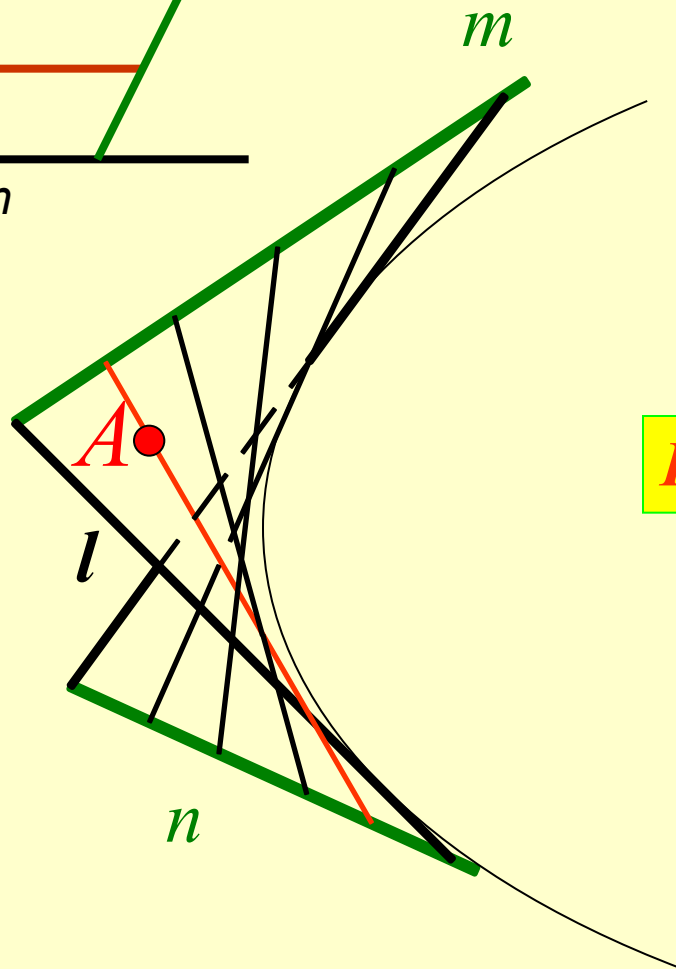
По виду образующей все поверхности можно  
разделить на  
линейчатые  
и  
нелинейчатые

У линейчатых поверхностей образующей  
является прямая линия,  
у нелинейчатых – кривая линия

# Линейчатые поверхности

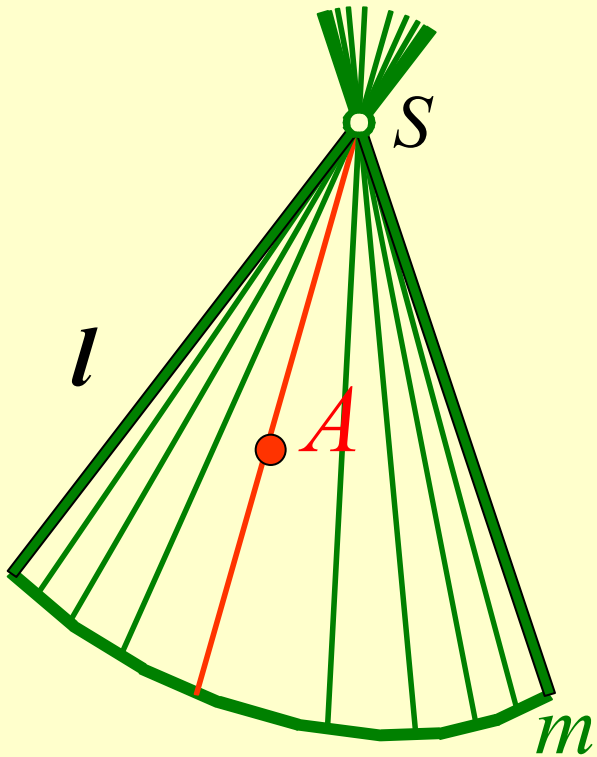


**Плоскость**

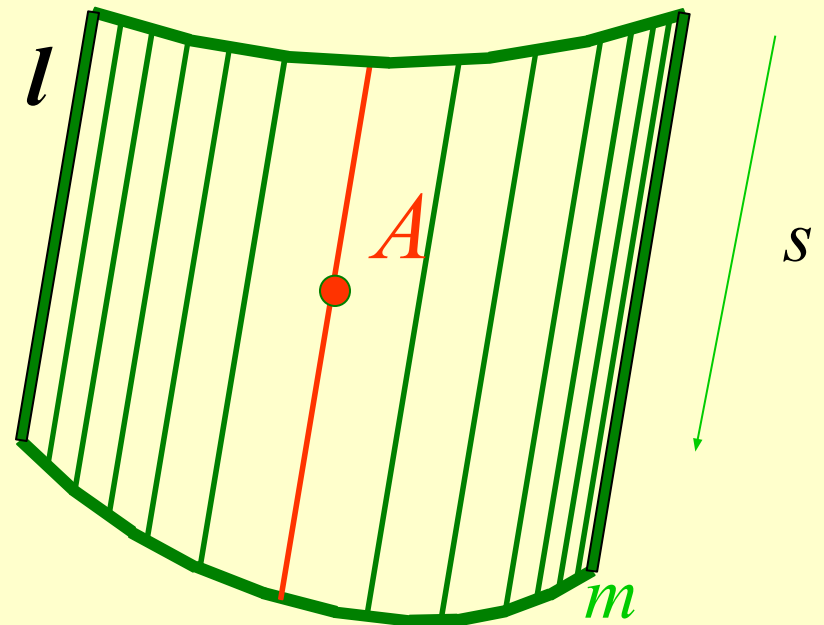


**Косая плоскость**

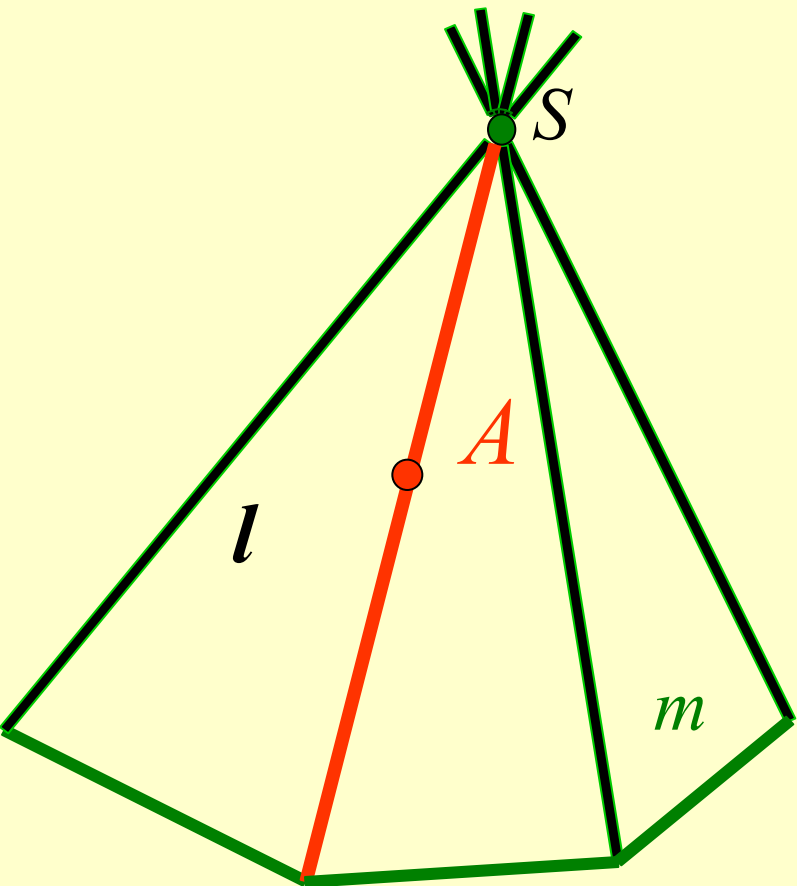
# Коническая поверхность



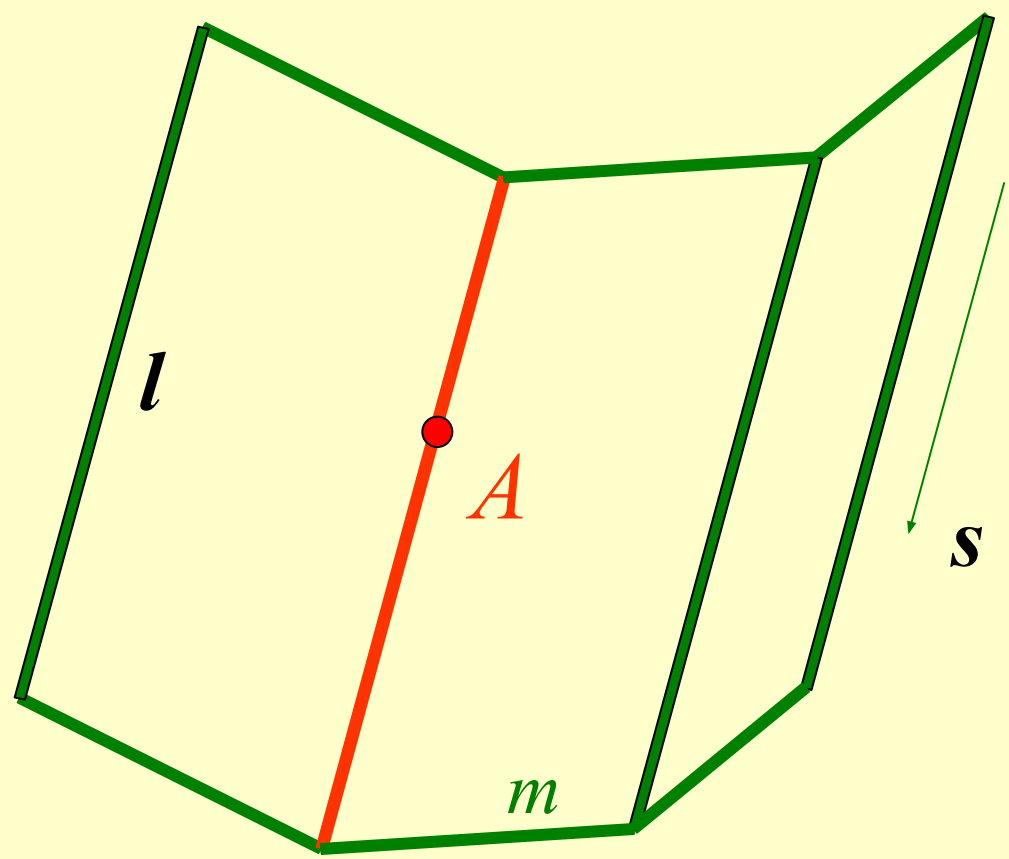
# Цилиндрическая поверхность



*Пирамидальная  
поверхность*

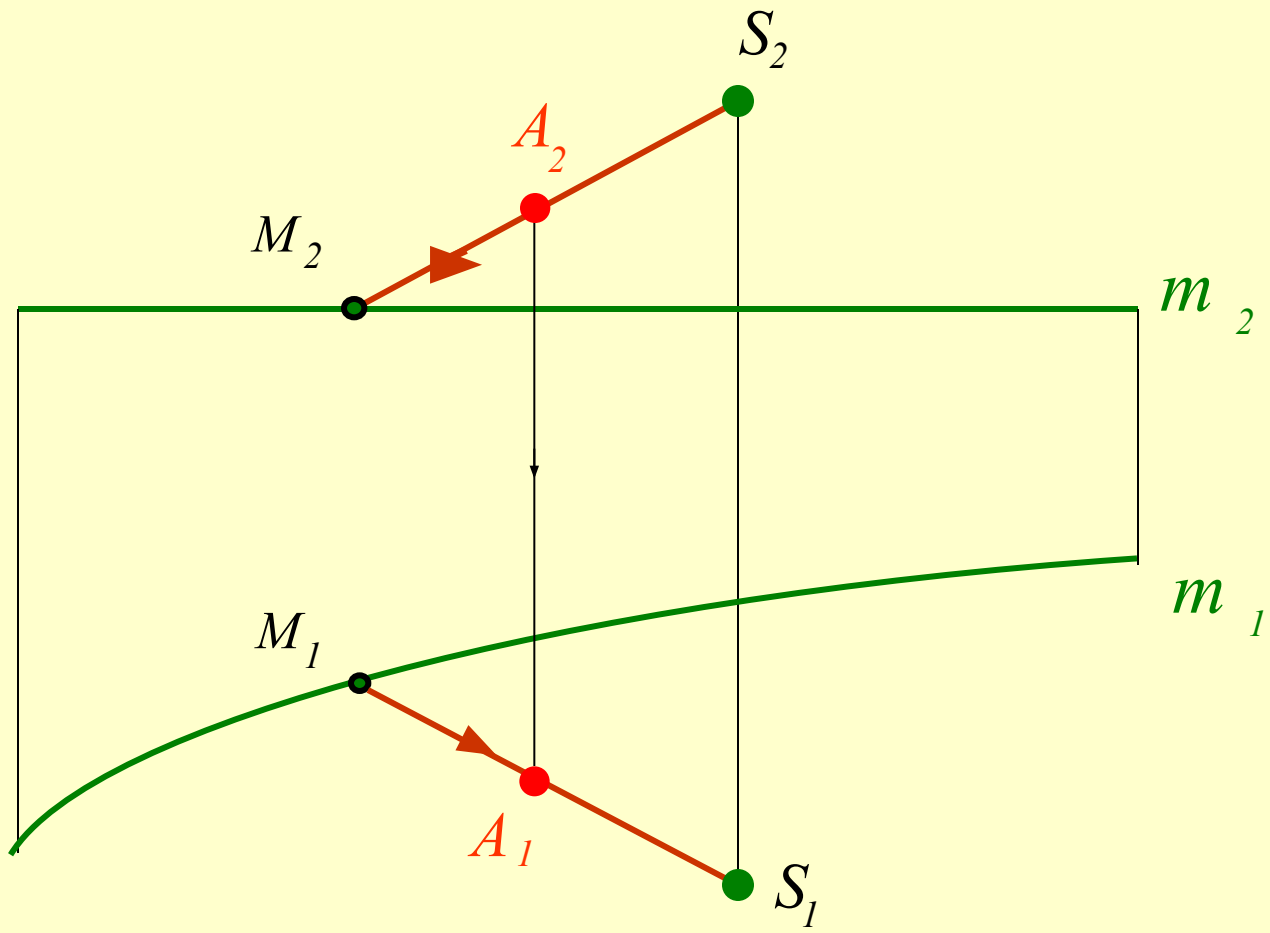


*Призматическая  
поверхность*



**Точка** принадлежит поверхности,  
если она лежит на какой – нибудь  
линии этой поверхности

**Линия**  
принадлежит поверхности,  
если все ее точки принадлежат этой  
поверхности



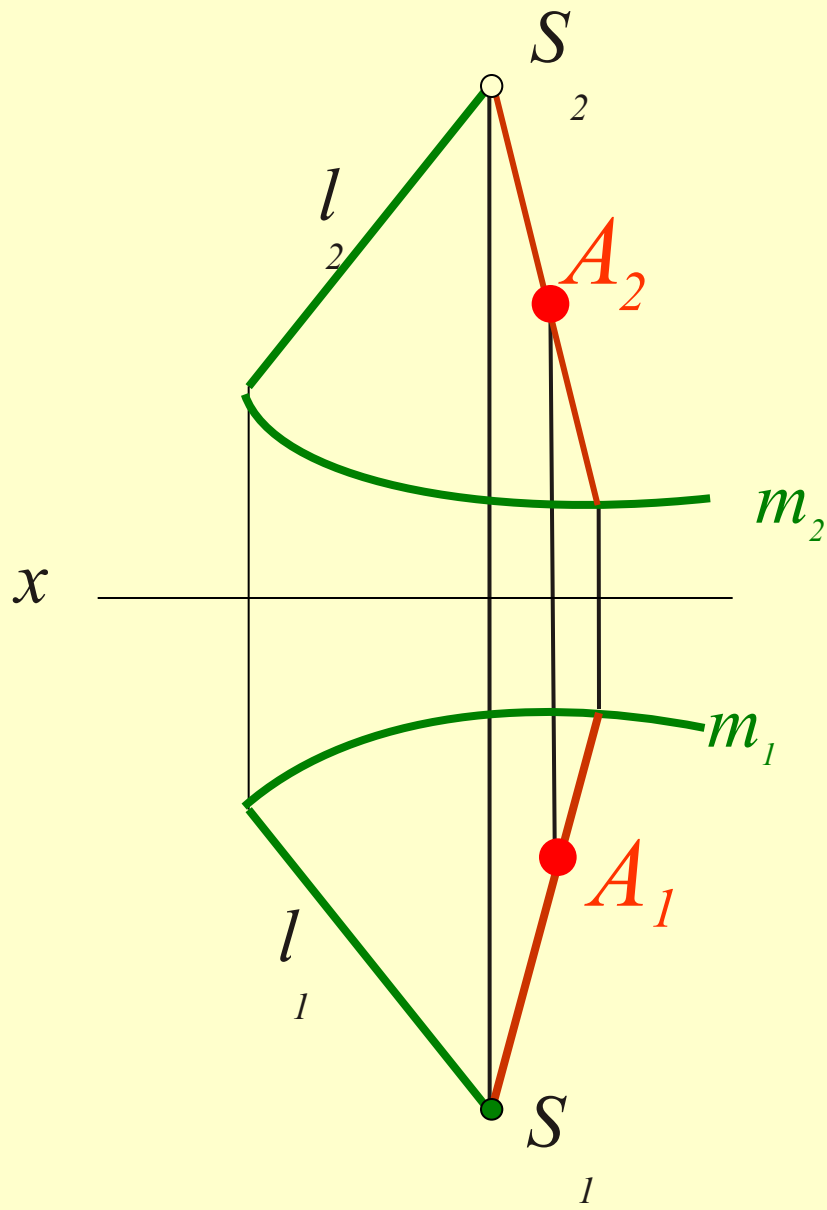
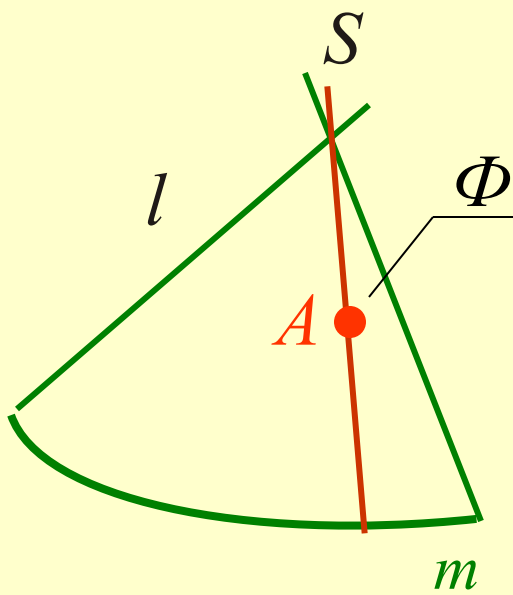


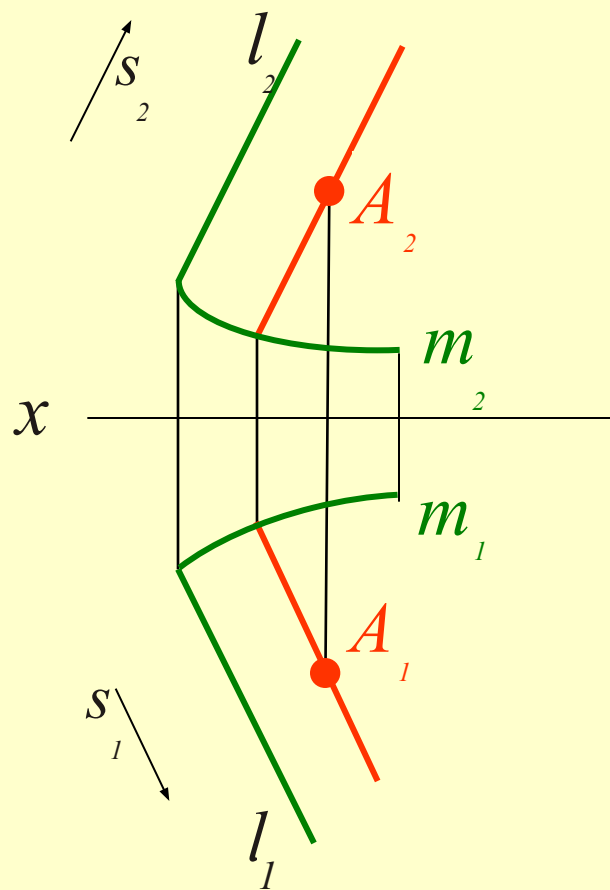
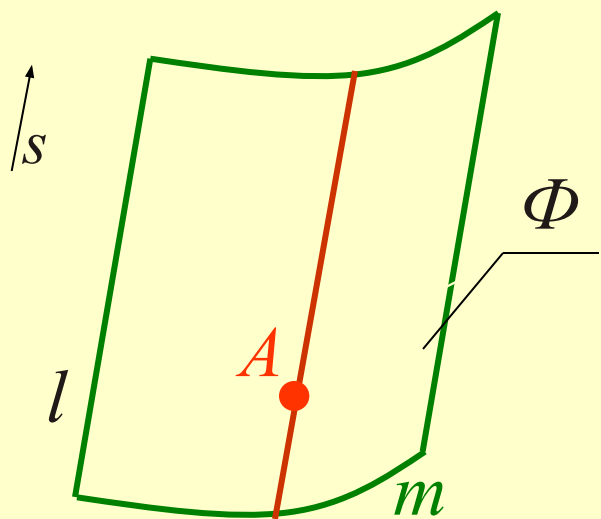
**Алгоритм**  
**построения недостающей проекции точки,  
принадлежащей линейчатой поверхности**

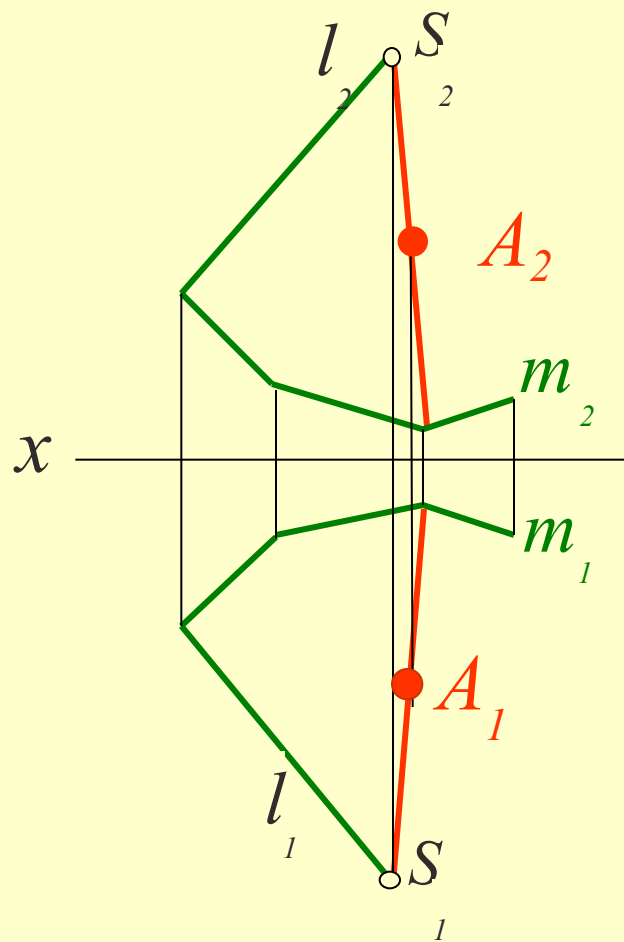
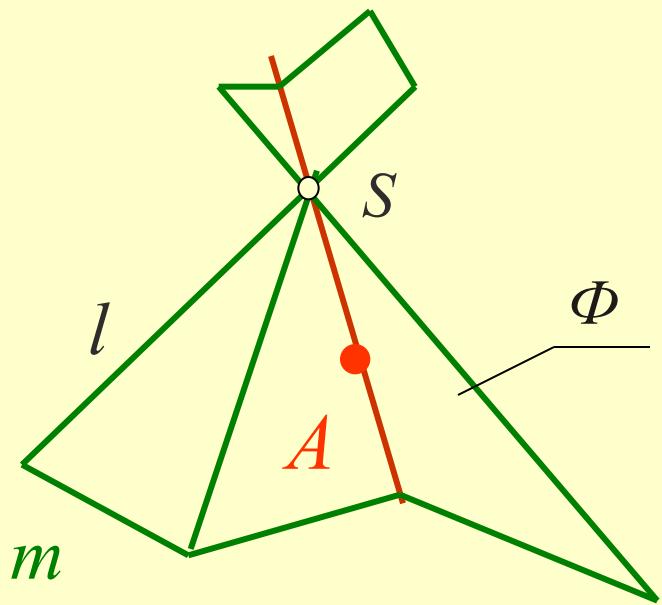
1. Через заданную проекцию точки, лежащей на поверхности, **проводится проекция** простейшей **линии**, принадлежащей этой поверхности

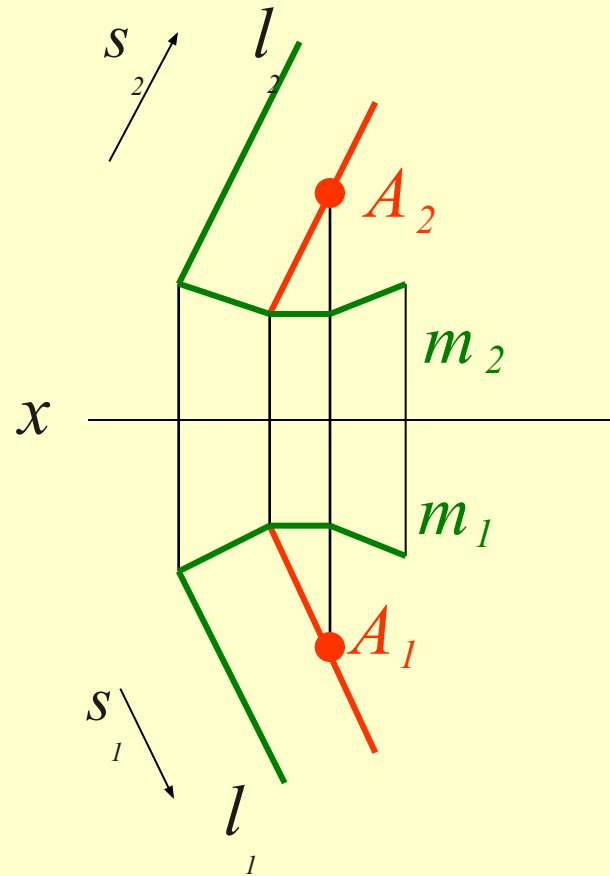
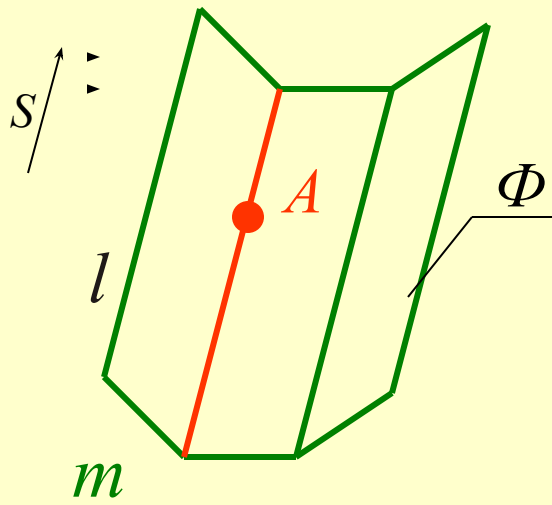
2. **Строится вторая проекция** этой линии из условия ее принадлежности данной поверхности

3. По линии проекционной связи на построенной проекции линии **находится** искомая **проекция** заданной точки









Таким образом,  
через каждую точку линейчатой  
поверхности можно всегда провести  
**прямую линию**

# Многогранники

**Многогранник** –  
замкнутая пространственная фигура,  
ограниченная плоскими  
многоугольниками



Если все вершины и ребра многогранника  
находятся по одну сторону плоскости  
любой его грани,  
то многогранник называется  
***выпуклым***

## ***Правильные многогранники*** –

это фигуры, у которых все грани являются правильными и конгруэнтными многоугольниками, а многогранные углы при вершинах – выпуклые и содержат одинаковое количество граней.

*(Все правильные многогранники можно вписать в сферу)*

# Правильными многогранниками

## являются:

*тетраэдр* – правильный четырехгранник,

*гексаэдр* – правильный шестигранник,

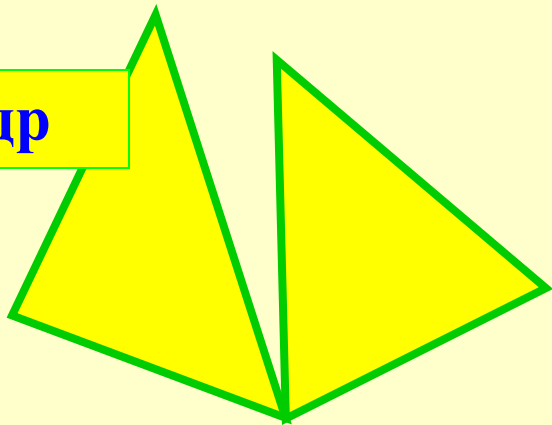
*октаэдр* – правильный восьмигранник,

*додекаэдр* – правильный двенадцатигранник,

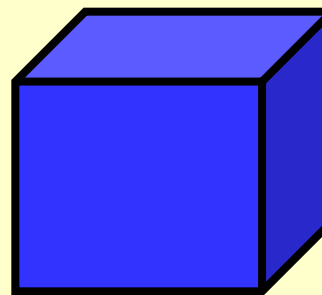
*икосаэдр* – правильный двадцатигранник

# Многогранники

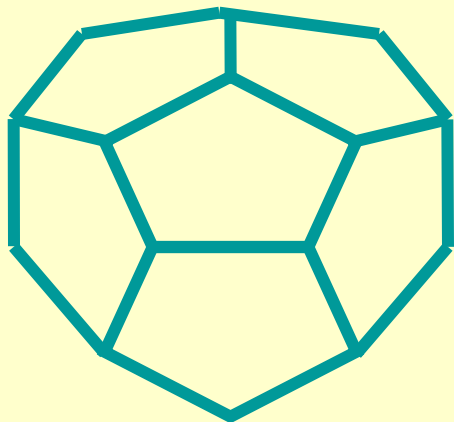
тетраэдр



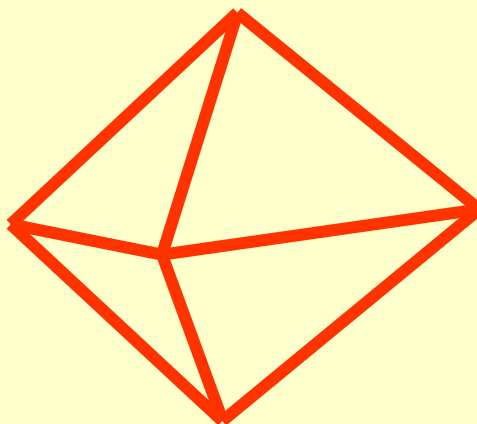
гексаэдр



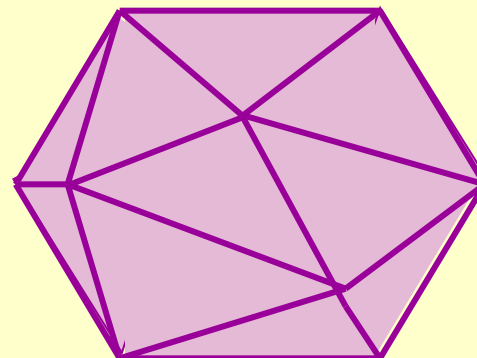
додекаэдр



октаэдр



икосаэдр

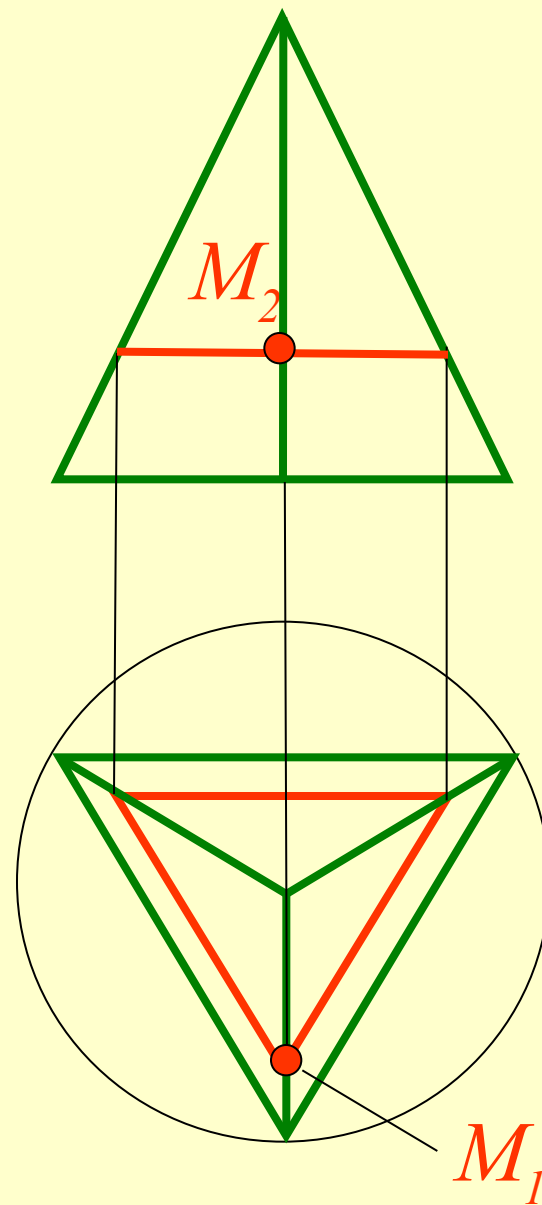
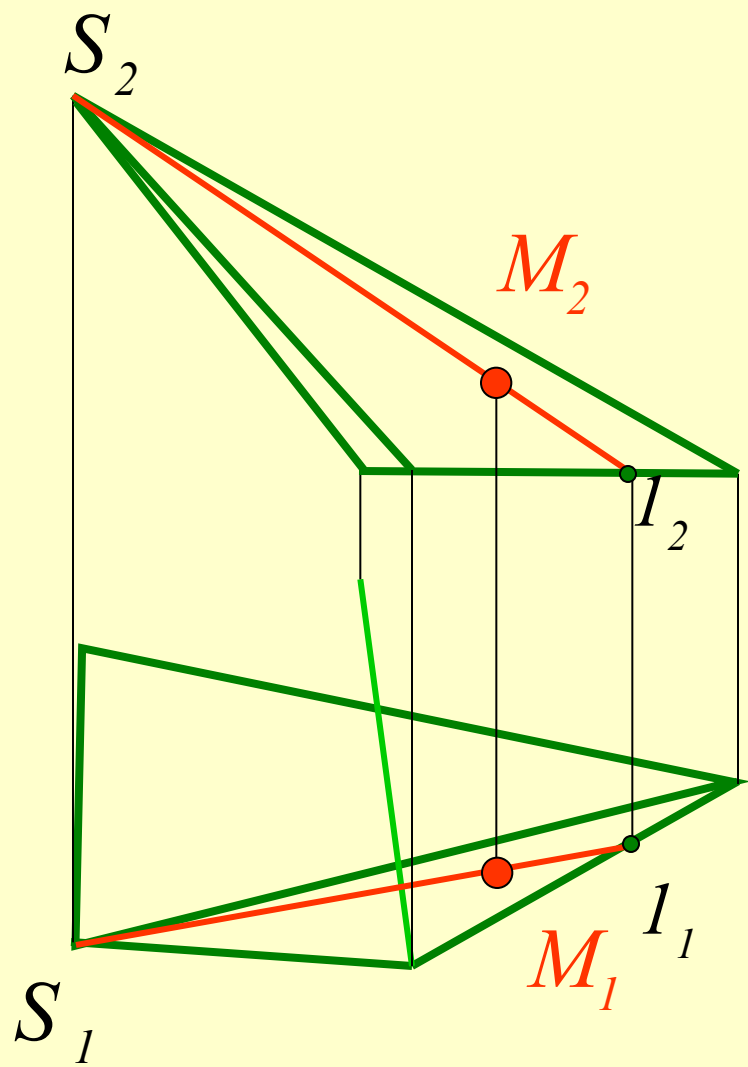


## **Пирамида –**

это многогранник, одна грань которого –  
многоугольник, а остальные –  
треугольники с общей вершиной

## *Правильная пирамида –*

это пирамида, у которой основание является правильным многоугольником, а высота проходит через центр этого многоугольника



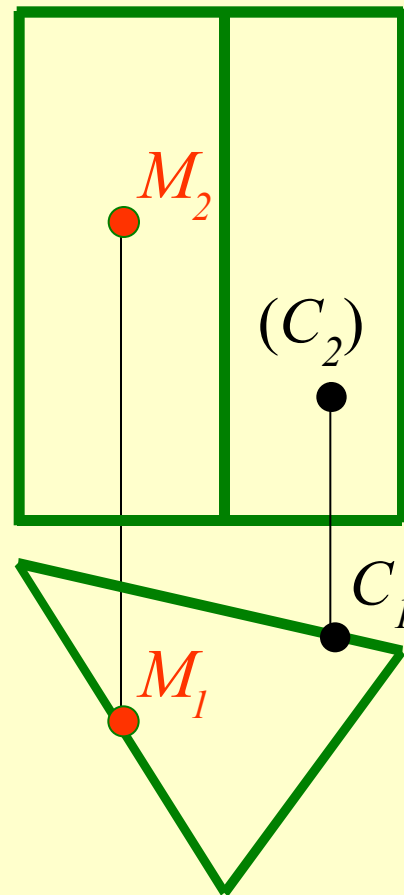
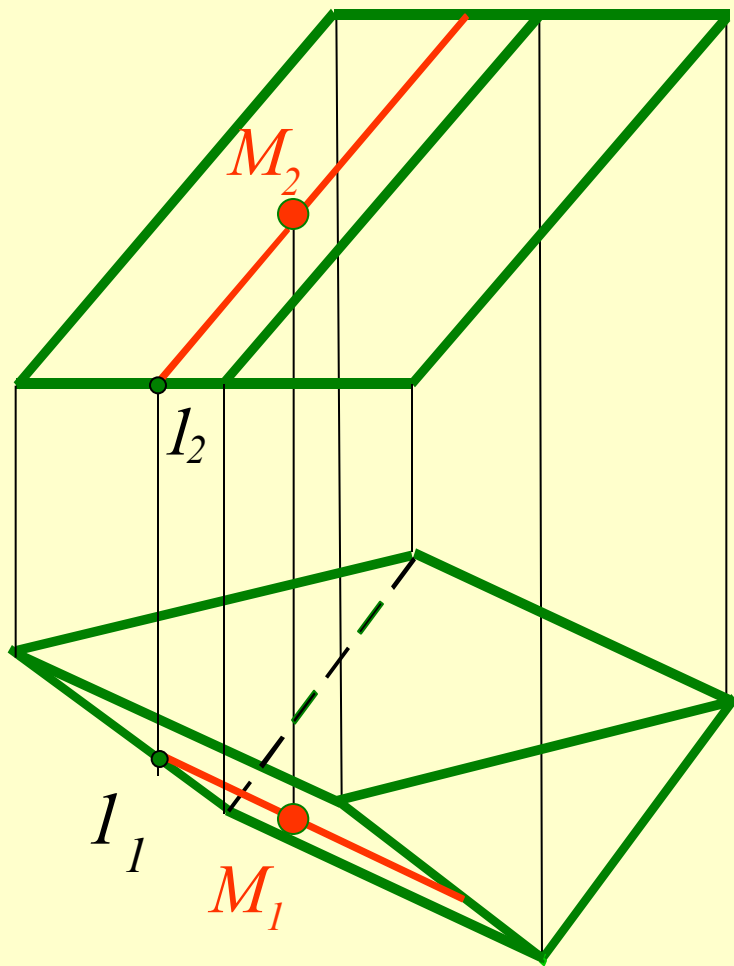
# Призма

– это многогранник, две грани которого представляют собой равные **многоугольники** с взаимно параллельными сторонами, а все другие грани – **параллелограммы**



## *Прямая призма*

– призма, ребра которой перпендикулярны  
К ПЛОСКИМ ОСНОВАНИЯМ



# Поверхности вращения

*У поверхности вращения*  
геометрическая часть определителя  
состоит из  
образующей  $l$  и оси вращения  $i$ :

$$\Phi (l, i)[A]$$

Плоскости, перпендикулярные к оси вращения, пересекают поверхность по окружностям, которые называются

*параллелями*

Радиус каждой параллели измеряется

*от оси до очерка*

*от оси до очерка !!!*

Наибольшую из параллелей называют

*экватором,*

наименьшую –

*горлом*

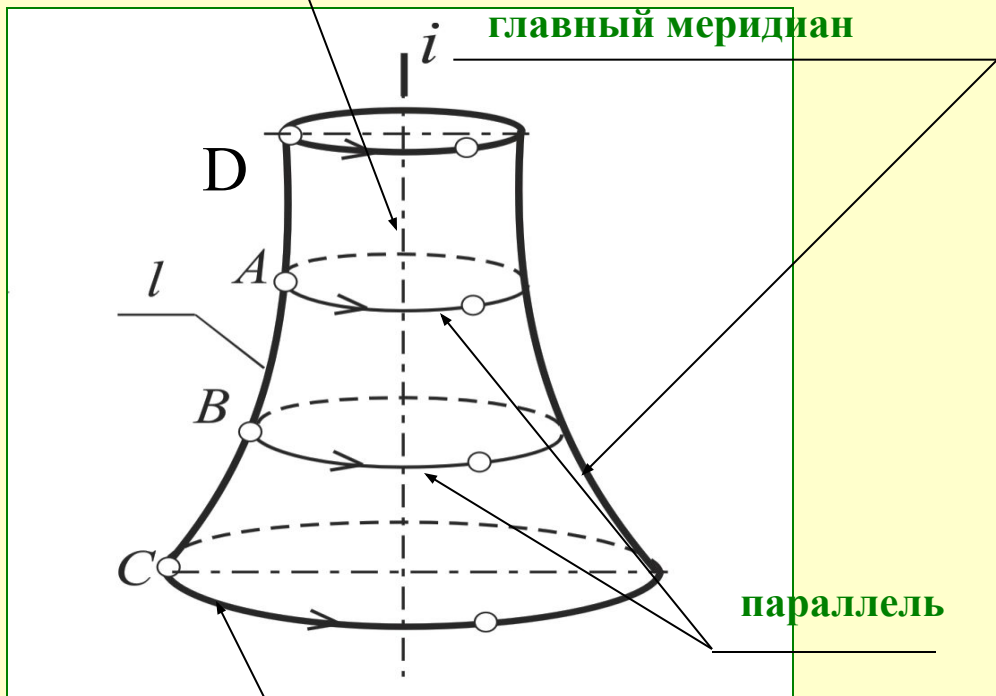
Плоскость, проходящая через ось  
поверхности вращения, называется  
*меридиональной*,  
а линия пересечения поверхности с этой  
плоскостью называется  
*меридианом*  
поверхности

Если меридиональная плоскость параллельна фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ , то в сечении получается *меридиан*, который называется

*главным меридианом*



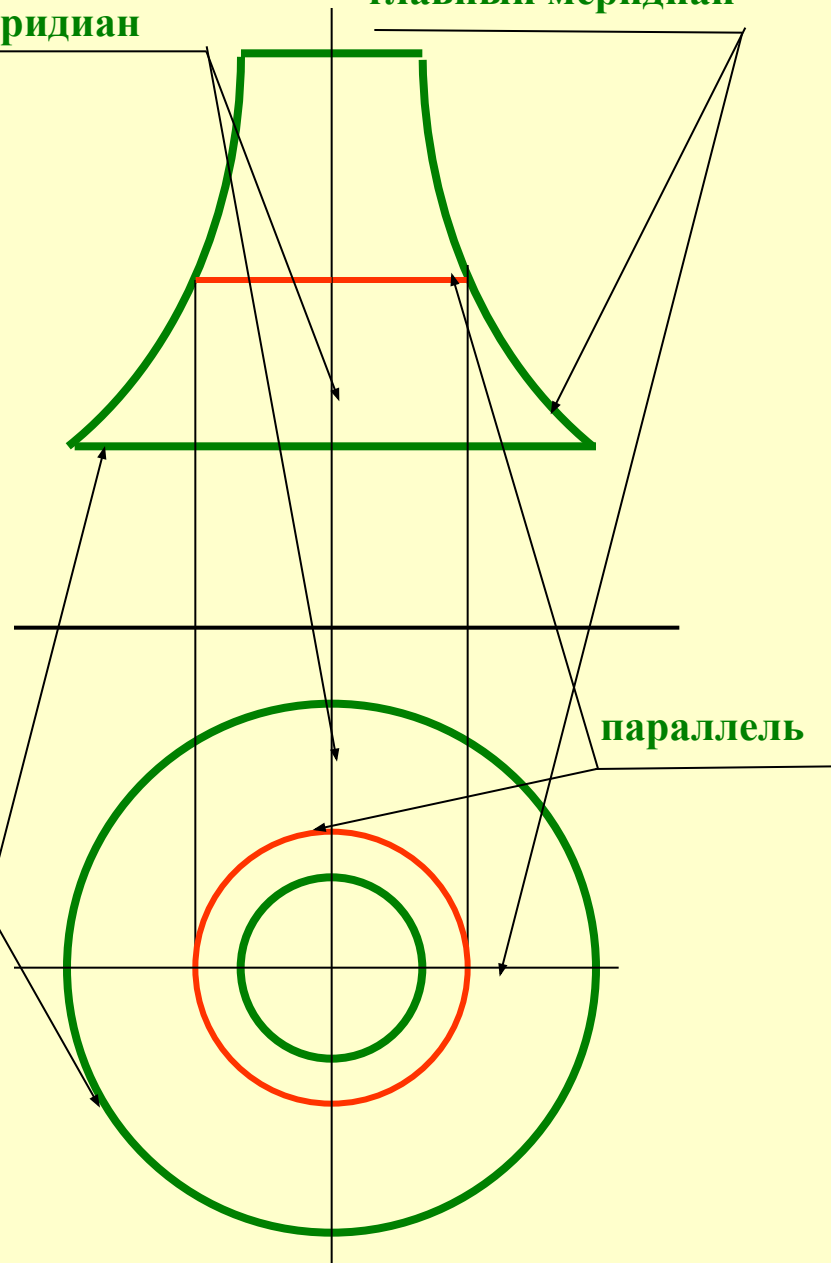
меридиан



экватор

меридиан

главный меридиан



экватор

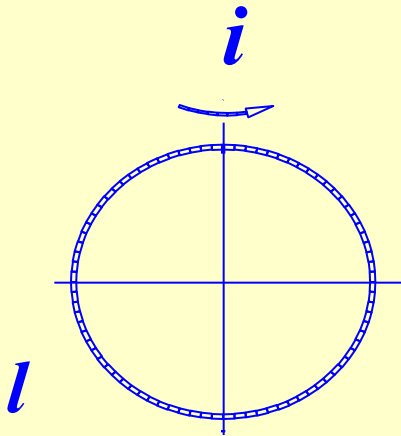
параллель



5 telo.avi

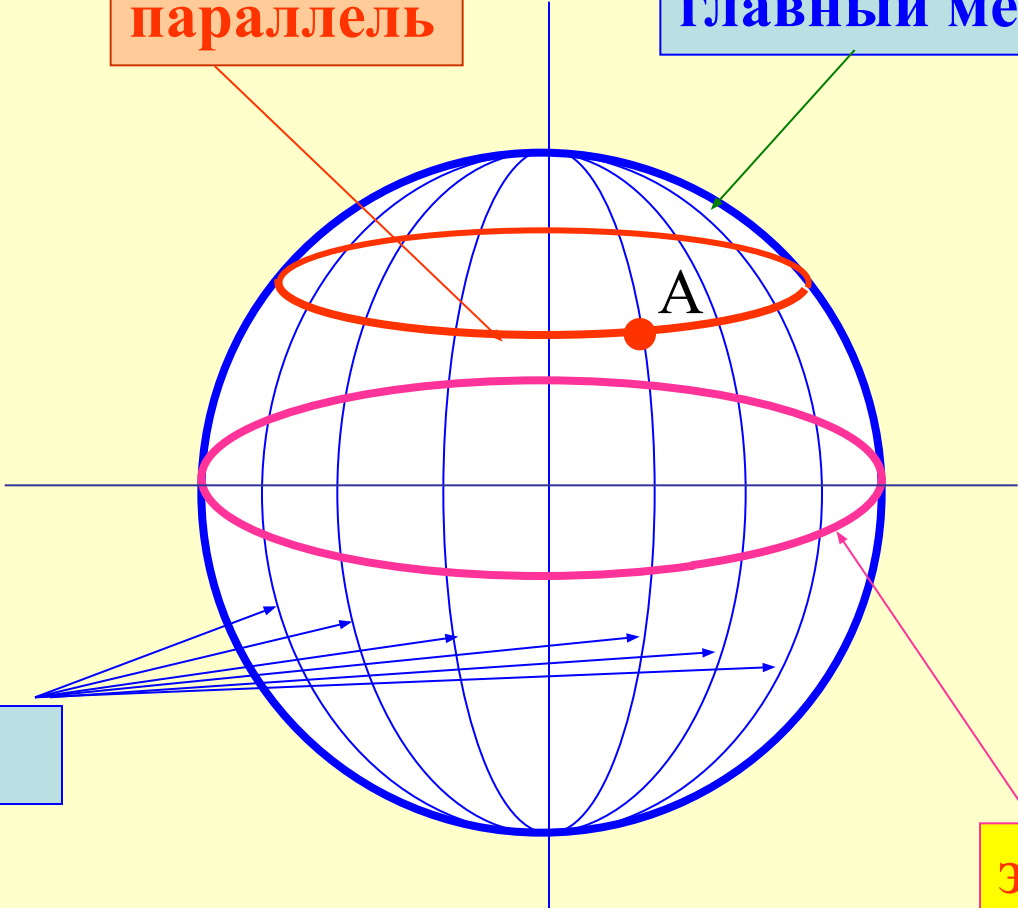
# Примеры поверхностей вращения

# Сфера



параллель

главный меридиан



меридианы

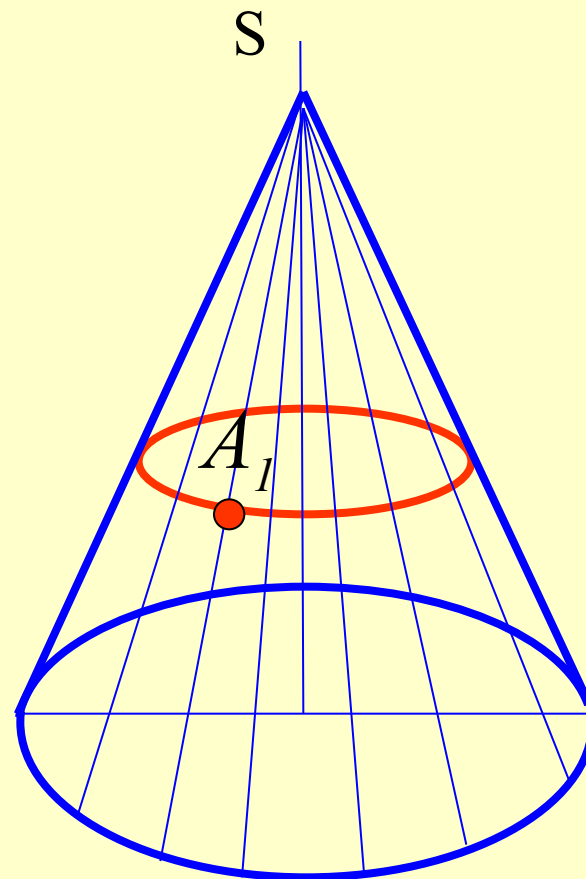
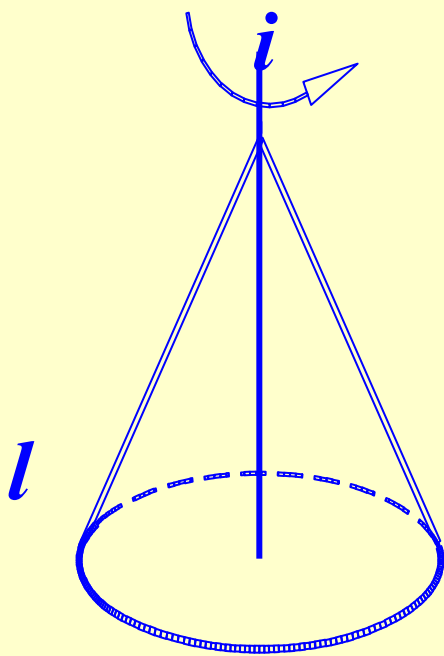
экватор

ВИДЕО



2sfera.avi

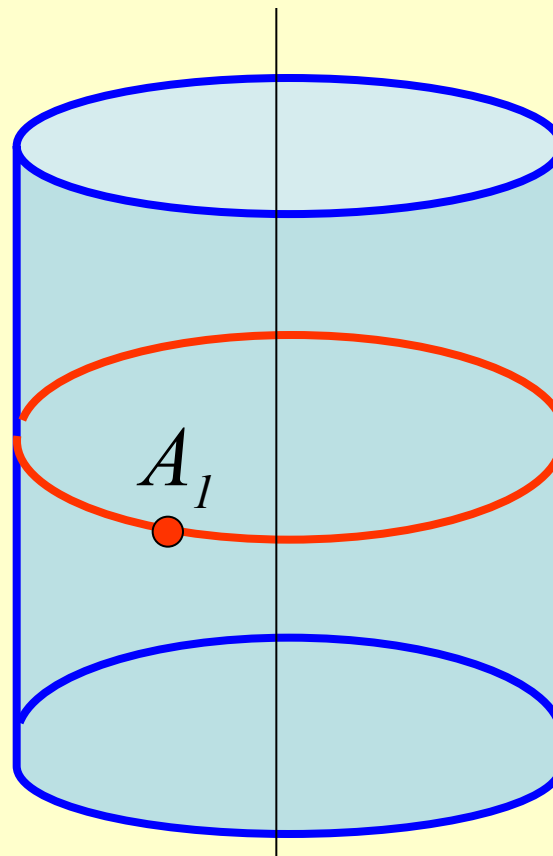
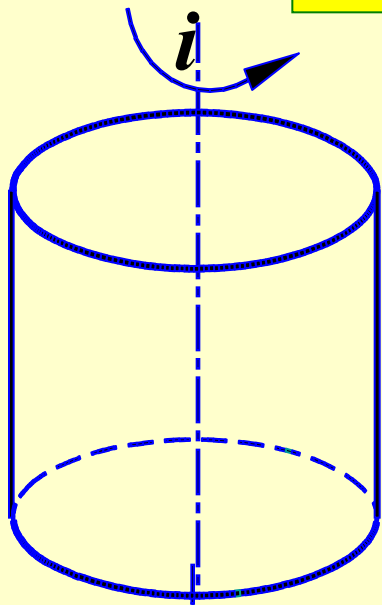
# Коническая поверхность вращения





3 konus.avi

# Цилиндрическая поверхность вращения

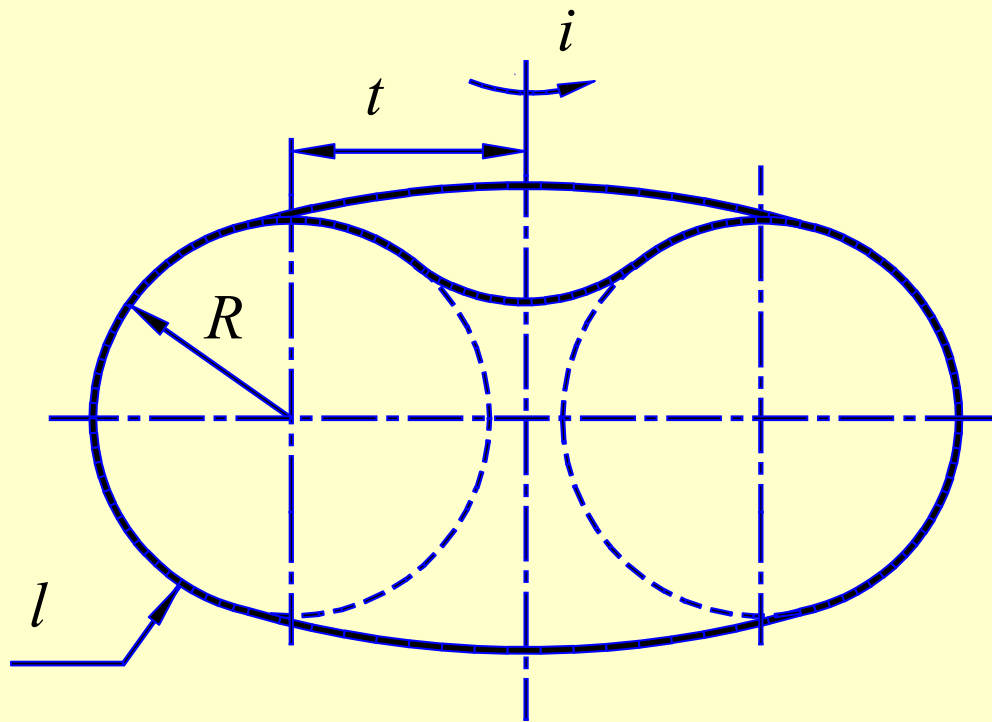






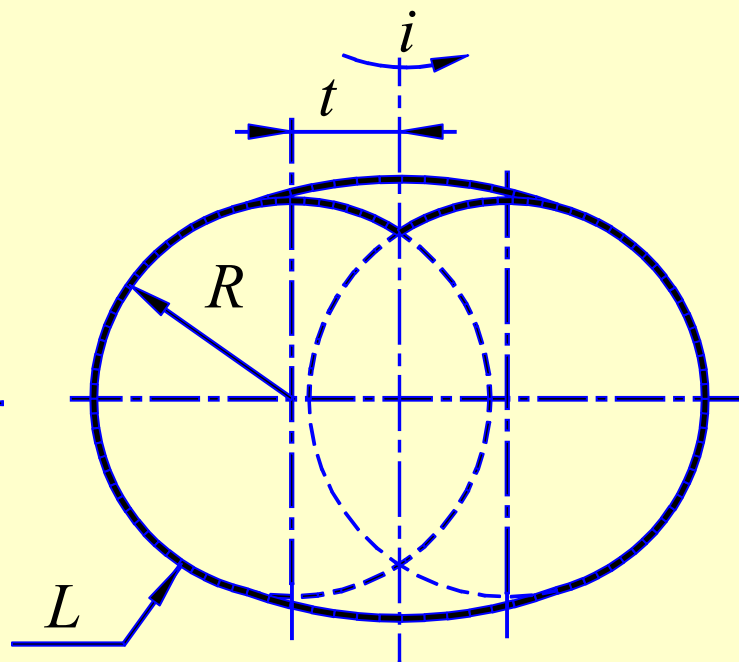
4 zilindr.avi

*тор открытый*



$R < t$

*тор закрытый*



$R > t$

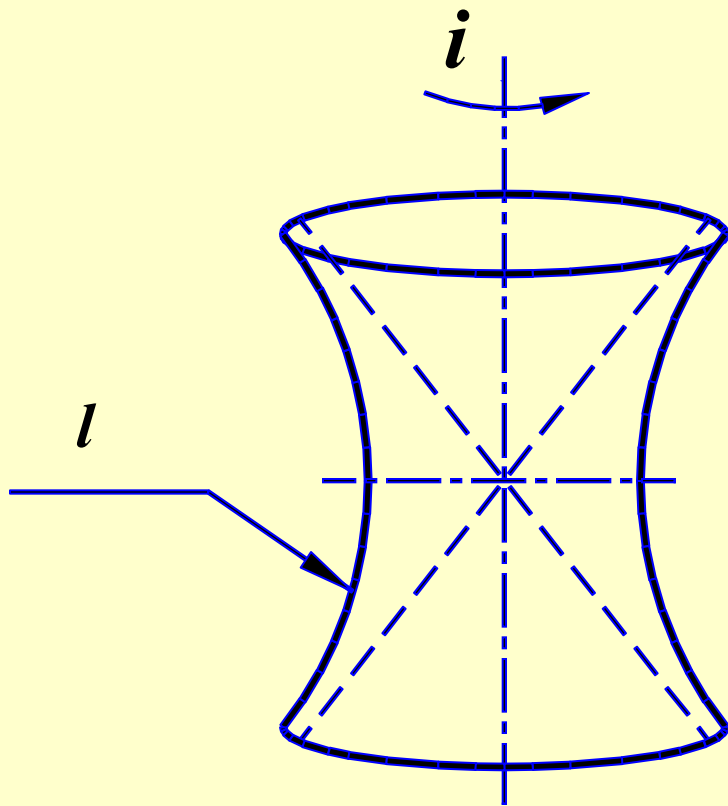


1tor.avi

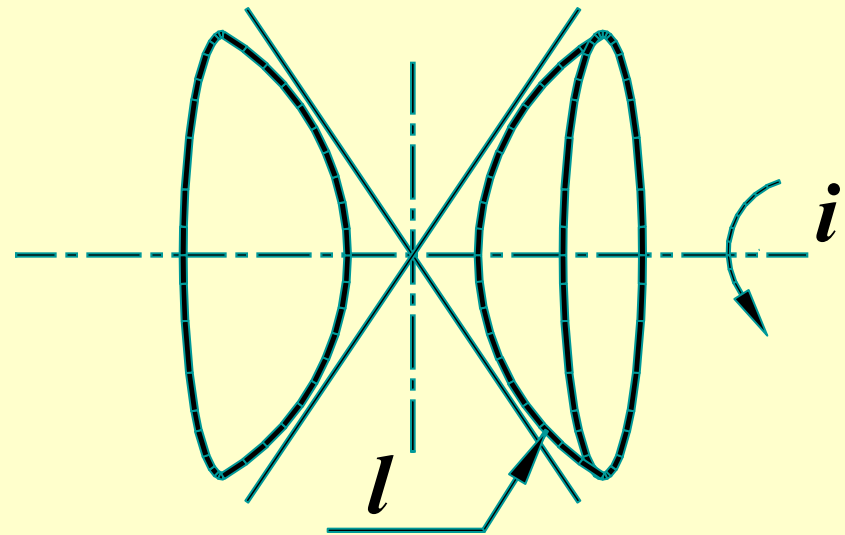


Tor\_1.avi

# Гиперболоид вращения

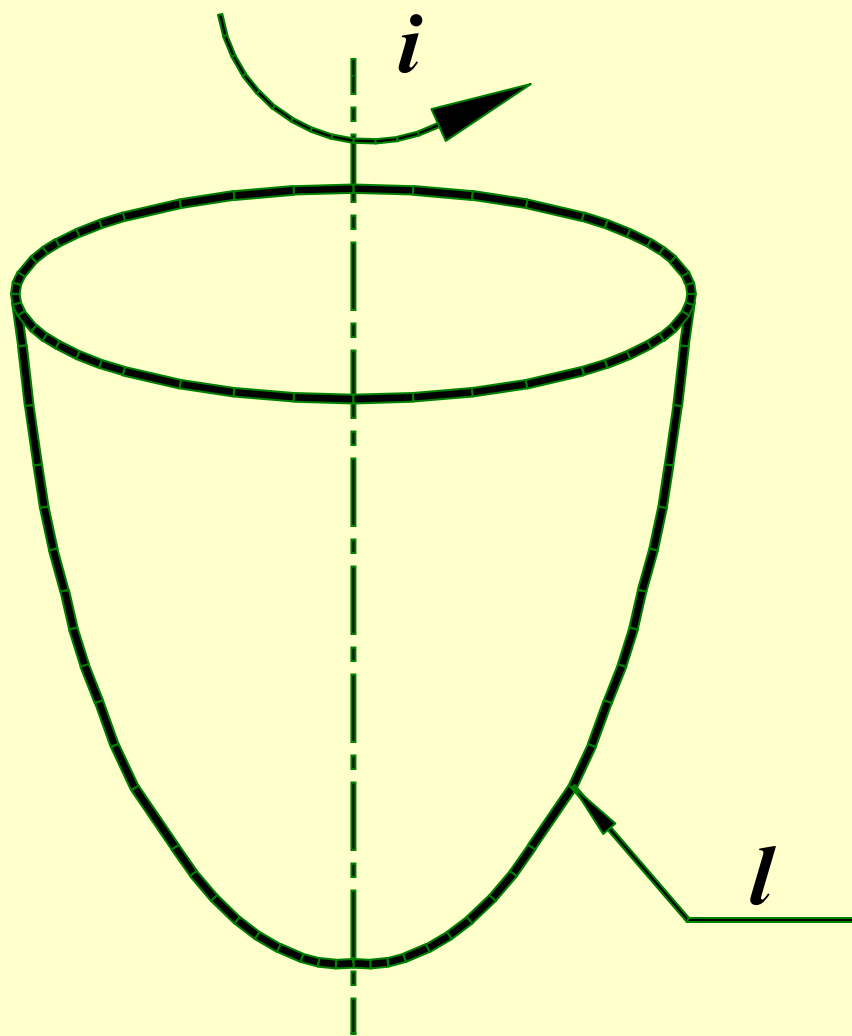


*однополостный*

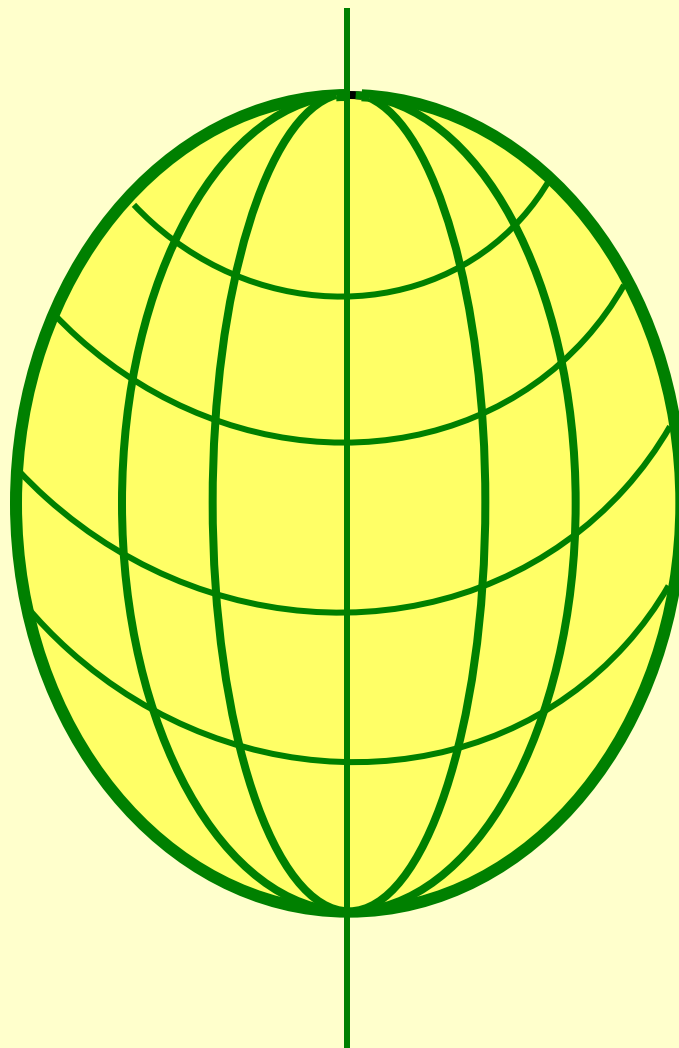


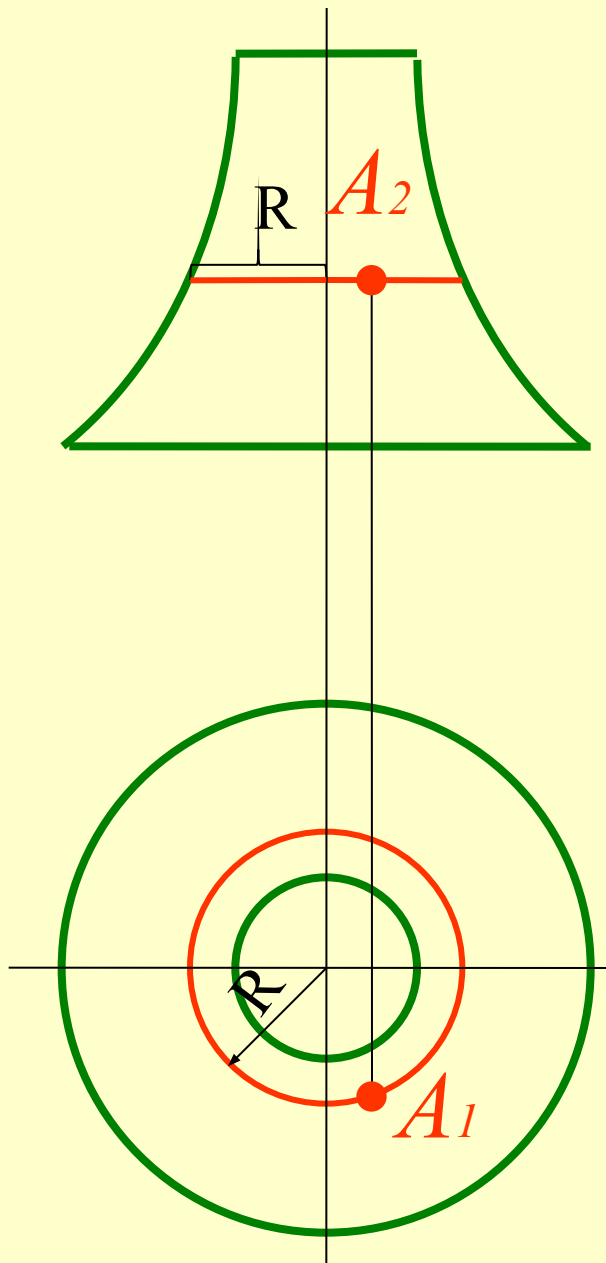
*двухполостный*

# Параболоид вращения



# Эллипсоид







Алгоритм  
решения задач на принадлежность точки поверхности  
вращения

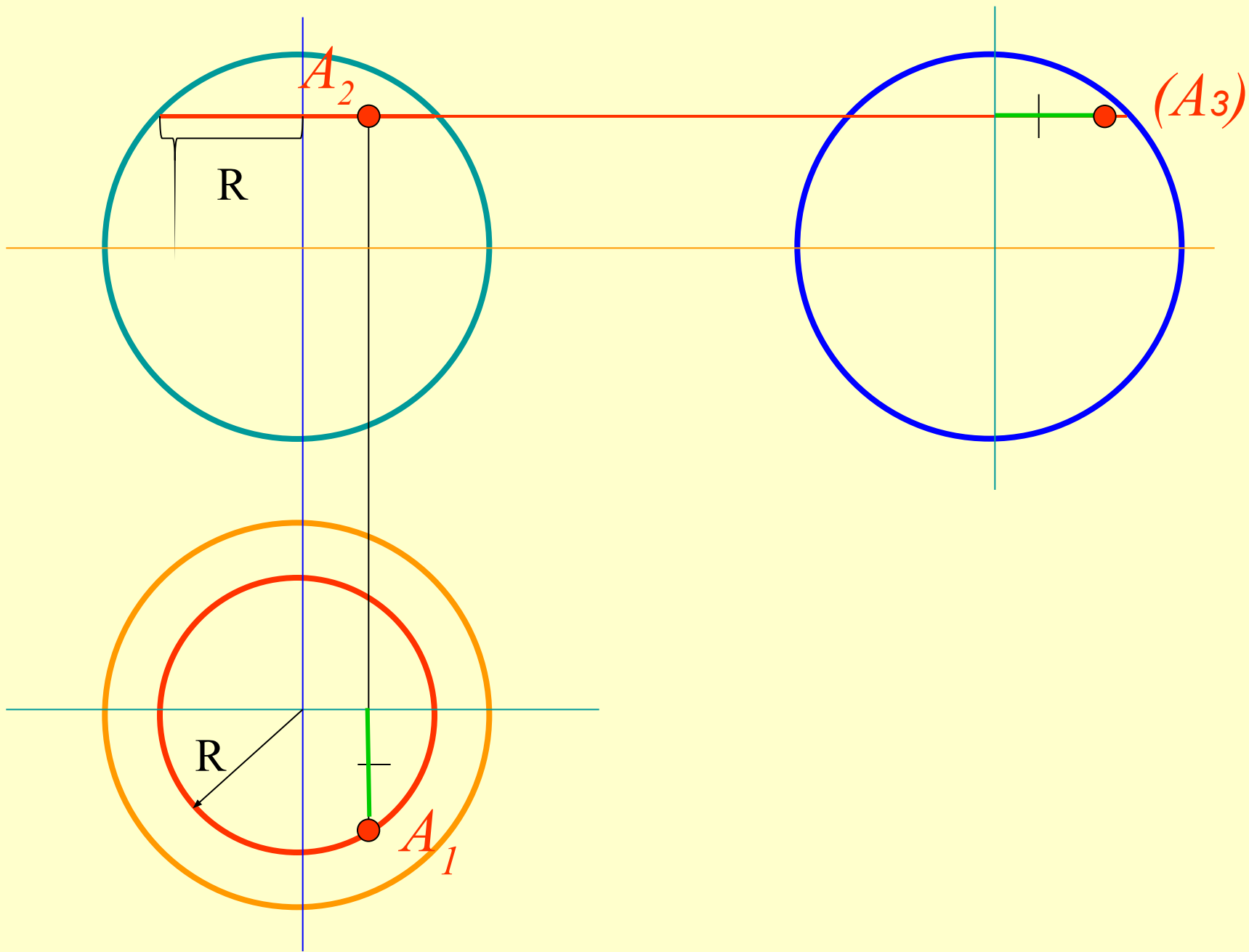
1. Через заданную проекцию точки проводят проекцию *вспомогательной параллели*

2. Строят *вторую проекцию* этой параллели, измеряя ее радиус *от оси* вращения *до очерка* поверхности

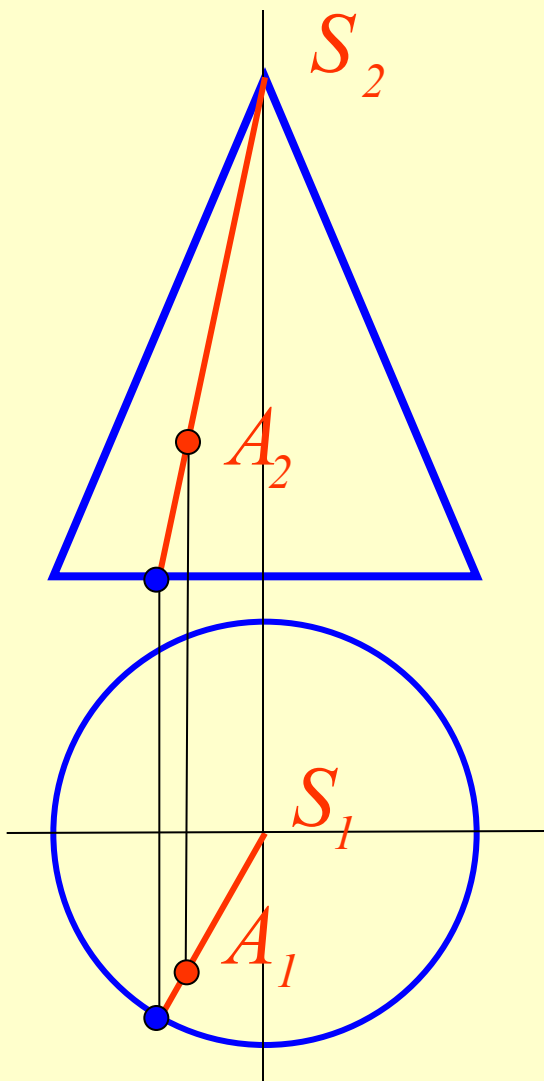
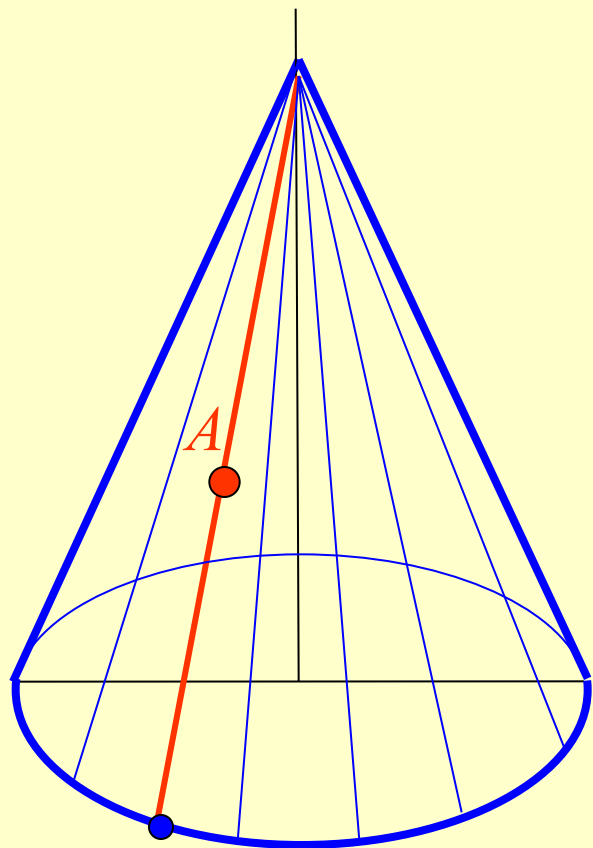
*от оси до очерка !!!*

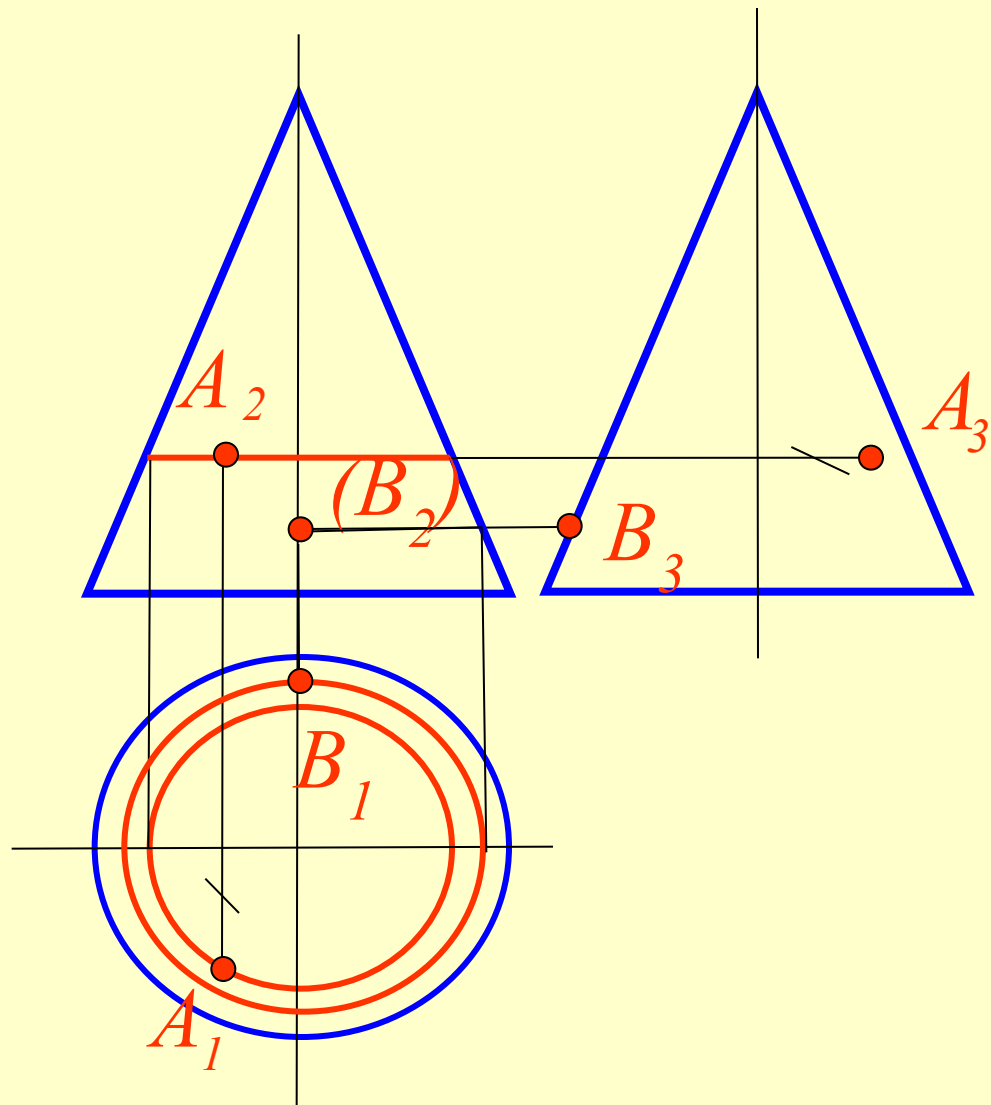
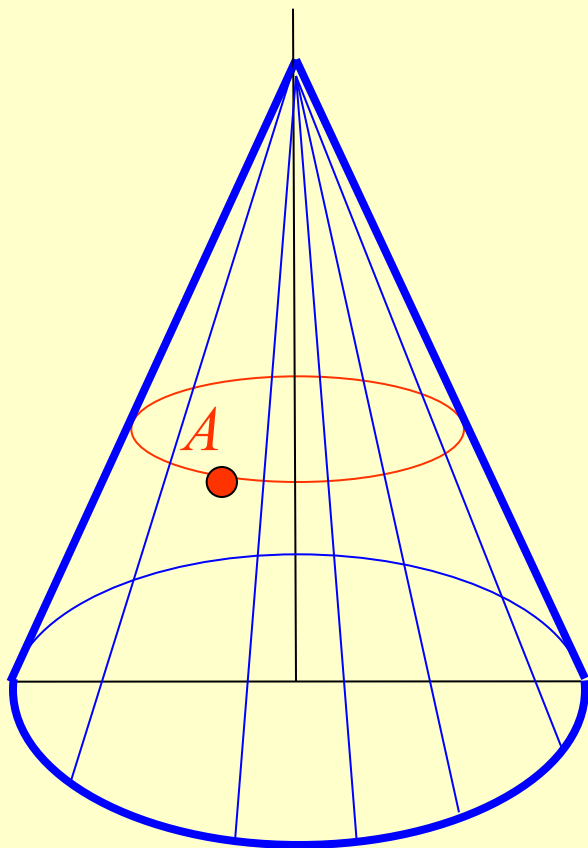
3. По *линии проекционной связи* на построенной проекции параллели находят *недостающую проекцию* точки с учетом ее видимости

# **Построение точки на поверхности сферы**

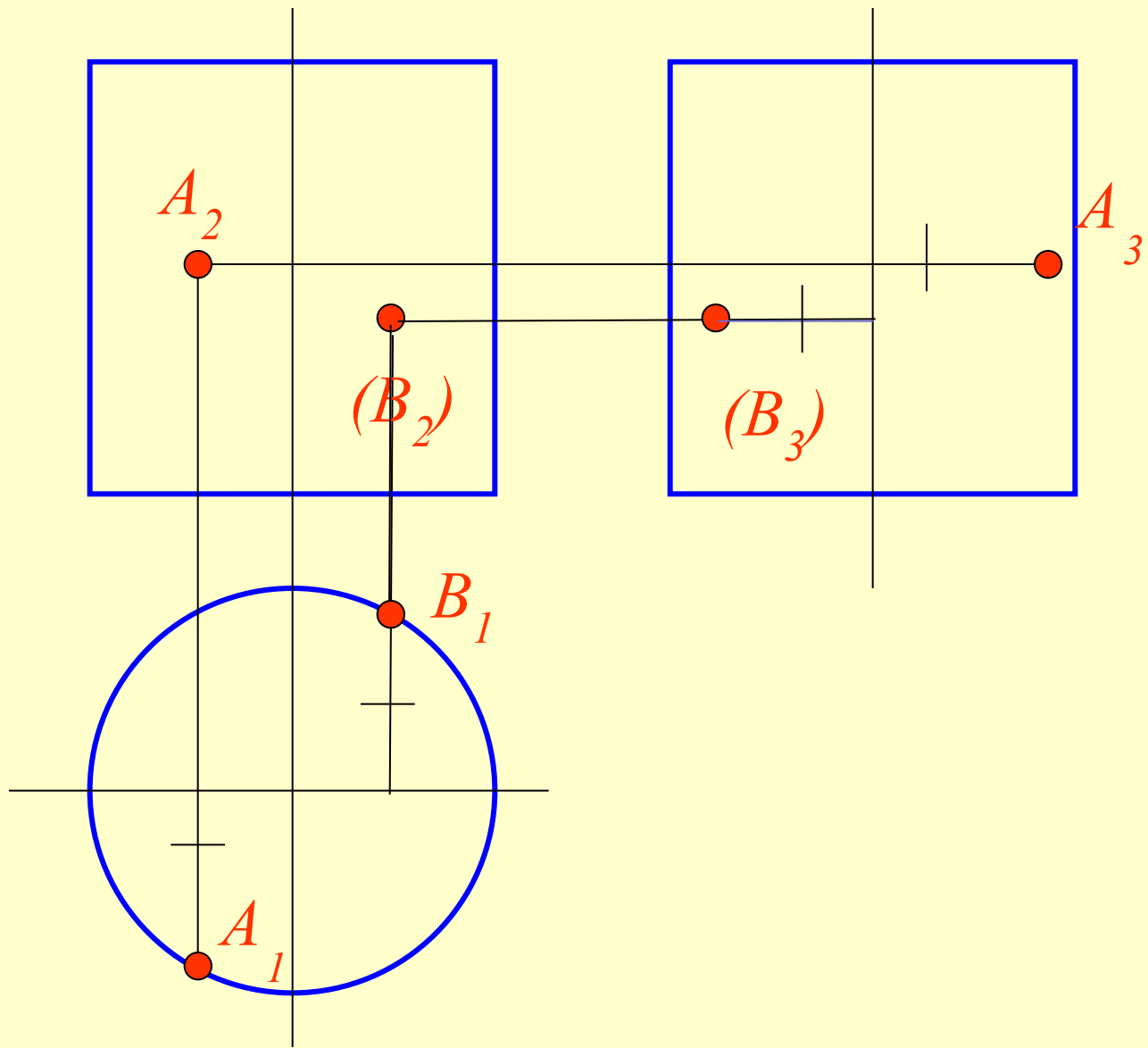
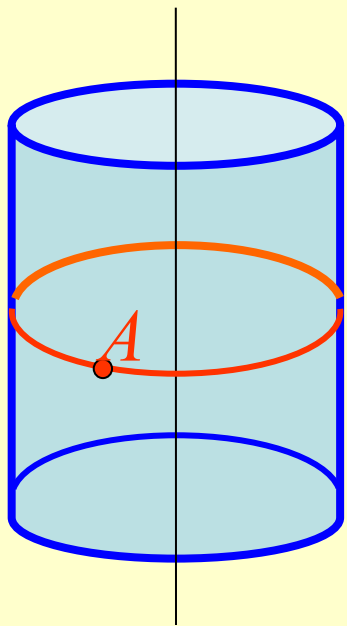


# **Построение точки на поверхности прямого кругового конуса**



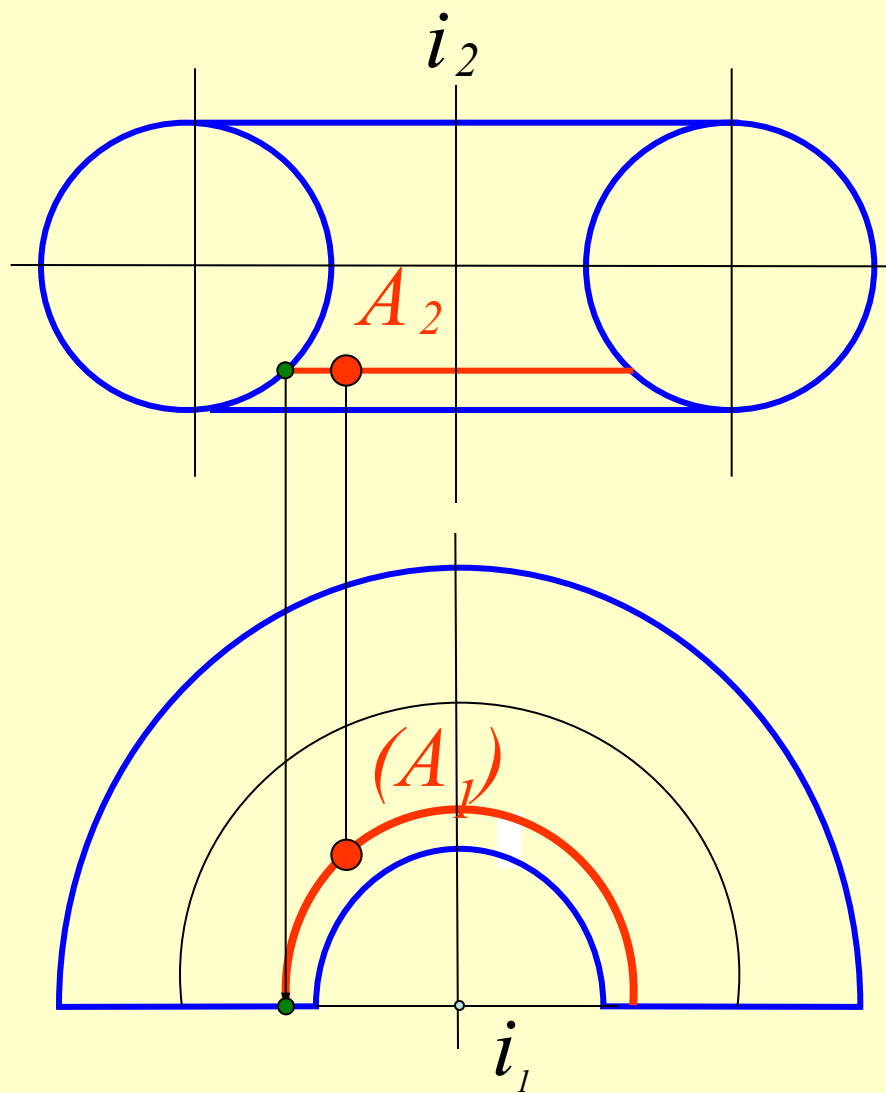
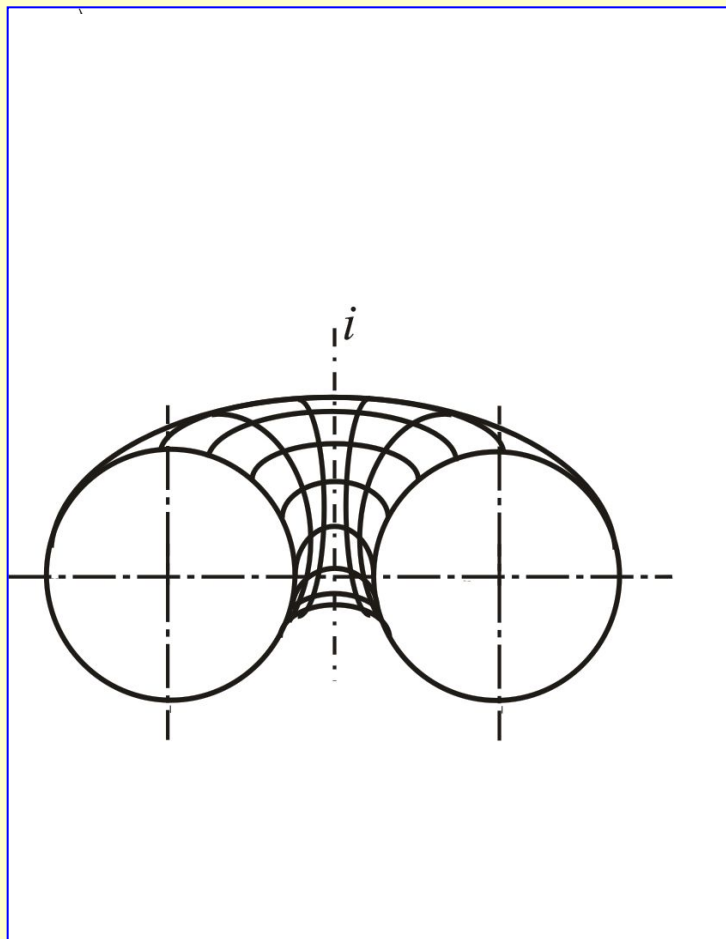


# **Построение точки на поверхности прямого кругового цилиндра**





TOP



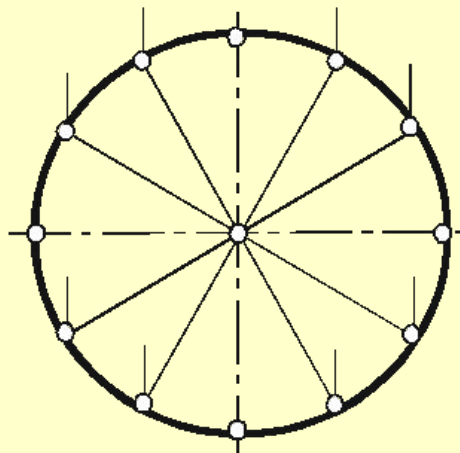
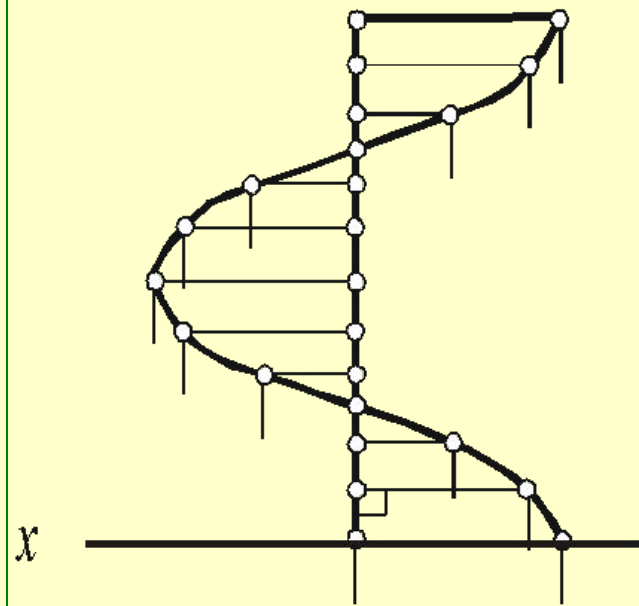
# Винтовые поверхности

Все точки винтовой поверхности совершают  
винтовые движения, описывая  
винтовые линии – **гелисы**,  
*а поверхности называются*  
**геликоидами**

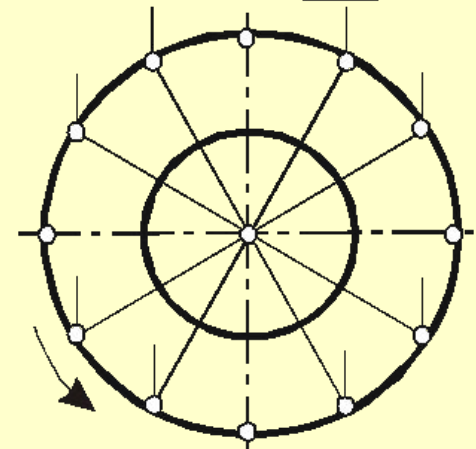
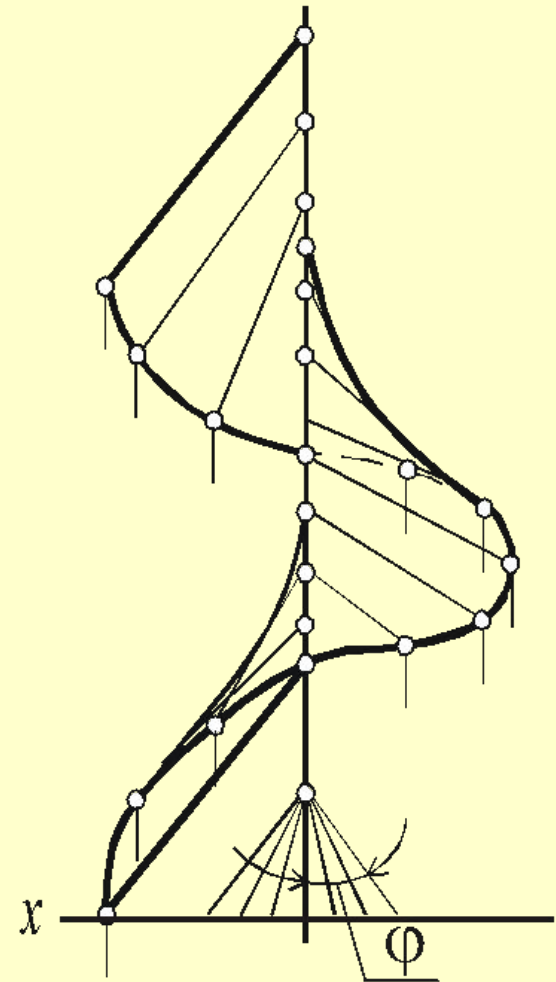
Прямые геликоиды,  
если угол наклона образующей  
равен  $90^\circ$

Наклонные - если угол  
не равен  $90^\circ$

a)



б)



## Выводы:

- поверхность может быть получена *вращением* некоторой образующей вокруг оси или *движением* ее по направляющей

- поверхность может быть задана на чертеже проекциями элементов *геометрической части ее определителя* или для достижения большей наглядности – *очерком*

- поверхности могут быть *систематизированы* в зависимости от вида образующих и направляющих, а также от закона движения образующих

- для нахождения недостающей проекции точки, лежащей на поверхности, *пользуются характерными* для данной поверхности простейшими *линиями*

# Задача

1. Построить профильную проекцию конуса.
2. Достроить проекции заданных точек на всех проекциях конуса.

