Тема урока:
«Системы уравнений. Основные способы их решения»

Цель урока:

Обобщить все способы решения систем уравнений

Основные способы

1. Метод подстановки:

$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ 5x-3y=-1 \end{cases}$$

Ответ: (1;2)

2. Метод алгебраического сложения:

$$\begin{cases} 3x+y=-2 \\ 4x-6y=-10 \end{cases}$$

Ответ: (-1;1)

3. Графический способ:

$$\begin{cases} y=2-x^2 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$$

Ответ: 3 решения

4. Метод введения переменной:

$$\sqrt{\frac{3x-2y}{2x}}+\sqrt{\frac{2x}{3x-2y}}=2$$

Система симметрических уравнений:

$$\begin{cases} x^2+y^2=2(xy+2) \\ x+y=6 \end{cases}$$ то $$\begin{matrix} u=x+y \\ v=xy \end{matrix}$$

$$\begin{cases} (x+y)^2-2xy=2(xy+2) \\ x+y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2-2v=2(v+2) \\ u=6 \end{cases}$$ т.е. $$\begin{cases} u=6 \\ v=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy=8 \\ x+y=6 \end{cases}$$

Ответ: (4;2), (2;4)

Решение систем, когда одно из уравнений этой системы есть однородное уравнение 2-й степени

$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \quad (y^2 \neq 0)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) + 6 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

введение $t = \frac{x}{y}$

$$\begin{cases} t^2 - 5t + 6 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 3 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(3;1), (-3;-1)$

$(2\sqrt{2};\sqrt{2}), (-2\sqrt{2};-\sqrt{2})$

Метод разложения на множители

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x-y) \\ 2x^2 + xy + 2y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-y)(x^2 + xy + y^2 - 3) = 0 \\ 2x^2 + xy + 2y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x^2 + xy + 2y^2 = 10 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 + xy + y^2 - 3 = 0 \\ 2x^2 + xy + 2y^2 = 10 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(\sqrt{2};\sqrt{2}),(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$

Вывод:
Если в процессе решения системы применяли неравносильные преобразования(возведение в квадрат, умножение уравнений, системы и т.д.), которые привели к расширению области определения какого – либо уравнения системы, то все найденные решения следует проверить.