*

Элективный курс. Алгебра 11 класс

Уроки 07-08

*

Повторение

1. Дано: $\lg 2 = a,\ \lg 3 = b.$ Найдите $\lg 24.$

Решение: $\lg 24 = \lg 8 + \lg 3 = 3a + b$

2. Дано: $\log_6 2 = a,\ \log_6 5 = b.$ Найдите $\log_3 5.$

Решение:

$$\log_3 5 = \frac{\log_6 5}{\log_6 3} = \frac{b}{\log_6 \frac{6}{2}} = \frac{b}{1 - a}$$

* **Повторение**

3. Дано: $\lg 2 = a, \ \lg 7 = b.$ Найдите $\lg 112.$

Решение: $\lg 112 = \lg 7 + \lg 16 = b + 4a$

4. Дано: $\log_{14} 7 = a, \ \log_{14} 5 = b.$ Найдите $\log_5 28.$

Решение:

$$\log_5 28 = \frac{\log_{14} 28}{\log_{14} 5} = \frac{1 + \log_{14} 2}{\log_{14} 5} = \frac{1 + \log_{14} \frac{14}{7}}{\log_{14} 5} = \frac{2 - a}{b}$$

* **Повторение**

2. Решите неравенства

1) $\log_8\left(x^2 - 4x + 3\right) < 1$

Решение:

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 4x + 3 < 8 \end{cases}$$

Ответ:

$(-1;\,1);\;\;(3;\,5)$

* **Повторение**

2. Решите неравенства

$$2)\ \log_2 \frac{3x-1}{2-x} \le 1$$

Решение:

$$\begin{cases} \dfrac{3x-1}{2-x} > 0 \\ \dfrac{3x-1}{2-x} \le 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{3x-1}{2-x} > 0 \\ \dfrac{5x-5}{2-x} \le 0 \end{cases}$$

Ответ:

$$\left(\frac{1}{3}; 1\right]$$

* **Повторение**

2. Решите неравенства

3) $\log_2(x-1)+\log_2 x \le 1$

Решение:

$$\begin{cases} x-1>0 \\ x>0 \\ x^2-x\le 2 \end{cases}$$

Ответ:

$(1;\ 2]$

*

Повторение

2. Решите неравенства

4) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(2^{x+2}-4^{x}\right)\le -2$

$\frac{1}{\sqrt{3}}<1$

Решение:

$$\begin{cases} 2^{x+2}-4^{x}>0 \\ 2^{x+2}-4^{x}\ge 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<2 \\ 1\le 2^{x}\le 3 \end{cases}$$

Ответ:

$[0;\log_2 3]$

* # Повторение

2. Решите неравенства

5) $\log_{\frac{27}{41}} \log_5\left(x^2-2x-3\right) \le 0$

Решение:

$$\begin{cases} \cancel{\log_5\left(x^2-2x-3\right) > 0} \\ \log_5\left(x^2-2x-3\right) \ge 1 \end{cases}$$

$$x^2-2x-3 \ge 5$$

$$x^2-2x-8 \ge 0$$

Ответ:

$(-\infty;-2];\ [4;+\infty)$

* **Повторение**

2. Решите неравенства

$$6)\ \left(\frac{x}{10}\right)^{\lg x-2} < 100$$

Решение:

$$x > 0,\quad x \neq 1$$

$$\mathbf{lg}\left(\frac{x}{10}\right)^{\lg x-2} < \mathbf{lg}\ 100$$

* # Повторение

2. Решите неравенства

$$6)\ \left(\frac{x}{10}\right)^{\lg x-2} < 100$$

Решение:

$$x > 0,\quad x \neq 1$$

$$\lg\left(\frac{x}{10}\right)^{\lg x-2} < \lg 100$$

$$(\lg x - 2)\lg\left(\frac{x}{10}\right) < 2$$

$$(\lg x - 2)(\lg x - 1) < 2$$

$$(\lg x - 3)\lg x < 0$$

$$0 < \lg x < 3$$

Ответ:

$$(1;\, 1000)$$

*

Повторение

2. Решите неравенства

$$7)\ \left(\frac{x}{4}\right)^{\log_2 x-1} < 4$$

Решение:

$$x > 0,\quad x \neq 1$$

$$\log_2 \left(\frac{x}{4}\right)^{\log_2 x-1} < \log_2 4$$

*

Повторение

2. Решите неравенства

$$7)\ \left(\frac{x}{4}\right)^{\log_2 x-1} < 4$$

Решение:

$$x > 0,\quad x \neq 1$$

$$\log_2\left(\frac{x}{4}\right)^{\log_2 x-1} < \log_2 4$$

$$(\log_2 x - 1)\log_2\left(\frac{x}{4}\right) < 2$$

$$(\log_2 x - 1)(\log_2 x - 2) < 2$$

$$(\log_2 x - 3)\log_2 x < 0$$

$$0 < \log_2 x < 3$$

Ответ:

$(1;\, 8)$

*

Повторение

3. Решите уравнение $8^x + 8 = 3 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^{x+1}$

Решение: $2^{3x} + 8 = 3 \cdot 2^{2x} + 6 \cdot 2^x$

Сделаем замену $2^x = t, \ t > 0$

$t^3 - 3t^2 - 6t + 8 = 0$ **Сгруппируем слагаемые**

$$\left(t^3 + 8\right) + \left(-3t^2 - 6t\right) = 0$$

$$(t+2)\left(t^2 - 2t + 4\right) - 3t(t+2) = 0$$

$$(t+2)\left(t^2 - 5t + 4\right) = 0$$

$$t = -2 < 0, \quad t = 1, \quad t = 4$$

$$x = 0, \quad x = 2$$

Ответ: 0; 2

* **Повторение**

4. Решите неравенство, используя метод рационализации:

1) $\log_x \dfrac{3x+2}{4-4x} \geq 0$ $\boxed{\log_a v \geq 0}$ $\boxed{(a-1)(v-1) \geq 0}$

Решение: **Сначала ограничения!**

$$\begin{cases} x > 0, \quad x \neq 1 \\ \dfrac{3x+2}{4-4x} > 0 \\ (x-1)\left(\dfrac{3x+2}{4-4x} - 1\right) \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $\left(0; \dfrac{2}{7}\right]$

*

Повторение

4. Решите неравенство, используя метод рационализации:

2) $\log_x \frac{4x+1}{6x-6} < 0$ $\boxed{\log_a v < 0}$ $\boxed{(a-1)(v-1) < 0}$

Решение:

Сначала ограничения!

$$\begin{cases} x > 0, \quad x \neq 1 \\ \frac{4x+1}{6x-6} > 0 \\ (x-1)\left(\frac{4x+1}{6x-6} - 1\right) < 0 \end{cases}$$

Ответ: $(3{,}5; +\infty)$

*

ДЗ

Решите неравенства:

1) $\sqrt{7+\log_2 x^2} > \log_2 x^6 - 3$

2) $\left(3^{x+2}+3^{-x}\right)^{3\lg x-\lg\left(2x^2+3x\right)} < 1$

3) $49^{\log_x 5} - 5^{\log_x 7} - 2 \ge 0$

*

Повторение

Разбор ДЗ:

1) $\sqrt{7+\log_2 x^2} > \log_2 x^6 - 3$

2) $\left(3^{x+2}+3^{-x}\right)^{3\lg x - \lg\left(2x^2+3x\right)} < 1$

3) $49^{\log_x 5} - 5^{\log_x 7} - 2 \geq 0$

Ответы:

1) $\left(-2; -2^{-3,5}\right];$

$\left[2^{-3,5}; 2\right)$

2) $(0; 3)$

3) $\left(1; 5^{\log_2 7}\right]$