

Высказывания и высказывательные формы

Высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Так, например, предложение "*6 — четное число*" следует считать высказыванием, так как оно истинное. Предложение "*Рим — столица Франции*" тоже высказывание, так как оно ложное.

Разумеется, **не всякое предложение является логическим высказыванием**. Высказываниями не являются, например, предложения "*ученик десятого класса*" и "*информатика — интересный предмет*". Первое предложение ничего не утверждает об ученике, а второе использует слишком неопределённое понятие "*интересный предмет*". Вопросительные и восклицательные предложения также не являются высказываниями, поскольку говорить об их истинности или ложности не имеет смысла.

Высказывательная форма — это повествовательное предложение, которое прямо или косвенно содержит хотя бы одну переменную и становится высказыванием, когда все переменные замещаются своими значениями.

Алгебра логики рассматривает любое высказывание только с одной точки зрения — является ли оно истинным или ложным. Заметим, что **зачастую трудно установить истинность высказывания**. Так, например, высказывание "*площадь поверхности Индийского океана равна 75 млн кв. км*" в одной ситуации можно посчитать ложным, а в другой — истинным. Ложным — так как указанное значение неточное и вообще не является постоянным. Истинным — если рассматривать его как некоторое приближение, приемлемое на практике.

Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания "**не**", "**и**", "**или**", "**если... , то**", "**тогда и только тогда**" и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания. Такие слова и словосочетания называются **логическими связками**.

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются **составными**. Высказывания, не являющиеся составными, называются **элементарными**.

Так, например, из элементарных высказываний "*Петров — врач*", "*Петров — шахматист*" при помощи связки "*и*" можно получить составное высказывание "*Петров — врач и шахматист*", понимаемое как "*Петров — врач, хорошо играющий в шахматы*".

При помощи связки "*или*" из этих же высказываний можно получить составное высказывание "*Петров — врач или шахматист*", понимаемое в алгебре логики как "*Петров или врач, или шахматист, или и врач и шахматист одновременно*".

Истинность или ложность получаемых таким образом составных высказываний зависит от истинности или ложности элементарных высказываний.

Каждая логическая связка рассматривается как операция над логическими высказываниями и имеет свое название и обозначение:

- НЕ
- И
- ИЛИ
- ЕСЛИ-ТО
- РАВНОСИЛЬНО





НЕ Операция, выражаемая словом "не", называется **отрицанием** и обозначается чертой над высказыванием (или знаком).
Высказывание истинно, когда А ложно, и ложно, когда А истинно. Пример. "*Луна — спутник Земли*" (А); "*Луна — не спутник Земли*" (А).



И Операция, выражаемая связкой "*и*", называется **конъюнкцией** (лат. *conjunctio* — соединение) или логическим умножением.

Высказывание **$A \wedge B$** истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания **A** и **B** истинны. Например, высказывание "*10 делится на 2 и 5 больше 3*" истинно, а высказывания

"10 делится на 2 и 5 не больше 3",

"10 не делится на 2 и 5 больше 3",

"10 не делится на 2 и 5 не больше 3" —

ложны.



ИЛИ Операция, выражаемая связкой "или", называется **дизъюнкцией** (лат. disjunctio — разделение) или логическим сложением и обозначается знаком \vee (или плюсом). Высказывание **$A \vee B$** ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны. Например, высказывание "10 не делится на 2 или 5 не больше 3" ложно, а высказывания "10 делится на 2 или 5 больше 3", "10 делится на 2 или 5 не больше 3", "10 не делится на 2 или 5 больше 3" — истинны.



ЕСЛИ-ТО Операция, выражаемая связками "если ..., то", "из ... следует", "... влечет ...", называется **импликацией** (лат. *implico* — тесно связаны). Высказывание ложно тогда и только тогда, когда **А** истинно, а **В** ложно.

Каким же образом импликация связывает два элементарных высказывания? Покажем это на примере высказываний: "данный четырёхугольник — квадрат" (**А**) и "около данного четырёхугольника можно описать окружность" (**В**). Рассмотрим составное высказывание, понимаемое как "если данный четырёхугольник квадрат, то около него можно описать окружность". Есть **три варианта**, когда высказывание истинно:

А истинно и **В** истинно, то есть данный четырёхугольник квадрат, и около него можно описать окружность;

А ложно и **В** истинно, то есть данный четырёхугольник не является квадратом, но около него можно описать окружность (разумеется, это справедливо не для всякого четырёхугольника);

А ложно и **В** ложно, то есть данный четырёхугольник не является квадратом, и около него нельзя описать окружность.

Ложен только один вариант, когда А истинно, а В ложно, то есть данный четырёхугольник является квадратом, но около него нельзя описать окружность.

В обычной речи связка "если ..., то" описывает причинно-следственную связь между высказываниями. Но в логических операциях смысл высказываний не учитывается. Рассматривается только их истинность или ложность. Поэтому не надо смущаться "бессмысленностью" импликаций, образованных



РАВНОСИЛЬНО Операция, выражаемая связками "*тогда и только тогда*", "*необходимо и достаточно*", "*... равносильно ...*", называется **эквиваленцией** или двойной импликацией. Высказывание истинно тогда и только тогда, когда значения **A** и **B** совпадают. Например, высказывания "*24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 3*", "*23 делится на 6 тогда и только тогда, когда 23 делится на 3*" истинны, а высказывания "*24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 5*", "*21 делится на 6 тогда и только тогда, когда 21 делится на 3*" ложны.



Благодарю за
внимание!