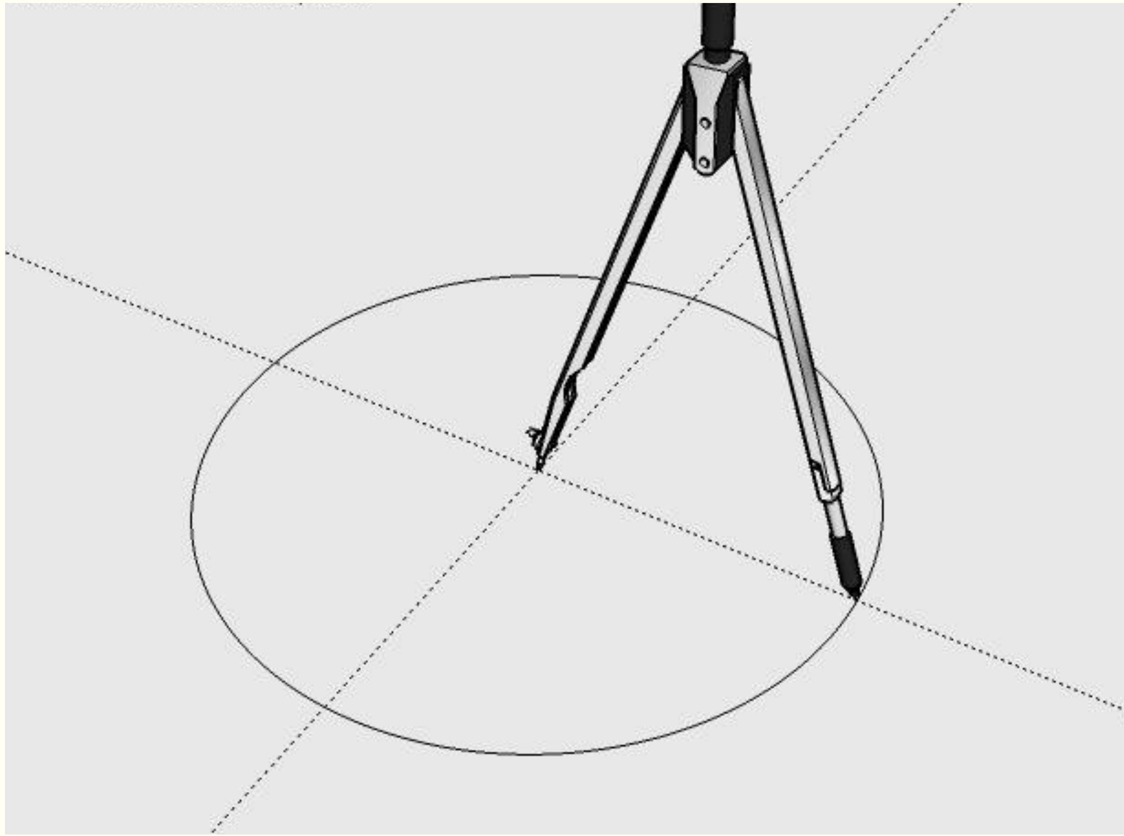
ПРОЕКТ ПО ТЕМЕ “ОКРУЖНОСТЬ”



Проект подготовил ученик класса 10-7 лицея №1502 Научный руководитель Дмитриева Л.Ф.

Семенов Егор

Окружность

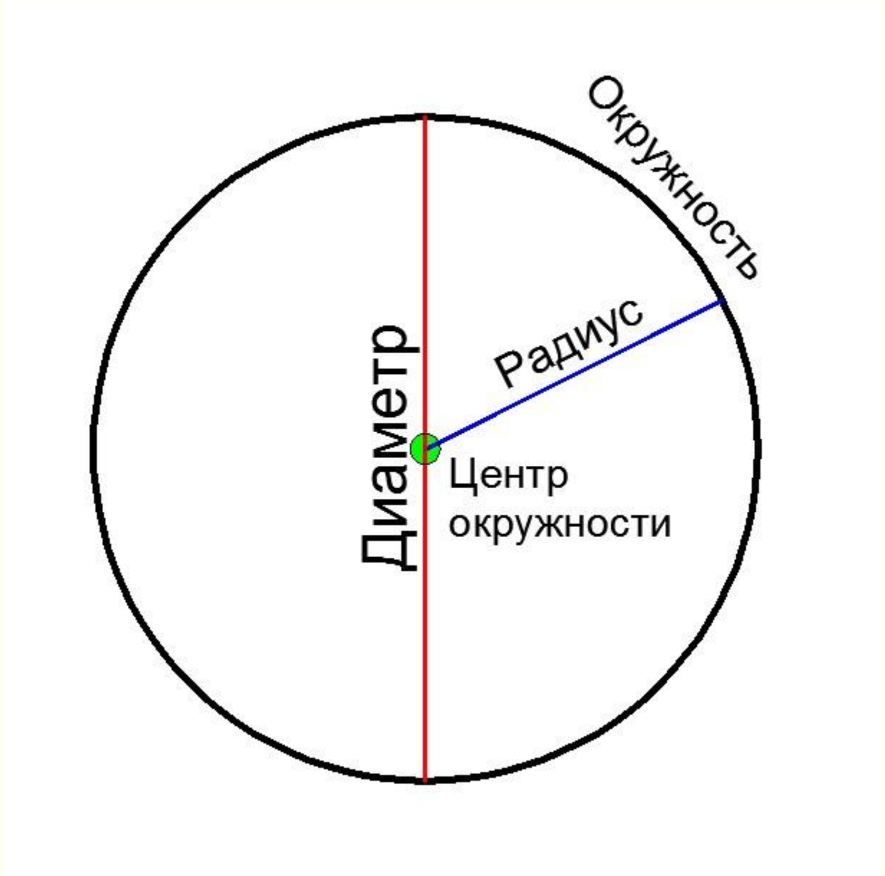
- ***Окружностью*** называется фигура, которая состоит из все точек плоскости, равноудаленных от данной точки. Эта точка называется ***центром*** окружности.
- Расстояние от точек окружности до ее центра ***радиусом*** окружности.(r)
- Отрезок, соединяющий две точки окружности, ***хордой***.

Хорда, проходящая через центр, называется ***диаметром***.(d)

Диаметр и радиус окружности

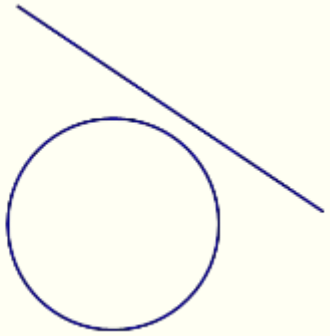
- Формулы:

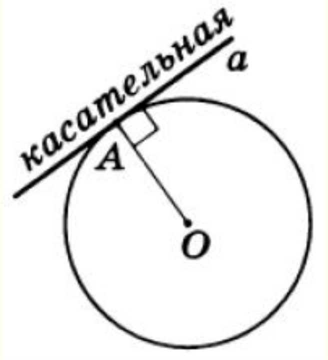
$D=2R$

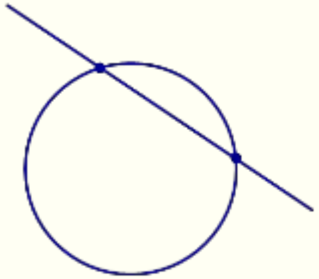


Окружность и ее свойства

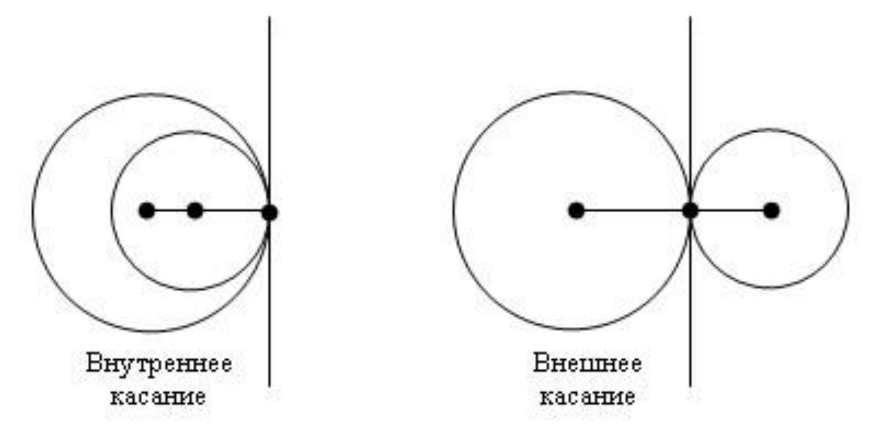
- *Прямая может не иметь с окружностью общих точек; иметь с окружностью **одну** общую точку (**касательная**); иметь с ней **две** общие точки (**секущая**).*







- Через **три точки**, не лежащие на одной прямой, можно провести **окружность**, и притом **только одну**.

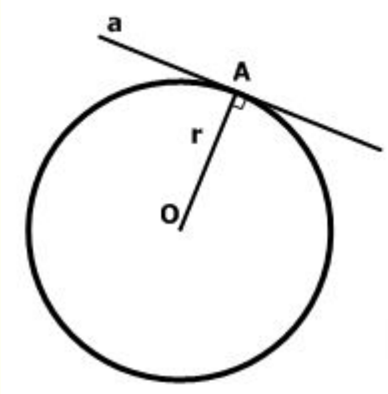


- **Точка касания** двух окружностей лежит на **линии**,

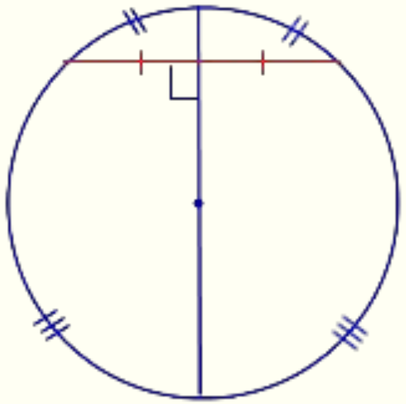
  соединяющей их **центры**.

Свойства радиуса окружности

- Радиус, проведённый в точку A окружности, перпендикулярен касательной к окружности в этой точке.



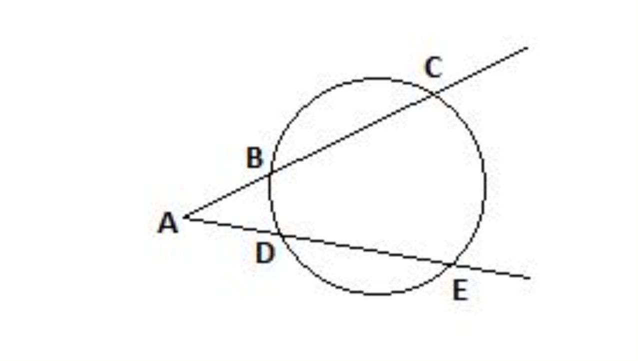
- Радиус, перпендикулярный хорде, делит её на две равные части.



Теорема о секущей

- Если из точки, лежащей вне окружности, проведены две секущие, то произведение одной секущей на её внешнюю часть равно произведению другой секущей на её внешнюю часть.

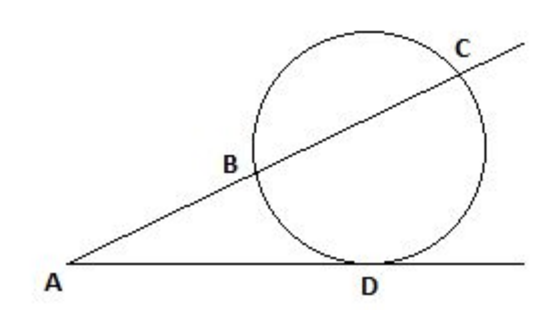
AB·AC=AD·AE



Теорема о касательной и секущей

- Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату касательной.

$AD^2 = AB \cdot AC$



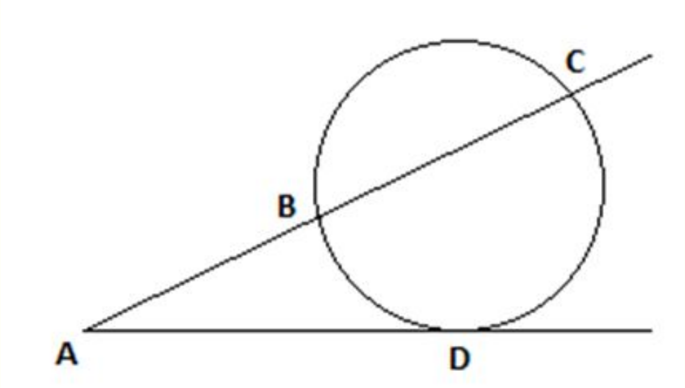
Через точку A проведены две прямые. Одна из них касается некоторой окружности в точке D, а вторая пересекает эту окружность в точках B и C, причём BC = 7 и BA = 9. Найдите DA.

Пусть точка B лежит между точками A и C. По теореме о касательной и секущей:

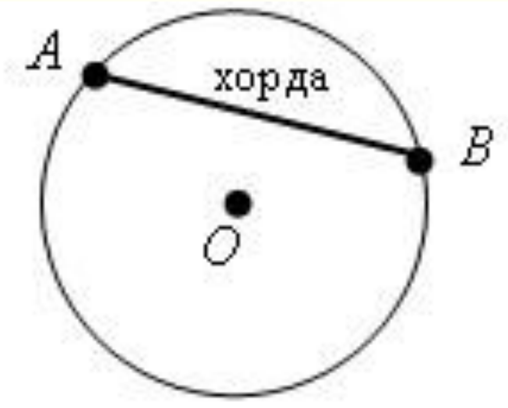
$AD^2 = AB \cdot AC$

$AM^2 = 9(7+9) = 144$

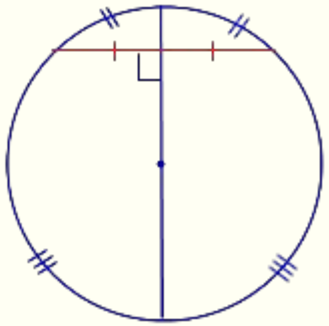
Следовательно, AM = 12.



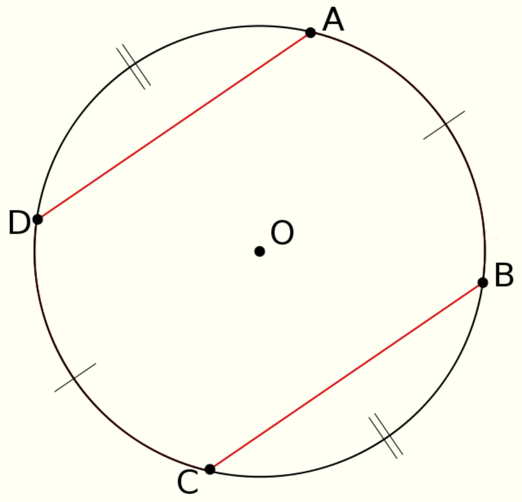
Хорда и ее свойства



- Хорда AB - отрезок, соединяющий две точки окружности.
- Свойства:
- **Диаметр**, **перпендикулярный** к хорде, делит эту **хорду** и обе стягиваемые ею **дуги пополам**. Верна и обратная теорема: если диаметр делит пополам хорду, то он перпендикулярен этой хорде.



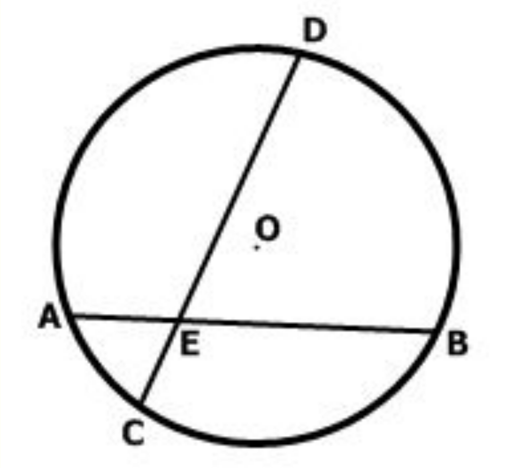
- **Дуги**, заключенные между **параллельными** хордами, **равны**.



Теорема об отрезках пересекающихся хорд

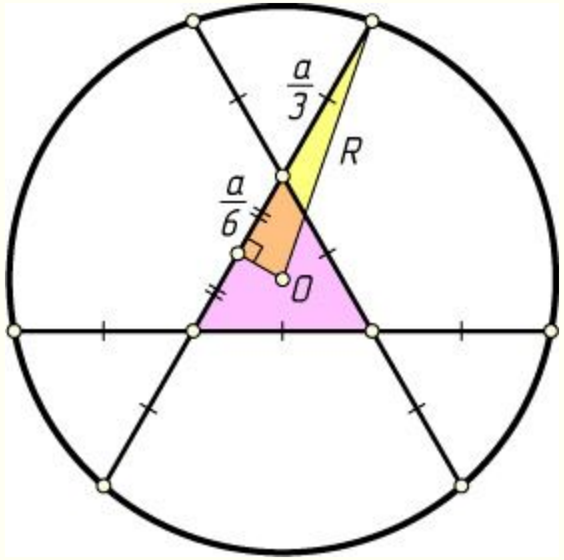
- Если две хорды окружности, AB и CD пересекаются в точке E, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды:

AE•EB = CE•ED.



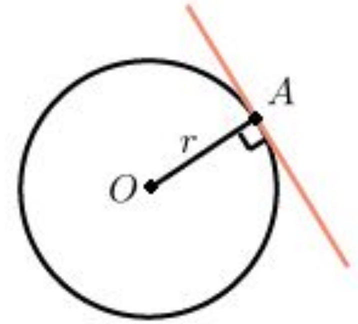
В окружности проведены три попарно пересекающиеся хорды. Каждая хорда разделена точками пересечения на три равные части. Найдите радиус окружности, если одна из хорд равна a.

- ***Из теоремы о произведениях отрезков пересекающихся хорд следует, что все три хорды равны между собой.***
- ***Поэтому точки пересечения хорд — вершины правильного треугольника со стороной $a/3$.***
- ***Поскольку равные хорды равноудалены от центра окружности, то центр O этого треугольника совпадает с центром данной окружности. Расстояние от точки O до каждой хорды равно радиусу внутренней окружности, т.е. $b/2\sqrt{3}$, где $b=a/3$.***
- ***Пусть R — искомый радиус. По теореме Пифагора находим, что $R^2=(a/2)^2+(a\sqrt{3}/18)^2=7a^2/27$***
- ***Отсюда $R=a\sqrt{7}/3\sqrt{3}$***

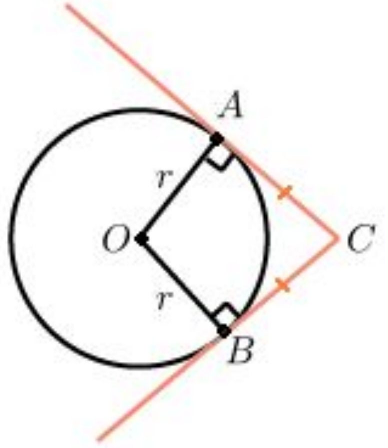


Касательная и ее свойства

- **Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной к окружности, а их общая точка называется точкой касания прямой и окружности.**



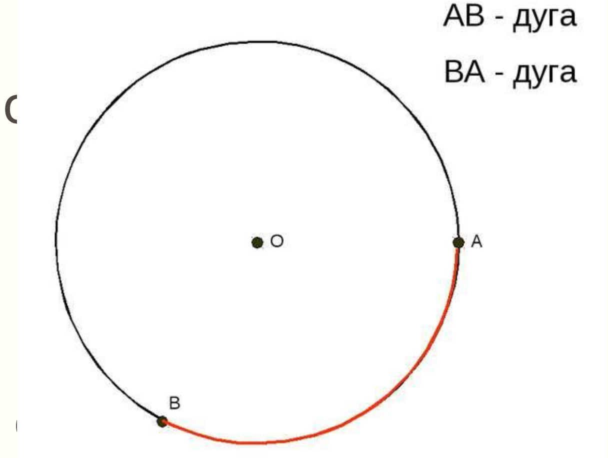
- **Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.**



- **Отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.**

Дуга и ее свойства

- Любые две не совпадающие точки окружности делят её на две части. Каждая из этих частей называется дугой окружности. Дуга называется полуокружностью, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром.



- Длина дуги L , окружности радиуса r , вычис

  L=πrα°/180°

- Длина хорды m, стягивающей дугу радиуса r, с центральным углом

  m=2rsin(α/2)

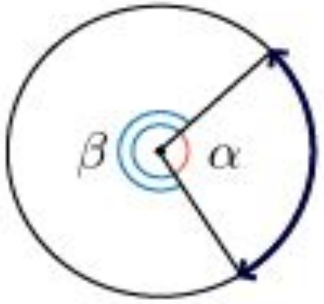
Углы в окружности

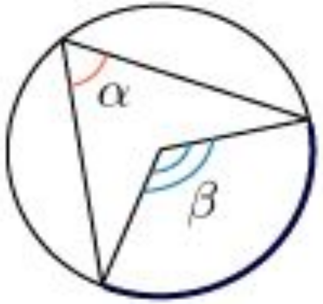
- Угол, **вершина** которого лежит в **центре** окружности, называется **центральным**. Величина центрального угла **равна** угловой **величине дуги**, на которую он опирается. (Угол β тоже можно назвать центральным. Только он опирается на дугу, которая больше 180°.)

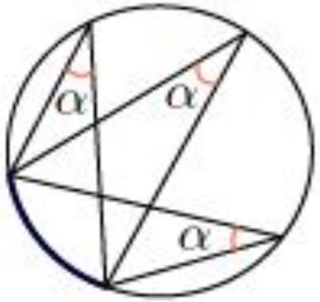
- Угол, **вершина** которого лежит **на окружности**, а **стороны пересекают** окружность, называется **вписанным**. **Величина** вписанного угла **равна половине центрального угла**, опирающегося на туже дугу, или **половине дуги,** на которую он опирается.

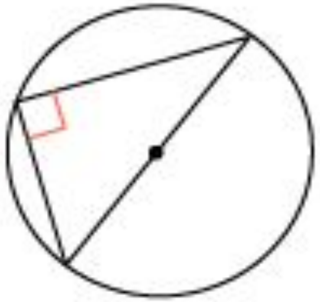
- Вписанные углы, опирающиеся на одну и туже дугу, равны.

- **Вписанный угол**, опирающийся на **диаметр**,- **прямой**.

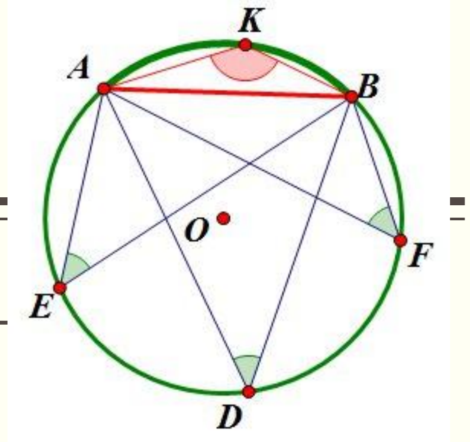






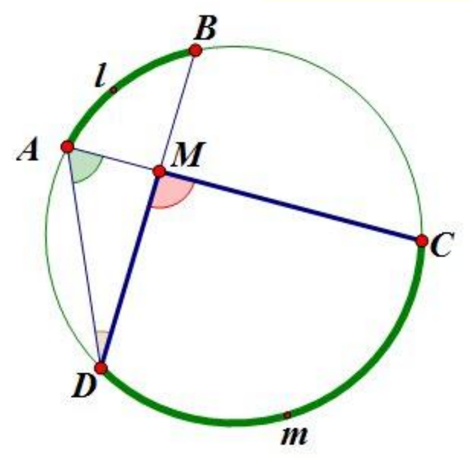


Углы в окружности



- Вписанные углы, опирающиеся на одну хорду равны или их сумма равн 180º.($\angle ADB+\angle AKB=180^\circ$; $\angle ADB=\angle AEB=\angle AFB$)

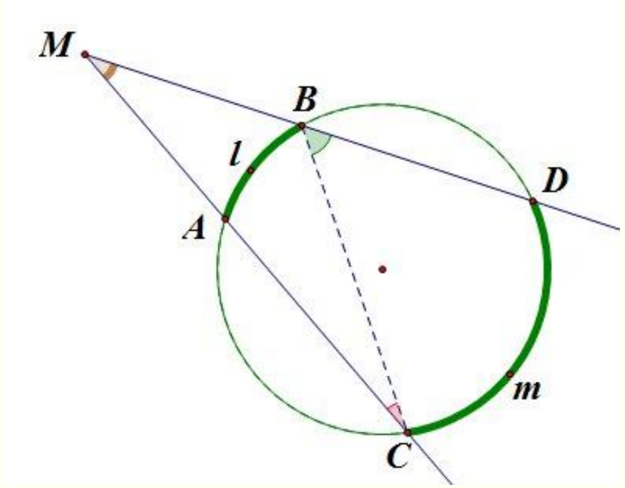
- Угол с вершиной внутри окружности равен полусумме угловых величин дуг окружности, заключенных внутри данного угла и внутри вертикального угла.



$\angle DMC=\angle ADM+\angle DAM=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{DmC}+\overset{\frown}{AlB})$

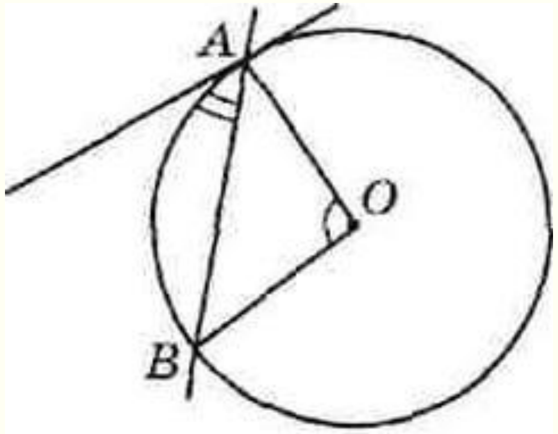
- Угол с вершиной вне окружности равен полуразности угловых величин дуг окружности, заключенных внутри угла.

$\angle M=\angle CBD-\angle ACB=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{Dmc}-\overset{\frown}{AlB})$



Свойства углов, связанных с окружностью

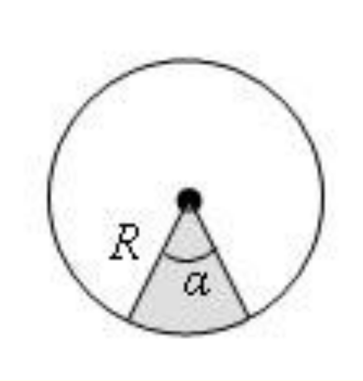
- Угол, образованный касательной к окружности и секущей, проведенной через точку касания, равен половине дуги, заключенной между его сторонами.



Длины и площади в круге

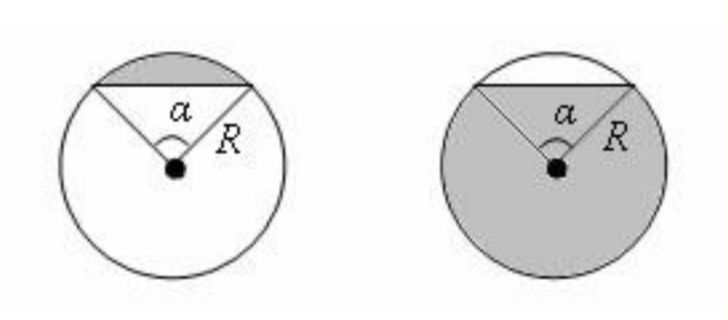
- Длина окружности C радиуса R вычисляется по формуле C = 2πR.
- Площадь S круга радиуса R вычисляется по формуле S = πR^2
- Площадь кругового сектора вычисляется по формуле

$$S = \frac{\pi R^2}{360^\circ}\alpha$$



- Площадь кругового сегмента вычисляется по формуле

$$S = \frac{\pi R^2}{360^\circ}\alpha \pm S_\Delta$$

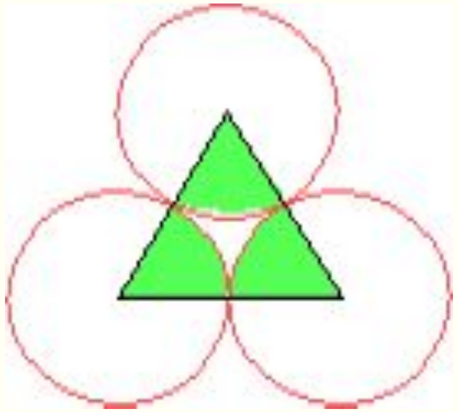


Каждая из трёх окружностей радиуса r касается двух других. Найдите площадь фигуры, расположенной вне окружностей и ограниченной их дугами, заключёнными между точками касания.

Искомая площадь равна разности площадей равностороннего треугольника с вершинами в центрах окружностей и трёх секторов данных окружностей.
Стороны треугольника равны 2r.
Из формулы

$$S = \frac{\pi R^2}{360°}\alpha$$

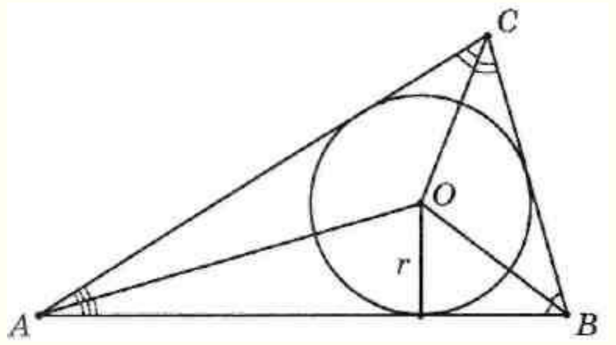
площадь кажд ставляет шестую часть площади круга.
Следовательно, искомая площадь равна:
$r^2\sqrt{3}-(3\pi r^2)/6=r^2(\sqrt{3}-\pi/2)$



ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ

Окружность и треугольник

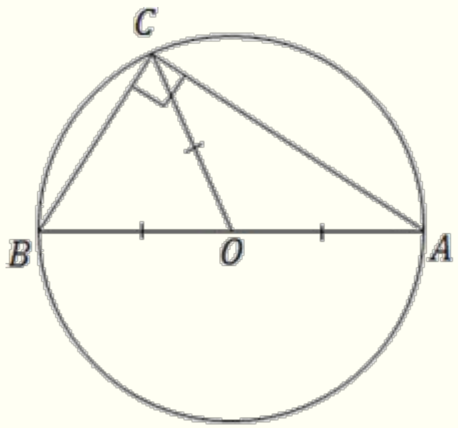
- Центр вписанной окружности — точка пересечения биссектрис треугольника, ее радиус r вычисляется по формуле:
  $r = S/p$



- Центр описанной окружности — точка пересечения серединных перпендикуляров, ее радиус R вычисляется по формуле:

$R = a/2\sin\alpha=b/2\sin\beta=c/2\sin\gamma$

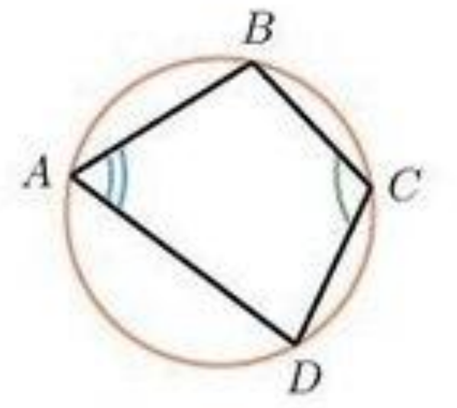
$R = abc/4S;$



- Центр описанной около прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.
- Центр описанной и вписанной окружностей треугольника совпадают только в том случае, когда этот треугольник — правильный.

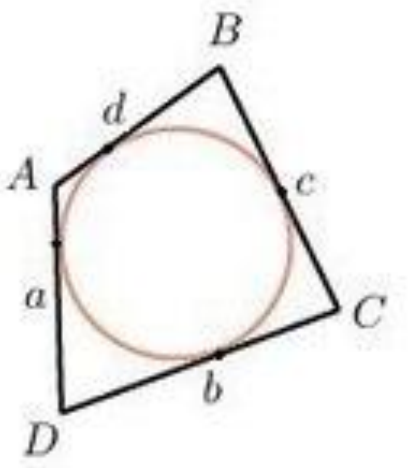
Окружность и четырехугольники

- около выпуклого четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда сумма его внутренних противоположных углов равна 180°:



$\angle A + \angle C = 180°$

- в четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда у него равны суммы противоположных сторон:



$a + c = b + d$

Окружность и четырехугольники

- около параллелограмма можно описать окружность тогда и только тогда, когда он является прямоугольником;
- около трапеции можно описать окружность тогда и только тогда, когда эта трапеция — равнобедренная; центр окружности лежит на пересечении оси симметрии трапеции с серединным перпендикуляром к боковой стороне;
- в параллелограмм можно вписать окружность тогда и только тогда, когда он является ромбом.