8

Класс
ная
работ
а

10
класс

Десятичные и натуральные логарифмы

Формула перехода к новому основанию

Цели урока

- Повторить свойства логарифмов
- Решать задачи
- Решать уравнения
- Ввести понятия натурального и десятичного логарифмов

Свойства логарифмов
(a>0, a≠1, b>0, c>0, n≠0)

$\log_a(bc)$	$\log_a b$
$\log_a \dfrac{b}{c}$	b
$\log_a b^n$	$\log_a b + \log_a c$
$\log_{a^n} b$	0
$a^{\log_a b}$	$n\log_a b$
$\log_{a^n} b^n$	1
$\log_a 1$	$\log_a b - \log_a c$
$\log_a a$	$\dfrac{1}{n}\log_a b$

Найдите значение выражений

$\log_2 16 =$ 4

$\log_{25} \frac{1}{5} =$ - 0,5

$\log_4 \frac{1}{2} =$ -0,5

$\log_{\sqrt{2}} 4 =$ 4

$7^{\log_7 3} =$ 3

$5^{2\log_5 3} =$ 9

$4^{3\log_{4^6} 9} =$ 3

$8^{\log_{\sqrt{8}} 5} =$ 25

$\log_{12} 6 + \log_{12} 2 =$ 1

$\log_6 2 - \log_6 \frac{1}{3} =$ 1

$\log_{\frac{1}{15}} 3 + \log_{\frac{1}{15}} 75 =$ -2

$\log_{\sqrt{5}} 65 - \log_{\sqrt{5}} 13 =$ 2

Десятичным логарифмом

называется логарифм <u>по основанию **10**</u>

Он обозначается ***lg***,

т.е. $log_{10}\, m = lg\, m$

Натуральным логарифмом

называется логарифм <u>по основанию ***e***</u>

Он обозначается ***ln***, т.е. $log_e\, m = ln\, m$.

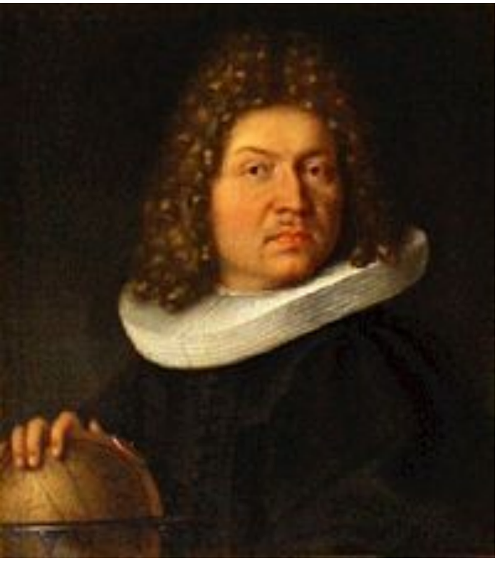
Число ***e*** является иррациональным,

$\boldsymbol{e} \approx 2{,}718281828$

Первое упоминание натурального логарифма сделал Николас Меркатор в работе *Logarithmotechnia*, опубликованной в 1668 году, хотя учитель математики Джон Спайделл ещё в 1619 году составил таблицу натуральных логарифмов.

Ранее его называли гиперболическим логарифмом, поскольку он соответствует площади под гиперболой

Происхождение термина натуральный логарифм



Саму константу впервые вычислил швейцарский математик Бернулли в ходе решения задачи о предельной величине процентного дохода. Бернулли показал, что процентный доход в случае сложного процента имеет предел: $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.

и этот предел равен 2,71828…

Экспоненту помнить способ есть простой:
два и семь десятых, дважды Лев Толстой

2,7 1828 1828

Букву *e* начал использовать Эйлер в 1727 году, а первой публикацией с этой буквой была его работа «Механика, или Наука о движении, изложенная аналитически» (1736)

Почему была выбрана именно буква ***e***, точно неизвестно. Возможно, это связано с тем, что с неё начинается слово *exponential* («показательный», «экспоненциальный»)

Другое предположение заключается в том, что буквы *a*, *b*, *c* и *d* уже довольно широко использовались в иных целях, и *e* была первой «свободной» буквой.

Проблема

Обратите внимание - действия с логарифмами ***возможны только при одинаковых основаниях***!

А если основания разные!?

$$\log_5 16 \cdot \log_2 25$$

Переход к новому основанию

Теорема

Пусть дан логарифм $log_a b$.

Тогда для любого числа c такого, что $c > 0$ и $c \neq 1$, верно равенство:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

В частности, если положить $c = b$, получим:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$$

$$1)\ \log_5 16 \cdot \log_2 25 =$$

Воспользуемся сначала свойством $\log_a b^n = n \log_a b$

$$= \log_5 2^4 \cdot \log_2 5^2 = 4 \log_5 2 \cdot 2 \log_2 5 =$$

Теперь перейдем к основанию **2** $\log_a b = \dfrac{1}{\log_c a}$

$$= 8 \cdot \frac{1}{\log_2 5} \cdot \log_2 5 = 8$$

Полезно запомнить

$$\log_a b \cdot \log_b a = \log_a b \cdot \frac{1}{\log_a b} = 1$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

Спасибо за урок