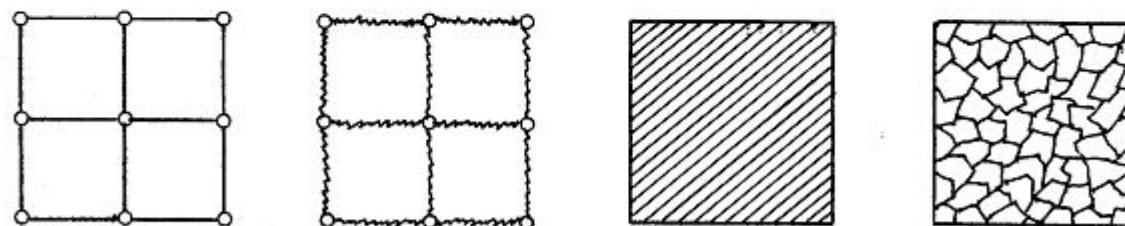
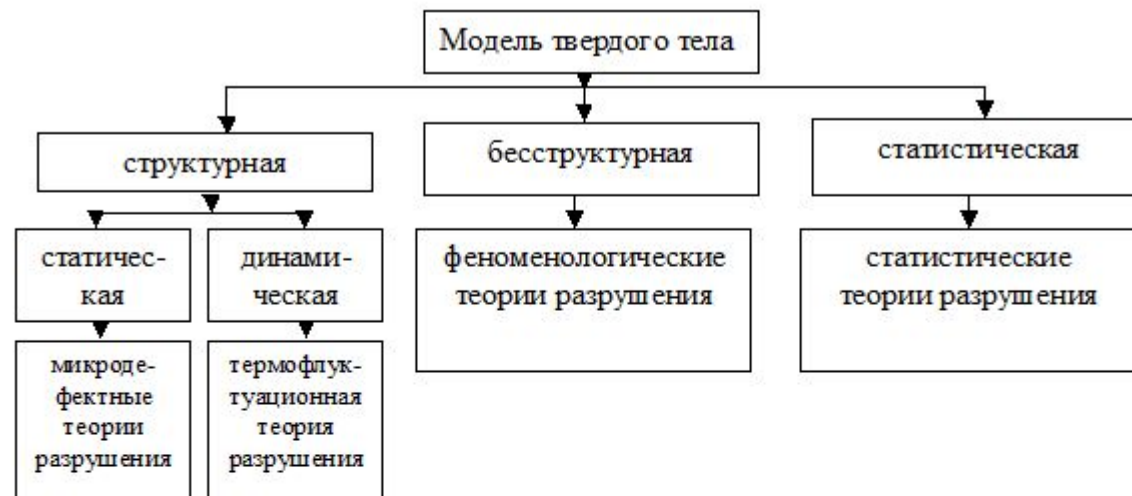


# Лекция 10. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

Прочность породы определяется величиной критических напряжений, при которых происходит ее разрушение. Эти напряжения различны для разных пород и разных способов приложения нагрузки.

Они называются *пределы прочности (временное сопротивление)*. Различают пределы прочности пород при сжатии, растяжении, сдвиге, изгибе и т.д.



а)

б)

в)

г)

Модели твердого тела: а) структурная, статическая; б) структурная, динамическая; в) бесструктурная; г) статистическая.

В данной лекции в силу ограниченности курса лекций по времени будут рассмотрены только некоторые часто применяемые на практике **феноменологические** теории прочности. Самостоятельно (например, по учебнику А.Н. Шашенко «Механика горных пород», 2004 г. **изучить критерий прочности А. Гриффитса; суть термофлуктуационной теории прочности С.Н. Журкова**). Рекомендуются к изучению условие прочности Шашенко-Парчевского и аналитическая теория прочности Г.Г. Литвинского (см. его учебник «Геомеханика», Ч.1, 2012 г.)

Теория Галилея (I теория прочности). Исторически одна из первых теорий, которую предложил Г. Галилей в 1636 г., основана на гипотезе, что материал разрушается при достижении максимальным нормальным напряжением в некоторой точке предельных значений (прочности на растяжение или сжатие), независимо от того, какими будут два меньших главных напряжения

Условие наступления предельного состояния выводится в виде

$$\max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \geq \sigma_0,$$

где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения,  $\sigma_0$  – прочность материала

Опыты во многих случаях не подтверждают эту теорию прочности. Приемлемые результаты можно получить, когда материал разрушается путём отрыва.

Для оценки прочности горных пород в случае сложного напряженного состояния используют критерии, позволяющие заменить сложное напряженное состояние одноосным напряженным состоянием, для которого пределы прочности могут быть определены путем теоретических исследований, либо путем эксперимента.

Горные породы в подавляющем большинстве можно отнести к хрупким, поэтому при расчетах можно использовать теорию Сен-Венана (2 теория прочности) – **теорию наибольших линейных деформаций**. Если наибольшая линейная деформация достигла предельного значения, то напряженное состояние считается опасным

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{II}} = \sigma_1 - \mu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_{\text{вр}},$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Для оценки разрушения пластичных можно применять **теорию наибольших касательных напряжений** (теория Кулона; третья теория прочности).

Напряженное состояние считается опасным, если наибольшие касательные напряжения достигли предельного значения.

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_{\text{вр}}$$

Другая форма записи данного критерия:

$$\tau_n = f \cdot \sigma_n + C,$$

где  $C$  – сцепление, Па;

$f$  – коэффициент внутреннего трения,  $f = \operatorname{tg} \varphi$ ,

$\varphi$  – угол внутреннего трения

$C$  и  $f$  – прочностные параметры материала. Разрушение происходит на площадках с таким углом наклона где раньше всего реализуется данное условие. Очевидно, что  $f = d\tau_n / d\sigma_n$ .

Критерий Кулона был назван условием текучести и хорошо отражает поведение идеально пластического материала при действии произвольной сжимающей нагрузки.

Однако даже для пластического материала критерий не пригоден в области растягивающих напряжений, когда разрушение происходит не пластическим сдвигом, а в виде отрыва.

Для хрупких материалов этот критерий вовсе не пригоден ввиду того, что предельная огибающая кругов О. Мора имеет переменный угол наклона (см.

## N.B.

Экспериментальная проверка этой гипотезы показала, что для пластичных материалов она приводит, в общем, к удовлетворительным результатам. Переход от упругого состояния к пластическому действительно с достаточной точностью определяется разностью между наибольшим и наименьшим из главных напряжений и слабо зависит от промежуточного главного напряжения  $\sigma_2$ . Наложение всестороннего давления на любое напряженное состояние не меняет величины наибольших касательных напряжений  $\tau_{\max}$  и, следовательно, не оказывает влияние на возникновение пластических деформаций. В частности, при всестороннем гидростатическом давлении  $\tau_{\max}$  обращается в нуль, следовательно, в материале не возникают пластические деформации. Наложение всестороннего давления влияет не на условие пластичности, а на условия разрушения. Граница разрушения отодвигается, и материал приобретает способность пластически деформироваться без разрушения, что объясняет поведение горных пород при определенных условиях.

Рассмотрим *энергетическую теорию прочности (4 теория прочности)* Представим напряженное состояние в виде двух напряженных состояний: всестороннее растяжение, где  $\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$  и во втором напряженном состоянии, где по граням элемента действуют напряжения  $\sigma_1 - \sigma_0$ ,  $\sigma_2 - \sigma_0$ ,  $\sigma_3 - \sigma_0$ .

Первое напряженное состояние вызывает изменение объема элемента без изменения формы (куб до деформации остается кубом и после деформации), второе напряженное состояние вызывает изменение формы элемента (куб превращается в параллелепипед) без изменения объема.



Напряженное состояние считается опасным, если удельная потенциальная энергия изменения формы достигла предельного значения.

Эквивалентные напряжения определяются по формуле

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_{\text{вр}}$$

Отметим, что, перестановка местами индексов напряжений 1, 2, 3 в выражении не меняет величины эквивалентных напряжений.

Наибольшее распространение в горной геомеханике для каменных материалов, подвергнутым сжимающим напряжениям, приобрела теория прочности О. Мора.

Это скорее не теория, а критерий прочности, значительно обобщающий и развивающий теорию прочности Кулона.

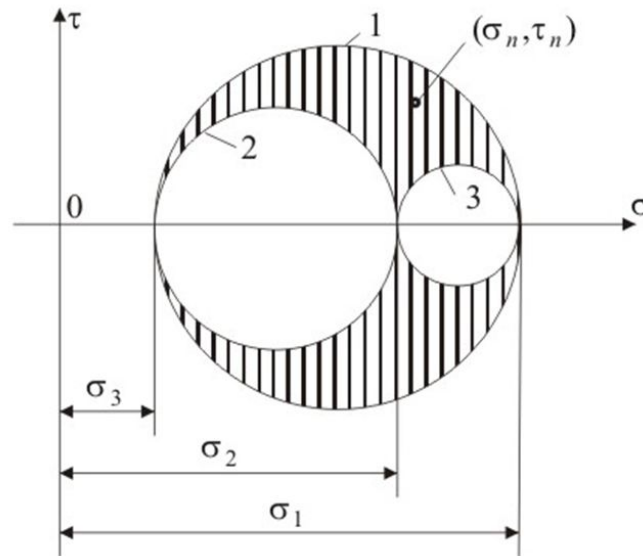
Критерий имеет в большей степени эмпирическую направленность, поскольку не объясняет полностью все наблюдаемые в эксперименте особенности изменения прочности каменных материалов.

В основе критерия прочности Мора положено утверждение, что разрушение происходит в результате преодоления внутреннего трения и сцепления на зарождающихся внутри породы поверхностях трещин. Само трение на этих поверхностях представляет собой сухое трение (закон трения Кулона), и описывается углом трения, который называют углом внутреннего трения.

Условие Мора: разрушение происходит тогда, когда на некоторой площадке величина касательного напряжения достигает критического значения, зависимо от действующего на этой площадке нормального напряжения

$$\tau_n = F(\sigma_n)$$

Точка, соответствующая определенному напряженному состоянию, с координатами  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$  лежит в заштрихованной области, т.е. не может выйти за пределы большого круга.



Круговая диаграмма для объемного напряженного состояния

**Этот критерий прочности включает в себя как частный случай критерий Кулона и является записью нелинейного паспорта прочности в виде некоторой функции, которую следует определить из опыта.**

Здесь, как и в критерии Кулона, не учитывается влияние промежуточной компоненты напряжений. Специально поставленные опыты для выяснения степени влияния среднего по величине нормального напряжения  $\sigma_2$  показали, что ошибка от неучета  $\sigma_2$  не превышает 10-15% и находится в пределах точности измеряемых параметров. Для хрупких анизотропных пород влияние  $\sigma_2$  несколько увеличивается.

Зависимость  $\tau_n = F(\sigma_n)$  является нелинейной, а потому  $f = d\tau_n / d\sigma_n = var$ , т.е.  $f$  – величина переменная.

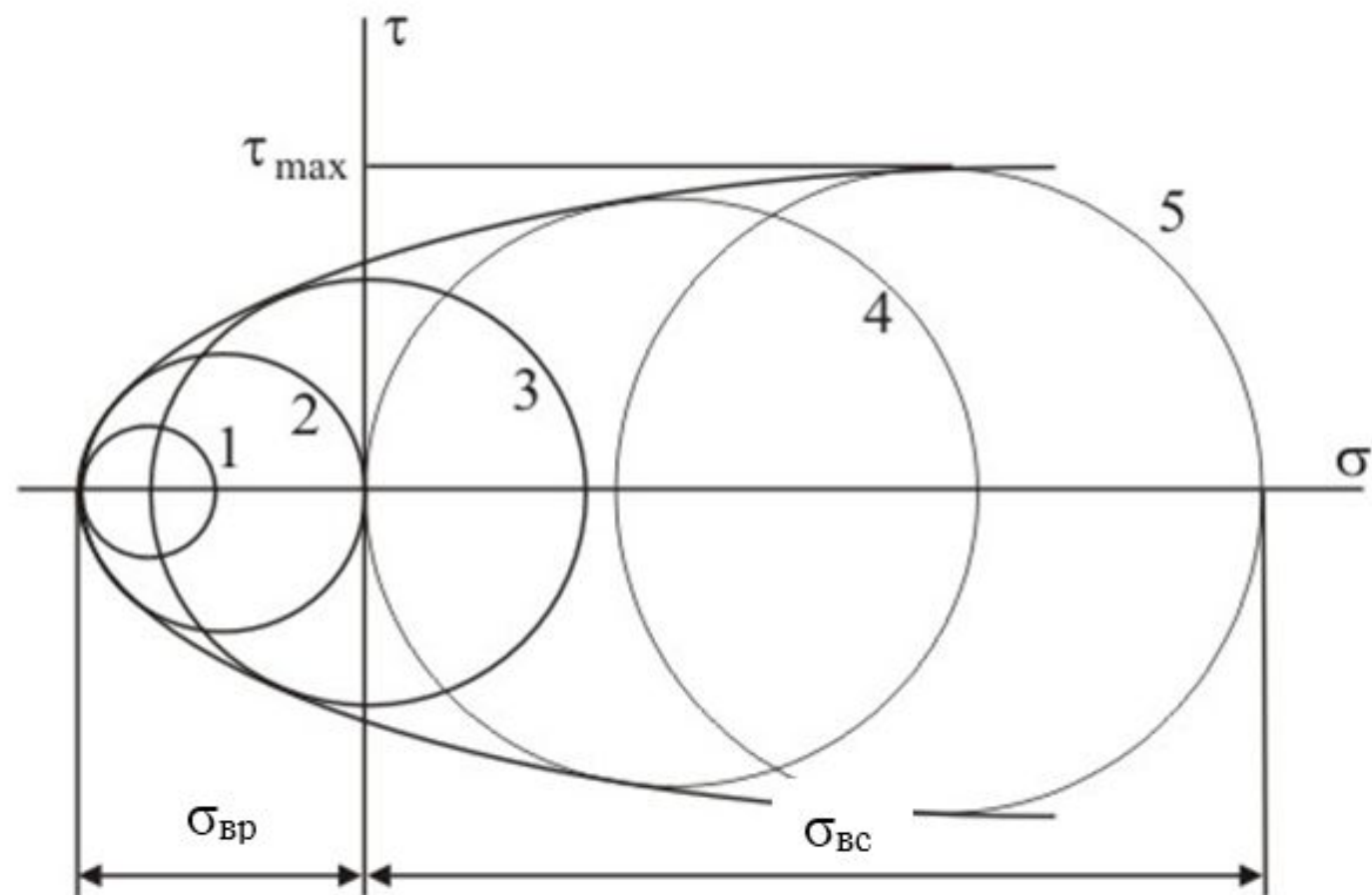
В направлении нахождения и обоснования теоретически оправданной связи между  $\tau_n$  и  $\sigma_n$  работали многие учёные, исследовавшие проблемы прочности в прошедшем XX веке (М.М. Протоdjаконов (младший), Бенjавский, Хоек и Браун, Шашенко А.Н. и др.).

**Поэтому до настоящего времени сохраняет большую актуальность проблема создания такой обобщённой теории прочности, которая была бы пригодна для достоверного описания предельных состояний и прочности всего многообразия различных материалов, – и пластичных и хрупких.**

# Паспорт прочности горной породы

**паспортом прочности горных пород** называют кривую, огибающую все круги напряжений для предельных состояний (рисунок ниже).

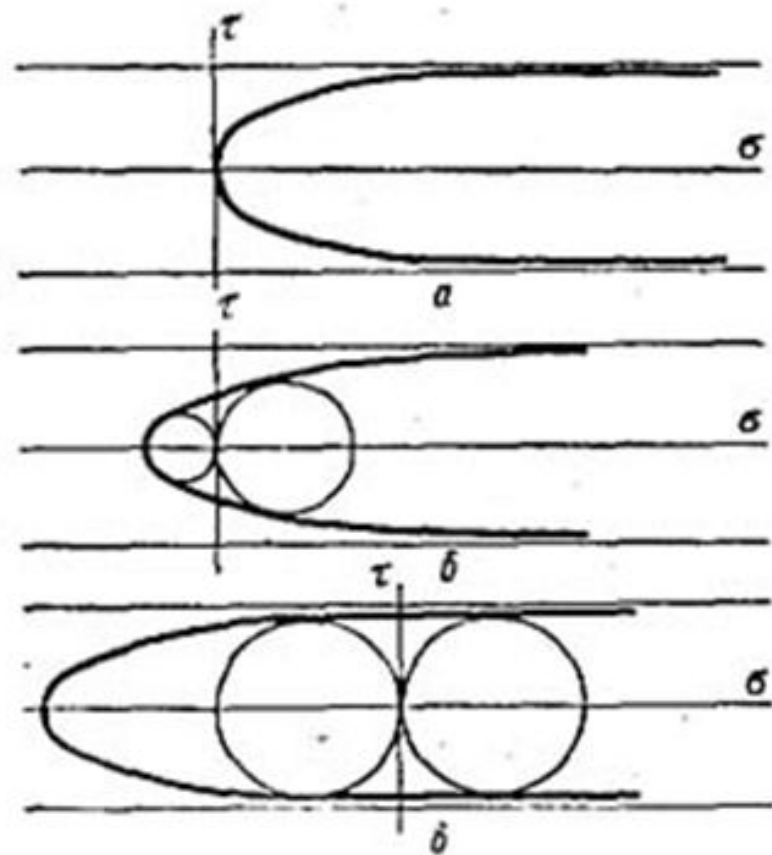
При исследовании напряженного состояния в горном массиве сжимающие напряжения геомеханики часто (вопреки общепринятому в механике правилу, для своего удобства) считают положительными.



Огибающая кривая предельных напряженных состояний: 1 – все-стороннее неравномерное растяжение; 2 – одноосное растяжение; 3 – чистый сдвиг; 4 – одноосное сжатие; 5 – всестороннее неравномерное сжатие;  $\sigma_{вс}$  – всестороннее равномерное сжатие;  $\sigma_{вр}$  – всестороннее равномерное растяжение

Положение огибающей кривой относительно начала координат характеризует степень хрупкости или вязкости пород.

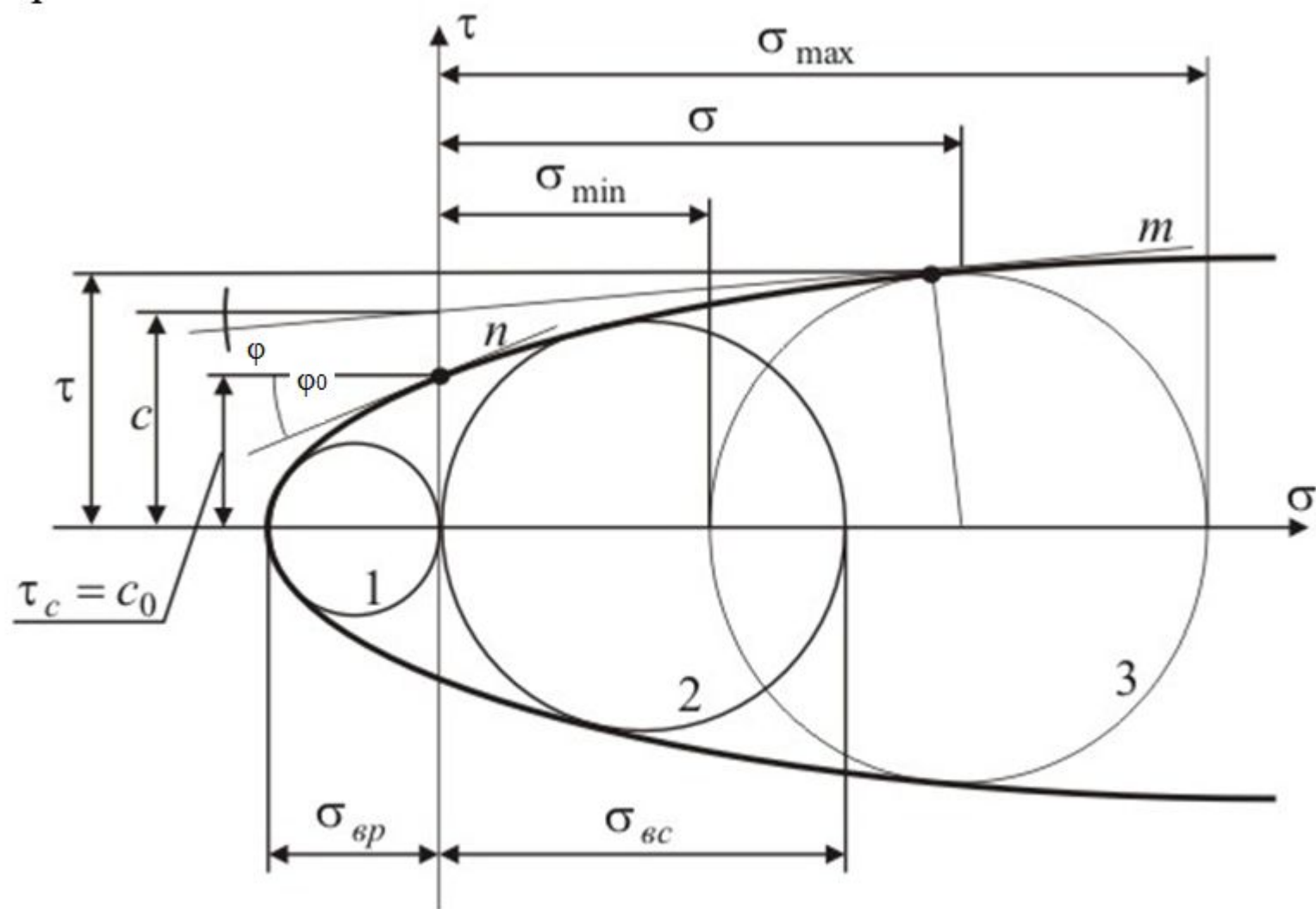
Ниже приведены огибающие кривые для сыпучих, хрупких и пластичных горных пород.



Огибающие кривые для различных материалов: а – сыпучих; б – хрупких; в – пластичных.

- Проводят испытание образца на растяжение, сжатие и при объемном сжатии, строят огибающую кривую (рисунок ниже). Основные параметры, определяемые по паспорту прочности:
- предельное сопротивление чистому сдвигу (срезу)  $\tau_c$  (сцепление  $C_0$ ) и соответствующий угол внутреннего трения  $\varphi_0$  (коэффициент внутреннего трения  $\operatorname{tg} \varphi_0$ );
- условное сцепление  $C$  при различных напряжениях  $\sigma$ ,  $\tau$  и соответствующий угол внутреннего трения (коэффициент внутреннего трения  $\operatorname{tg} \varphi$ ), эти параметры – переменные величины.
- К огибающей кривой в точке ее пересечения с осью  $\tau$  переводим касательную  $n$ . Координата точки пересечения касательной  $n$  с осью  $\tau$  определяет предельное сопротивление материала при чистом сдвиге, угол между горизонтальной линией и касательной  $n$  – угол внутреннего трения.



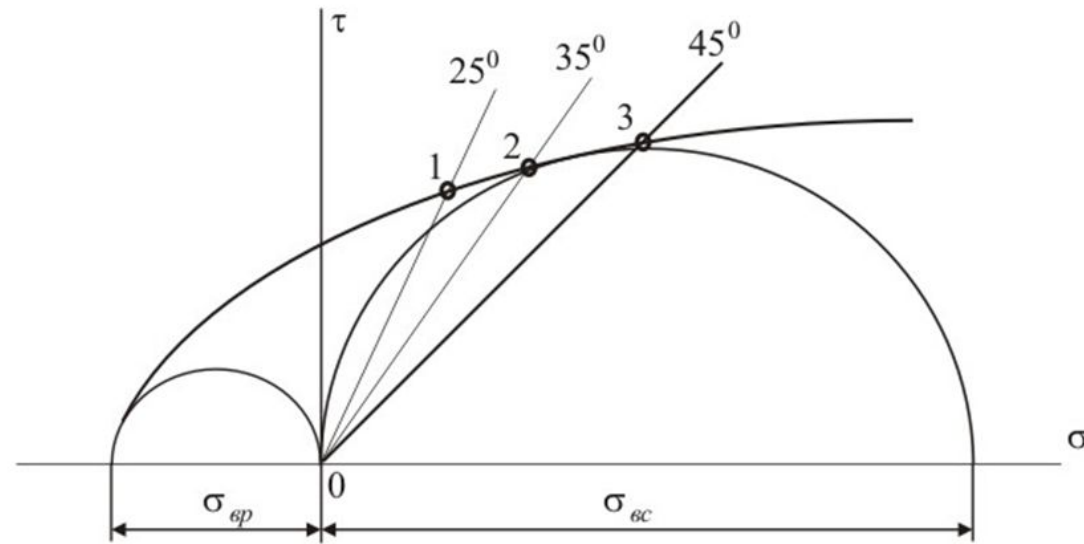


Паспорт прочности горной породы: 1 – круг одноосного растяжения; 2 – круг одноосного сжатия; 3 – круг при объемном сжатии.

Метод построения паспорта прочности по данным определения пределов прочности при объемном сжатии, одноосном сжатии и растяжении следующий.

Для построения паспорта используют результаты определения пределов прочности при объемном сжатии  $\sigma_{сж}^o$  не менее чем при трех различных значениях бокового давления. По значению  $\sigma_{сж}^o = \sigma_{max}$  и бокового давления  $p = \sigma_{min}$  строят семейство полуокружностей радиусами  $\frac{\sigma_{сж}^o - p}{2}$  с координатами центров  $(\frac{\sigma_{сж}^o + p}{2}; 0)$ .

Строят круги напряжений при одноосном растяжении и сжатии радиусами  $\frac{\sigma_{сп}}{2}, \frac{\sigma_{сс}}{2}$  с координатами центров  $(-\frac{\sigma_{сп}}{2}; 0)$  и  $(\frac{\sigma_{сс}}{2}; 0)$ . Проводят плавную кривую, огибающую все пять полуокружностей.



Паспорт прочности при испытании на растяжение, сжатие, сдвиг

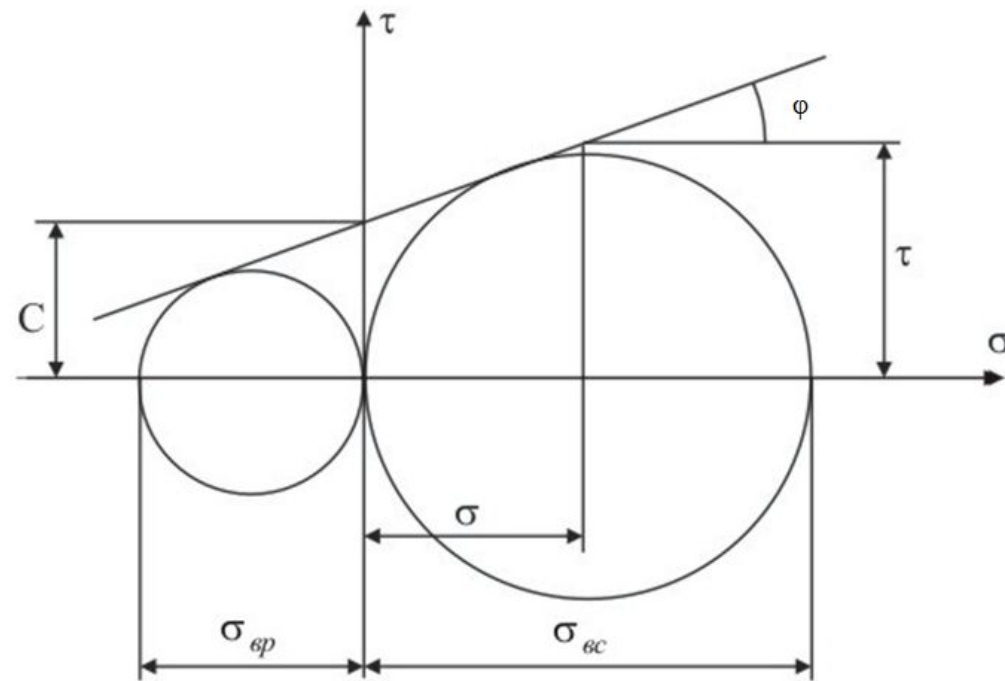
Метод построения паспорта прочности по данным определения пределов прочности при срезе со сжатием, одноосном сжатии и растяжении таков: по совокупности парных значений нормальных  $\sigma_\alpha$  и касательных  $\tau_\alpha$  напряжений, определенных при испытании на срез в координатах  $\sigma$ ,  $\tau$  отмечают точки 1, 2, 3 соответствующие углам  $\alpha = 25^\circ, 35^\circ, 45^\circ$  наклона призм.

Строят круги напряжений при растяжении и сжатии, проводят плавную кривую, огибающую полуокружности и проходящую через точки 1, 2, 4.

Упрощенный метод построения паспорта прочности по данным определения пределов прочности при одноосном сжатии и растяжении заключается в том, что на основании экспериментальных данных предела прочности при растяжении  $\sigma_{вр}$  и сжатии  $\sigma_{вс}$  строят предельные круги Мора.

К этим окружностям проводят касательную, которая будет являться огибающей предельных кругов Мора.

Уравнение этой прямой и есть паспорт прочности:  $\tau = C + \sigma \operatorname{tg} \varphi$ .



К упрощенному методу построения паспорта прочности горных пород

*Расчетный метод построения паспорта прочности рассмотреть самостоятельно (см. соотв. лабораторную работу или по учебнику С.С. Гребенкина и др. «Механика горных пород, 2004 г.»)*