

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.
Ельцина»
Кафедра теоретической механики

Курсовая работа
«Динамика кулисного механизма»
Вариант 2310045

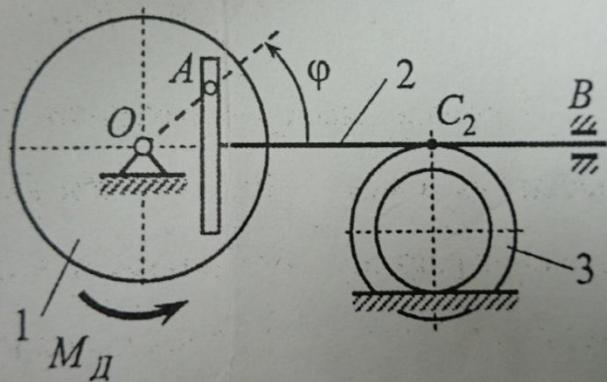
Выполнил

Студент:
Вахрушев И.В.
Группа ММ-231004

Екатеринбург
2014

Задание

- Кулисный механизм (рис. 1), состоящий из маховика 1, кулисы 2 и катка 3, расположен в горизонтальной плоскости и приводится в движение из состояния покоя вращающим моментом, создаваемым электродвигателем. Заданы массы звеньев механизма; величина вращающего момента; радиус инерции катка и радиусы его ступеней; радиус маховика, представляющего собой сплошной однородный цилиндр, $R_1 = 0,36$ м; $OA = 0,24$ м. (табл. 1).
- **Определить:**
- Угловую скорость маховика при его повороте на угол .
- Угловое ускорение маховика при его повороте на угол .
- Силу, приводящую в движение кулису в положении механизма, когда и реакцию подшипника на оси маховика.
- Силу, приложенную в центре катка и уравнивающую механизм в положении, когда .
- **Записать** дифференциальное уравнение движение механизма, используя уравнение Лагранжа второго рода и уравнение движения машины.



$m_1, \text{кг}$	$m_2, \text{кг}$	$m_3, \text{кг}$	$M_d, \text{Н*м}$	$r_3, \text{м}$	$R_3, \text{м}$	$r_3, \text{м}$	$\Phi^*, \text{рад}$
54	24	24	53	0,09	0,18	0,08	$\pi/4$

I этап

Кинематический анализ механизма

• 1.1. Определение кинематических характеристик

Используя теорему сложения скоростей и ускорений, найдем скорость и ускорение поступательно движущейся кулисы.

$$v_{2x} = \left(v_A \right)_x = -\dot{\varphi} OA \sin \varphi \quad a_{2_x} = \left(v_A \right)_x = -\dot{\varphi}^2 OA \cos \varphi - \ddot{\varphi} OA \sin \varphi$$

Угловую скорость катка находим как отношение скорости его центра к расстоянию до мгновенного центра скоростей, угловое ускорение дифференцированием угловой скорости.

$$\omega_3 = \frac{v_{C3y}}{R_3} = \frac{1}{r_3 + R_3} \dot{\varphi} OA \cos \varphi \quad \varepsilon = \dot{\omega}_3 = -\frac{1}{r_3 + R_3} \dot{\varphi}^2 OA \cos \varphi - \frac{1}{r_3 + R_3} \ddot{\varphi} OA \sin \varphi$$

I этап

Кинематический анализ

механизма

• 1.2. Уравнения геометрических связей

Уравнения связей:

$$x_A = OA \cos \varphi \quad y_A = OA \sin \varphi \quad x_{C2} = x_{C20} + OA \cos \varphi$$

$$x_{C3} = x_{c30} + \frac{r_3}{r_3 + R_3} OA \sin \varphi \quad \varphi_3 = -\frac{1}{r_3 + R_3} OA \sin \varphi$$

$$\dot{x}_{C3} = \frac{r_3}{r_3 + R_3} \dot{\varphi} OA \cos \varphi \quad \dot{\varphi}_3 = \frac{1}{r_3 + R_3} \dot{\varphi} OA \cos \varphi$$

II этап

Определение угловой скорости и углового ускорения маховика.

• 2.1. Кинетическая энергия системы

Кинетическую энергию находим как сумму кинетических энергий его звеньев. После тождественных преобразований:

$$\frac{I_{\text{пр}}(\varphi)\dot{\varphi}^2}{2}$$

$$I_{\text{пр}} = \frac{m_1 R_1^2}{2} + m_2 (-OA \sin \varphi)^2 + m_3 \left(\frac{-r_3}{r_3 + R_3} \cdot OA \sin \varphi \right)^2 + m_3 \rho_3^2 \left(-\frac{1}{r_3 + R_3} \cdot OA \sin \varphi \right)^2$$

$$I_{\text{пр}} = 51.53 \left(\text{кг} \cdot \text{м}^2 \right)$$

II этап

Определение угловой скорости и углового ускорения маховика.

- **2.2. Производная кинетической энергии по времени**

Производную кинетической энергии по времени находим по правилу вычисления производной произведения и производной сложной функции

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 + I_{\text{пр}}(\varphi) \dot{\varphi} \ddot{\varphi}$$

здесь

$$\frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} = - \frac{\left(m_2 (r_3 + R_3)^2 + m_3 (\rho_3^2 + r_3^2) \right)}{(r_3 + R_3)^2} OA^2 \sin 2\varphi$$

$$\frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} = 0.099$$

II этап

Определение угловой скорости и углового ускорения маховика.

• 2.4. Определение угловой скорости маховика при его повороте на угол φ^*

Для определения угловой скорости маховика применяем теорему об изменении кинетической энергии. После подстановки мы получим:

$$\frac{I_{\text{пр}} \left(\frac{\pi}{4} \right) \varphi^2}{2} = M_{\text{д}} \frac{\pi}{4} \quad \text{где } I_{\text{пр}} \quad , \quad I_{\text{пр}} \left(\frac{\pi}{4} \right) = 51.53$$

$$\varphi \left(\frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{\frac{0.24 \cdot 0.71}{0.08 + 0.18}} = 6.6 (\text{м} / \text{с}^2)$$

II этап

Определение угловой скорости и углового ускорения маховика.

• 2.5. Определение углового ускорения маховика при его повороте на угол φ^*

Воспользуемся теоремой об изменении кинетической. После подстановки мы получим:

$$I_{\text{пр}}(\varphi)\omega^2 + \frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} \omega^2 = M_{\text{д}}$$

подставляя значения получим,

$$\varepsilon_1 \left(\varphi^* = \frac{\pi}{4} \right) = \frac{53 - \frac{1}{2} \cdot 0.099 \cdot (6.6)^2}{51.53}$$

Краткие итоги II этапа

$$\omega = 6,6 \text{ рад/с}$$

$$\varepsilon = 9.8 \text{ рад/с}^2$$

III этап

Определение реакций связей и уравновешивающей силы

- **3.1. Определение реакций внешних и внутренних связей в положении φ^***

С помощью принципа д'Аламбера определим реакцию подшипника на оси маховика и силу, приводящую в движение кулису.

$$\sum F_{kx} = 0; \quad X_O + N_A = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad Y_O = 0,$$

$$\sum m_O(\overset{\boxtimes}{F}_k) = 0; \quad M_D - M^\Phi - N_{Ax} y_A = 0;$$

III этап

Определение реакций связей и уравновешивающей силы

$$N_A = \frac{M^\Phi - M_D}{y_A} = \frac{I_1 \Phi - M_D}{y_A}$$

$$N_A = \frac{51.53 \cdot 9.8 - 53}{0.24 \cdot \sin \frac{\pi}{4}} = 144.87(H)$$

$$X_O = -N_{A_x} = -144.87(H)$$

$$Y_O = 0,$$

III этап

Определение реакций связей и уравновешивающей силы

- **3.2. Определение силы
уравновешивающей кулисный
механизм**

Найдем силу, которую надо приложить к оси катка, чтобы она уравновешивала действие момента, создаваемого электродвигателем в положении маховика.

$$F_x = \frac{M_D (r_3 + R_3)}{R_3 OA \sin \varphi} = \frac{53(0.08 + 0.16)}{0.8 \cdot 0.24 \cdot 0.013}$$

Краткие итоги III этапа

$$F_A = 144.87\text{H}$$

$$X_O = -144.87\text{H}$$

$$Y_O = 0, \text{H}$$

$$F_{C_3} = 5512\text{H}$$

IV этап

Составление дифференциального уравнения движения кулисного механизма

• 4.1. Уравнение Лагранжа второго рода

Подстановка найденных значений в уравнение Лагранжа дает

$$I_{\text{пр}}(\varphi)\ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 = M_{\text{д}} \quad \text{подставляя точные значения получаем}$$

$$(3.24 + 2.147 \cdot \sin \varphi^2) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \cdot (2.147 \cdot 2 \cos \varphi \sin \varphi) \cdot \dot{\varphi}^2 = M_{\text{д}} \quad \text{при угле } \varphi^* = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Получаем } (3.24 + 2.147 \cdot \sin \varphi^2) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \cdot (2.147 \cdot 2 \cos \varphi \sin \varphi) \cdot \dot{\varphi}^2 = 53$$

IV этап

Составление дифференциального уравнения движения кулисного механизма

• 4.2. Уравнение движения машины

Подстановка найденных значений в уравнение Лагранжа дает

$$I_{\text{пр}}(\varphi)\ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 = M_{\text{пр}} \quad \text{подставляя точные значения получаем}$$

$$(3.24 + 2.147 \cdot \sin \varphi^2) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \cdot (2.147 \cdot 2 \cos \varphi \sin \varphi) \cdot \dot{\varphi}^2 = M_{\text{пр}} \quad \text{при угле } \varphi^* = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{получаем } (3.24 + 2.147 \cdot \sin \varphi^2) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \cdot (2.147 \cdot 2 \cos \varphi \sin \varphi) \cdot \dot{\varphi}^2 = 53$$

ИТОГОВЫЕ ОТВЕТЫ

$$F_A, 144.87, \text{Н}$$

$$X_0 = -144.87, \text{Н}$$

$$Y_0 = 0, \text{Н}$$

$$F_{c3} = 5512, \text{Н}$$

$$\omega = 6,6 \text{ рад/с}$$

$$\varepsilon = 9,8 \text{ рад/с}^2$$