



ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ



Московский государственный
технический университет
им. Н.Э. Баумана



Кафедра
"Инженерная графика"

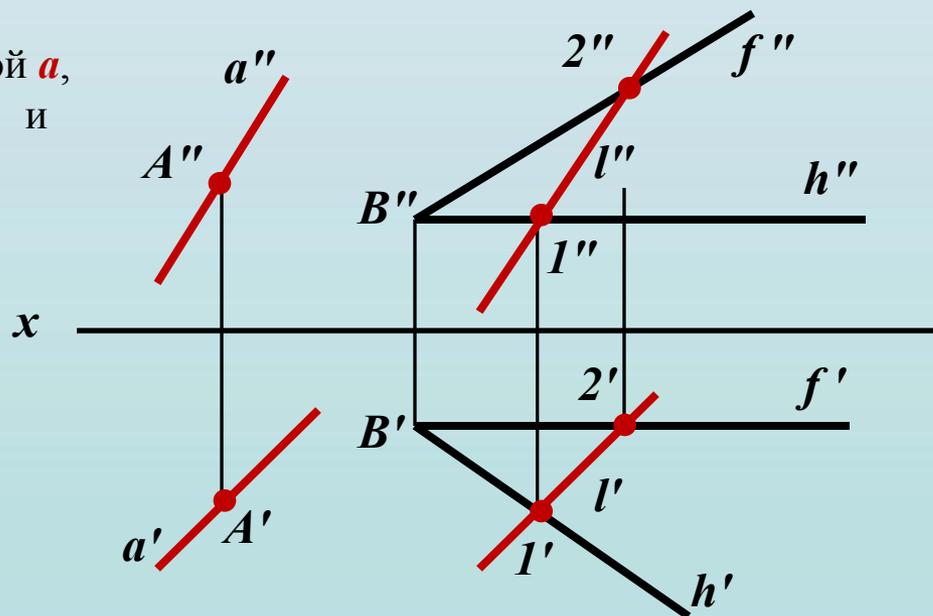
Горячкина А.Ю.

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

ТЕОРЕМА. Если прямая параллельна плоскости, то проекции данной прямой параллельны одноименным проекциям какой-либо прямой, принадлежащей данной плоскости:

$$a \parallel \alpha \Leftrightarrow a' \parallel l'_\alpha \wedge a'' \parallel l''_\alpha$$

Построить проекции прямой a , проходящей через точку A и параллельной плоскости α



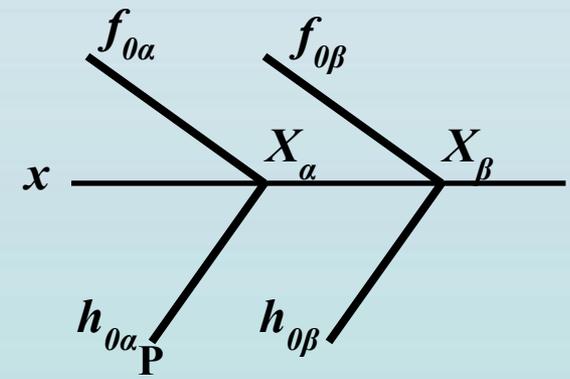
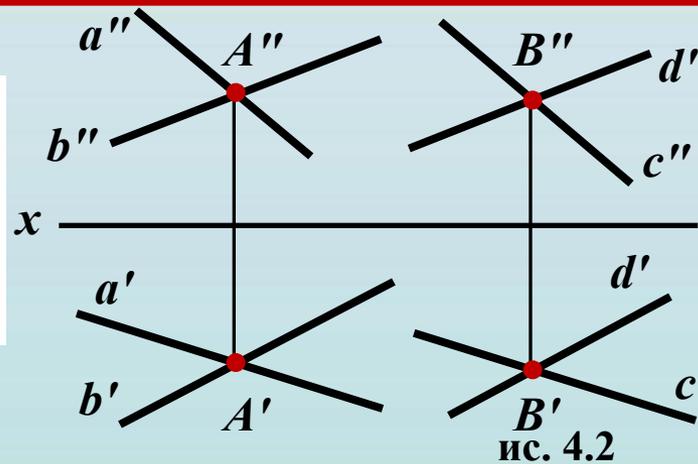
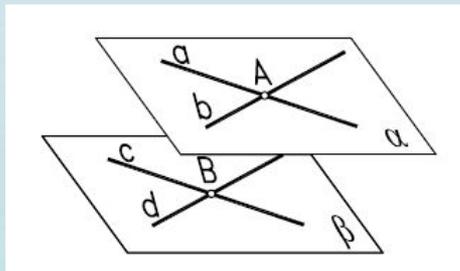
$$a \parallel \alpha (h, f), l \in \alpha \Leftrightarrow a' \parallel l' \wedge a'' \parallel l''$$



ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

ТЕОРЕМА. Две плоскости параллельны, если проекции двух пересекающихся прямых одной плоскости параллельны одноименным проекциям двух пересекающихся прямых другой плоскости

СЛЕДСТВИЕ. Если две плоскости параллельны, то их одноименные следы параллельны



ис. 4.2

Рис. 4.1

$$\alpha (a \cap b) \parallel \beta (c \cap d) \Leftrightarrow a' \parallel c', b' \parallel d' \wedge a'' \parallel c'', b'' \parallel d''$$

$$\alpha \parallel \beta \Leftrightarrow h_{0\alpha} \parallel h_{0\beta} \wedge f_{0\alpha} \parallel f_{0\beta}$$

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

В общем случае отношение перпендикулярности в пространстве не сохраняет признаков перпендикулярности на чертеже

ТЕОРЕМА. Если прямая перпендикулярна плоскости, то горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали плоскости, а фронтальная проекция прямой перпендикулярна фронтальной проекции фронтالي данной плоскости

$$n \perp \alpha (h, f) \Leftrightarrow n' \perp h' \wedge n'' \perp f''$$

Пример: Построить проекции прямой, перпендикулярной к заданной плоскости и проходящей через точку A .

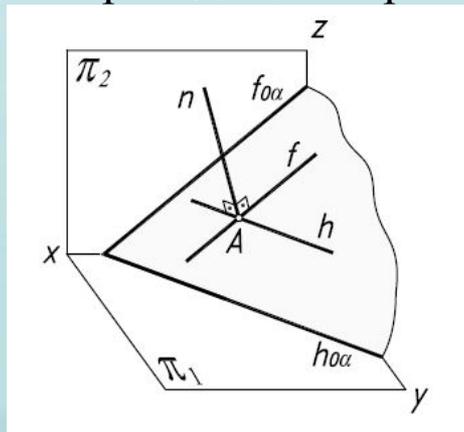


Рис. 4.3

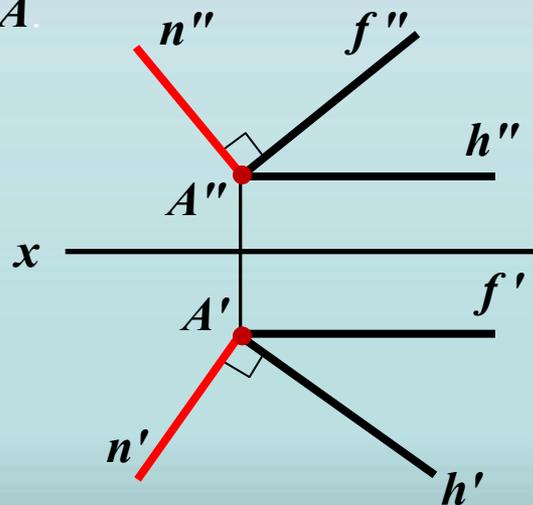
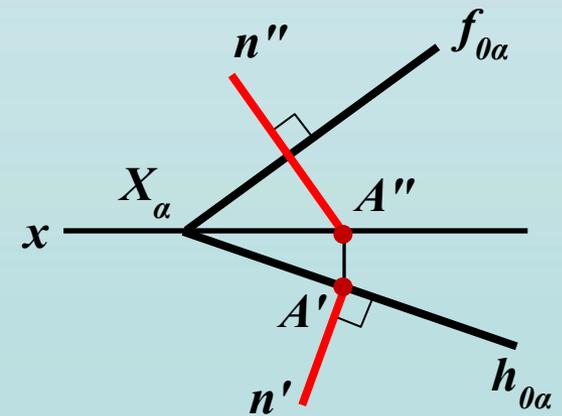


Рис. 4.4



ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

ТЕОРЕМА. Если плоскости взаимно перпендикулярны, то одна из них содержит хотя бы одну прямую, горизонтальная проекция которой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали (горизонтальному следу) плоскости, а фронтальная проекция прямой перпендикулярна фронтальной проекции фронтали (фронтальному следу) данной плоскости

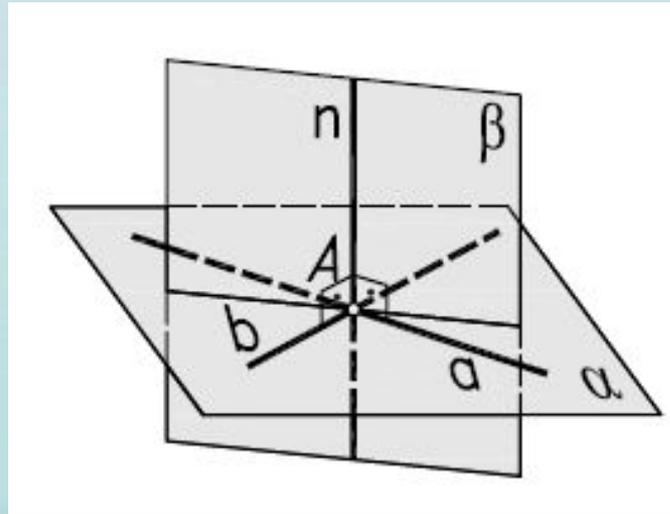
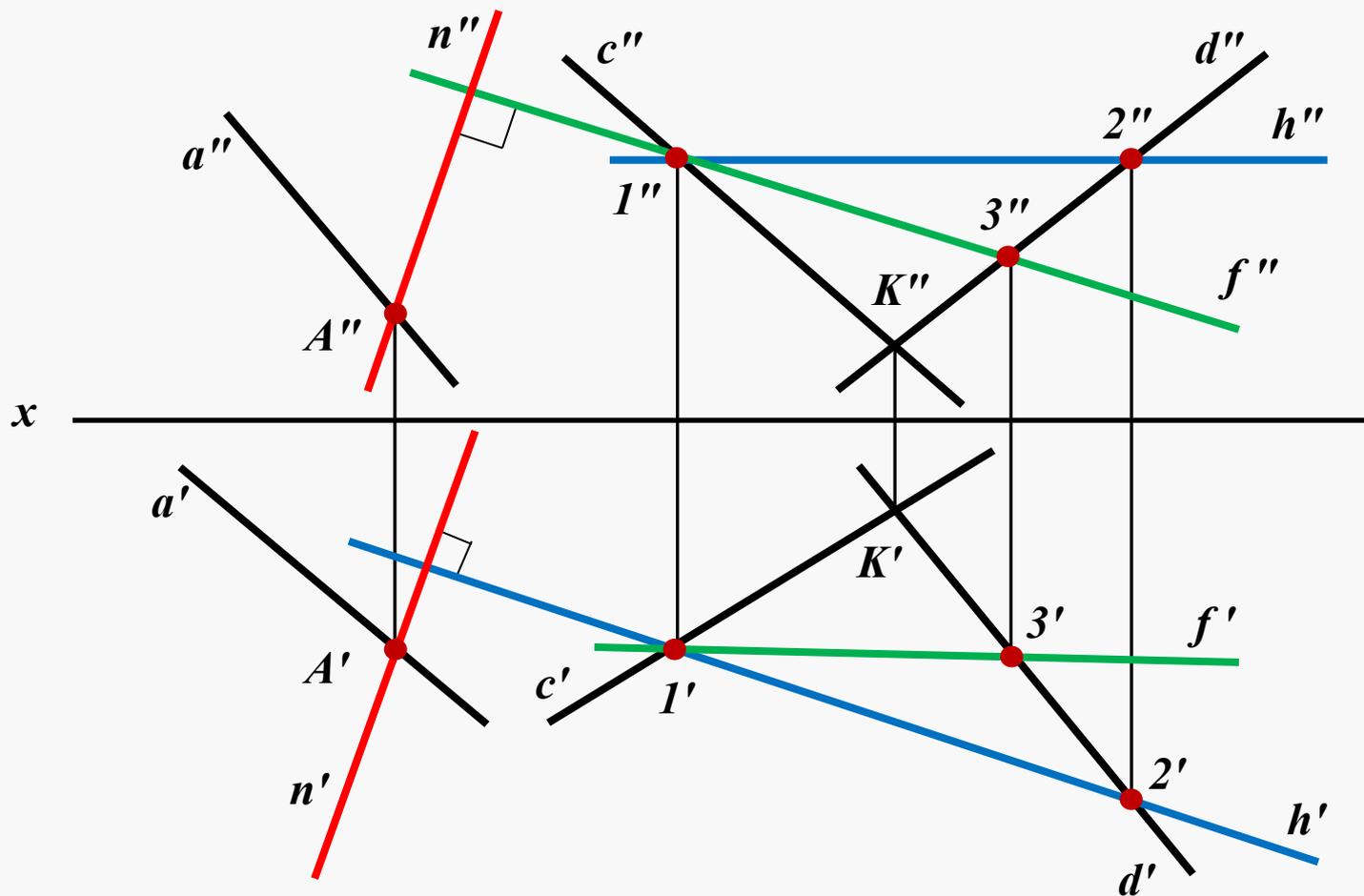


Рис. 4.6



Пример: Построить проекции плоскости, перпендикулярной к заданной плоскости и проходящей через точку A и прямую a

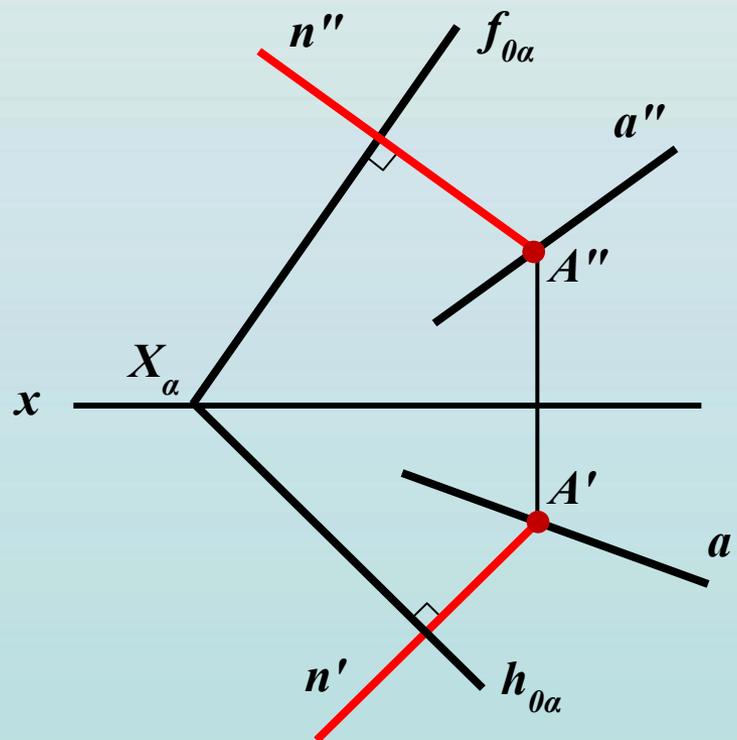


$$\beta(a, n) \perp \alpha(c, d) \Leftrightarrow n' \perp h', n'' \perp f''$$

Рис. 4.7



Пример: Построить проекции плоскости, перпендикулярной к заданной плоскости и проходящей через точку A и прямую a



$$\beta(a, n) \perp \alpha(h_{0\alpha}, f_{0\alpha}) \Leftrightarrow n' \perp h_{0\alpha}, n'' \perp f_{0\alpha}$$



ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

Пересечение плоскостей, одна из которых проецирующая

Примечание. Одна из проекций искомой линии пересечения **известна сразу**: она совпадает с соответствующим следом проецирующей плоскости.

Вторая проекция находится **по принадлежности искомой линии другой, непроецирующей плоскости**

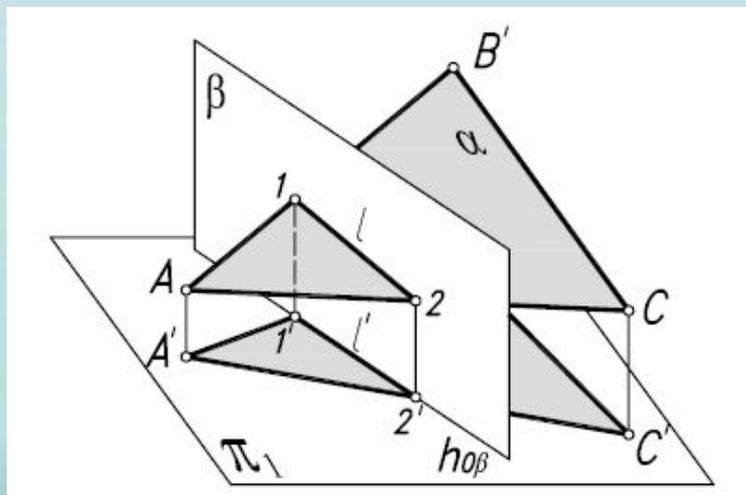


Рис. 4.8



Пересечение плоскостей, одна из которых проецирующая

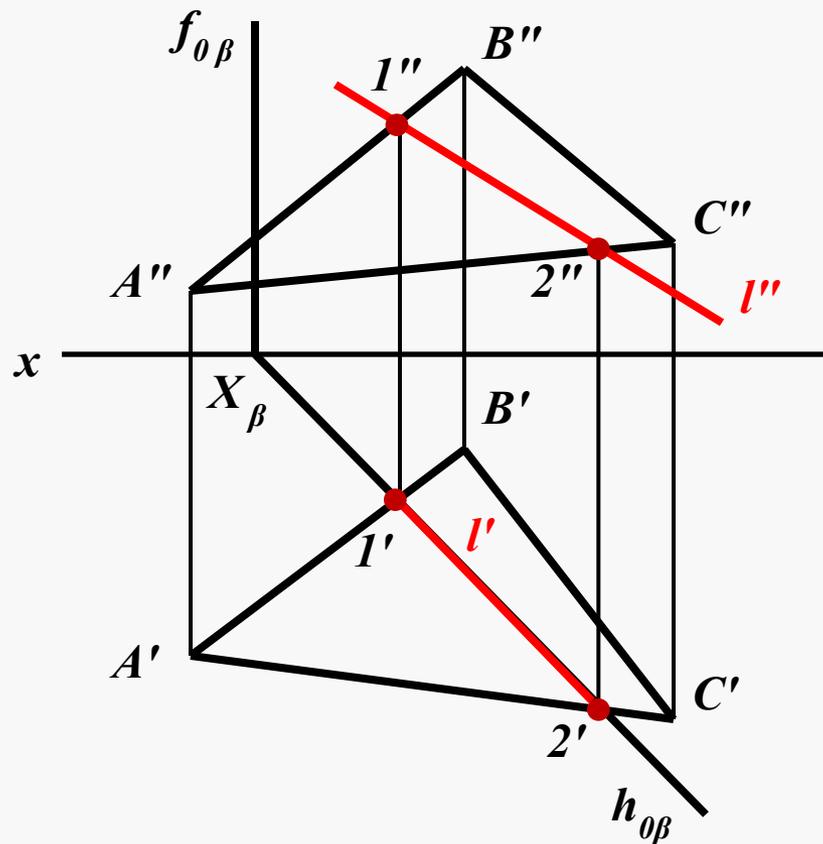


Рис. 4.9

$$\alpha (ABC) \cap \beta (\beta \perp \pi_1) \Rightarrow l' \in h_{0\beta}$$



Пересечение двух плоскостей общего положения

Пример: Построить линии пересечения заданных плоскостей $\alpha \cap \beta = K_1K_2$

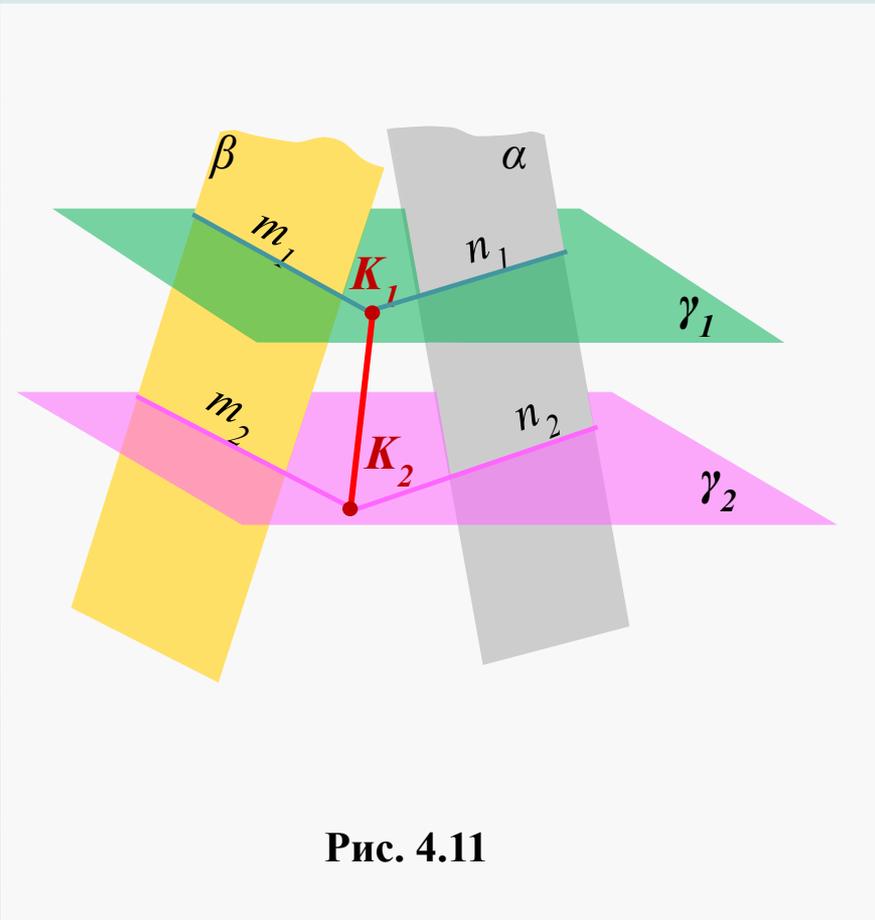


Рис. 4.11

Алгоритм решения:

1. Ввести плоскость-посредник $\gamma_1 (\gamma_1 \perp \pi)$
2. Построить линии пересечения плоскости γ_1 с каждой из заданных плоскостей:
 $\gamma_1 \cap \alpha = n_1$
 $\gamma_1 \cap \beta = m_1$
3. Найти точку K_1 пересечения построенных линий
 $n_1 \cap m_1 = K_1$
4. Ввести вторую плоскость-посредник $\gamma_2 (\gamma_2 \perp \pi)$ и повторить построения (п.п. 2, 3) для нахождения точки K_2
 $\gamma_2 \cap \alpha = n_2$
 $\gamma_2 \cap \beta = m_2$
 $n_2 \cap m_2 = K_2$
5. Провести искомую прямую K_1K_2 через две найденные точки



Пересечение двух плоскостей общего положения

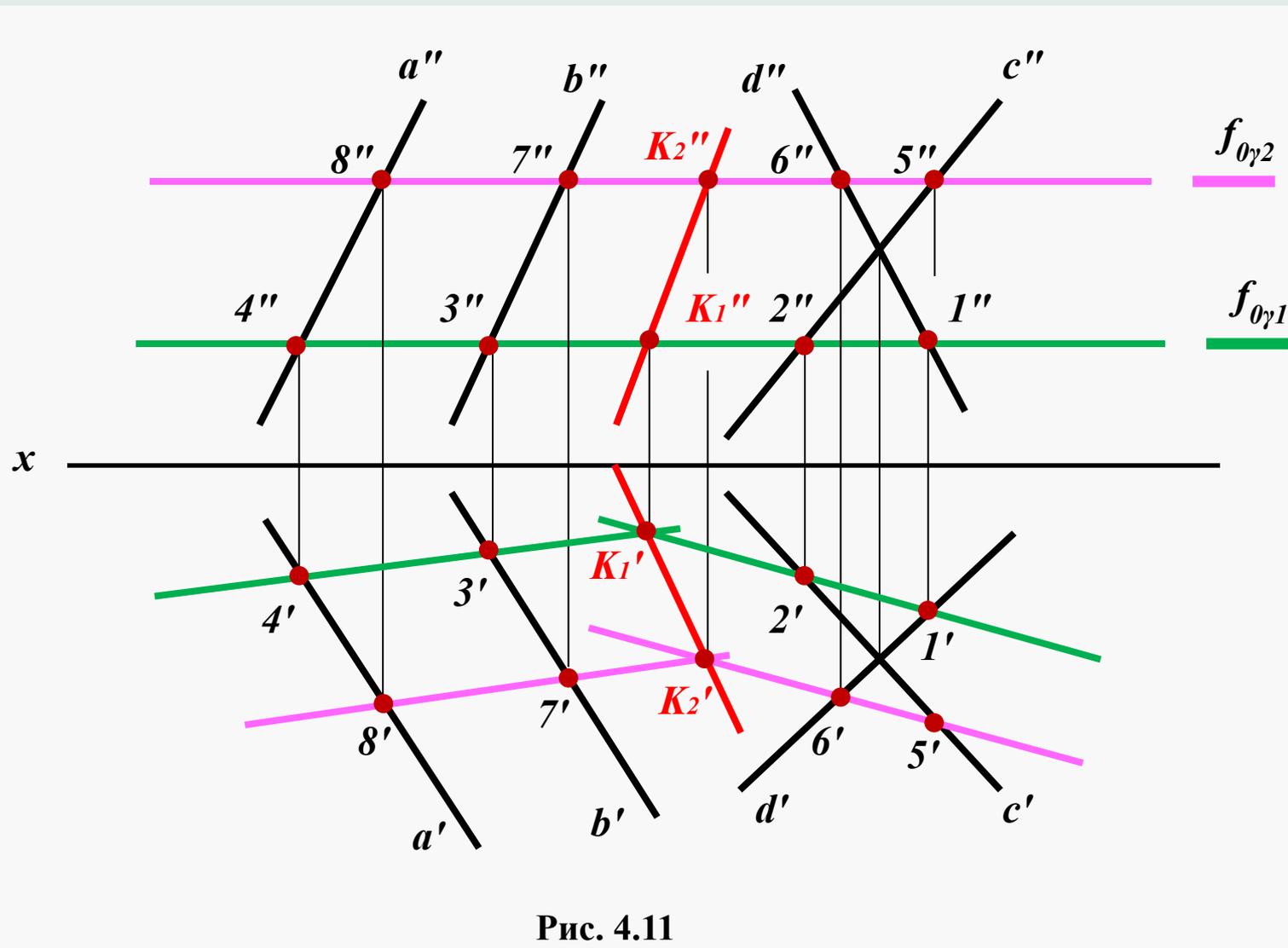


Рис. 4.11



Пересечение двух плоскостей общего положения

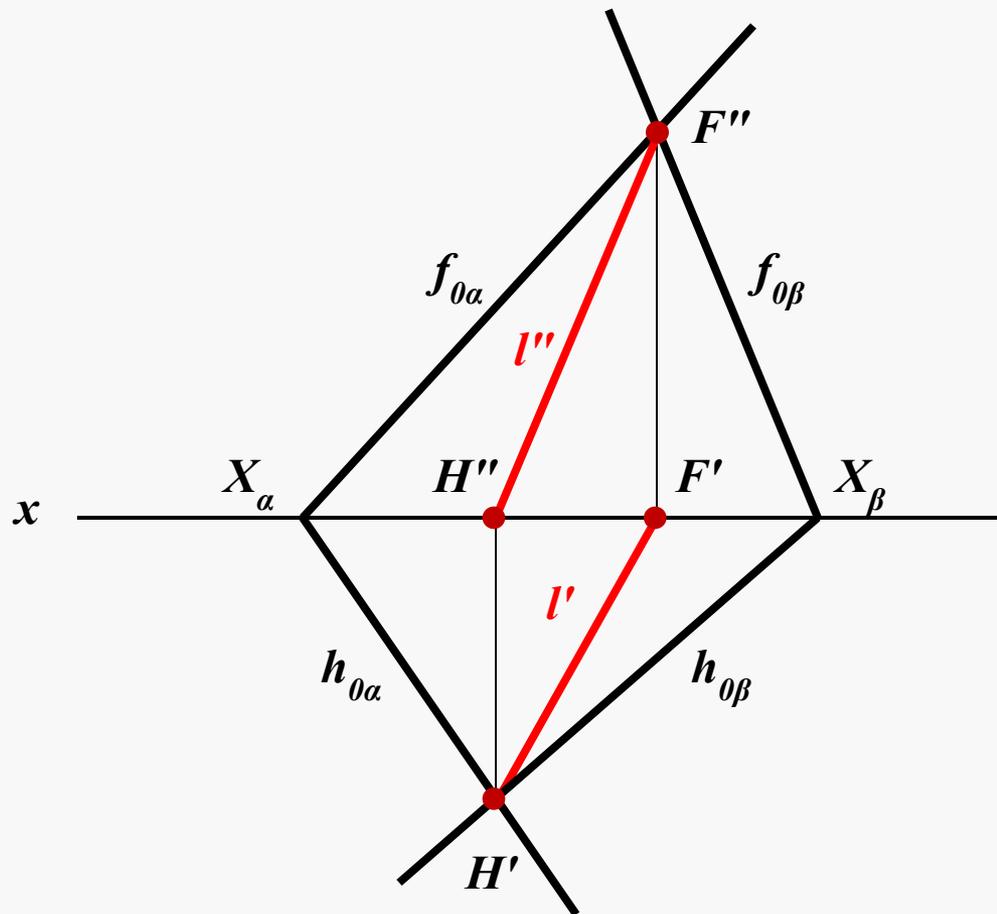


Рис. 4.12



ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Одна из поверхностей – проецирующая

1. Пересечение прямой общего положения с проецирующей плоскостью

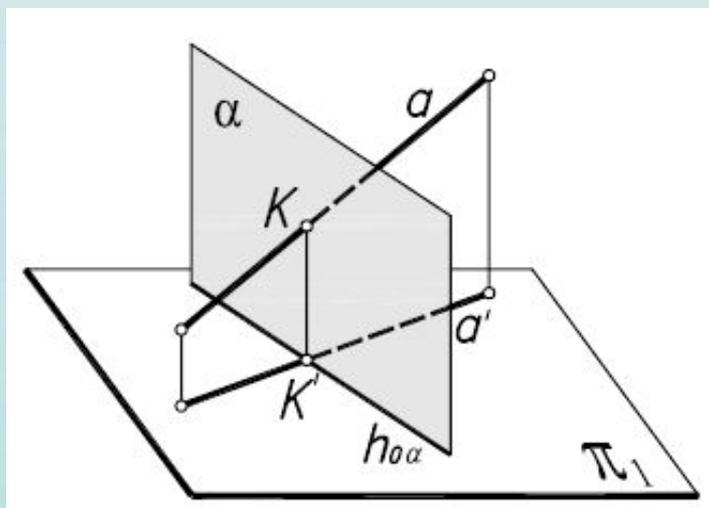


Рис. 4.13

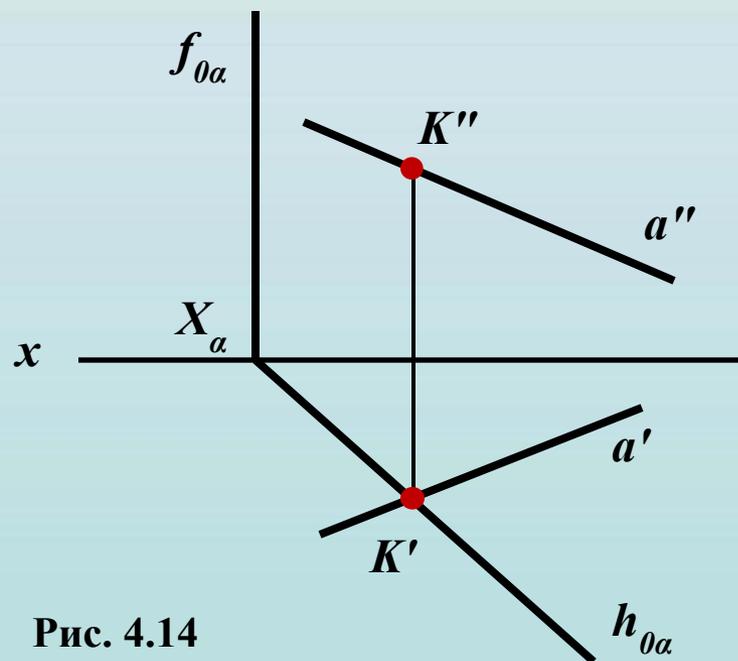


Рис. 4.14

$$\alpha \cap a = K, \quad \alpha \perp \pi_1 \Rightarrow K' \in h_{0\alpha}$$



2. Пересечение проецирующей прямой с плоскостью общего положения

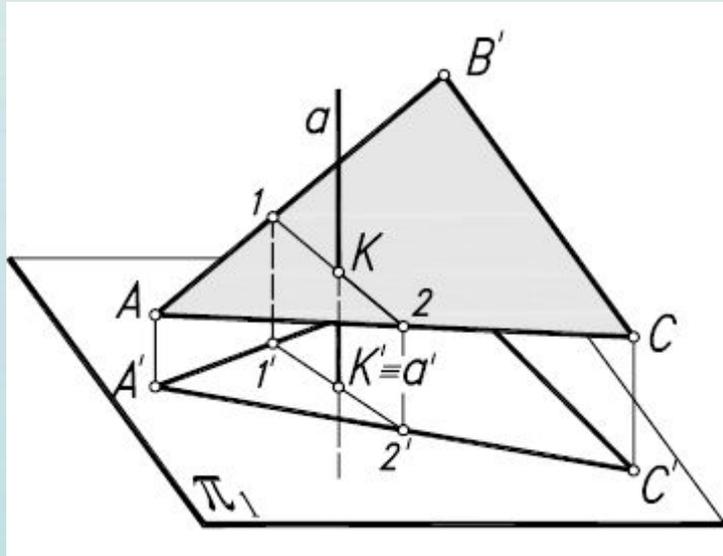
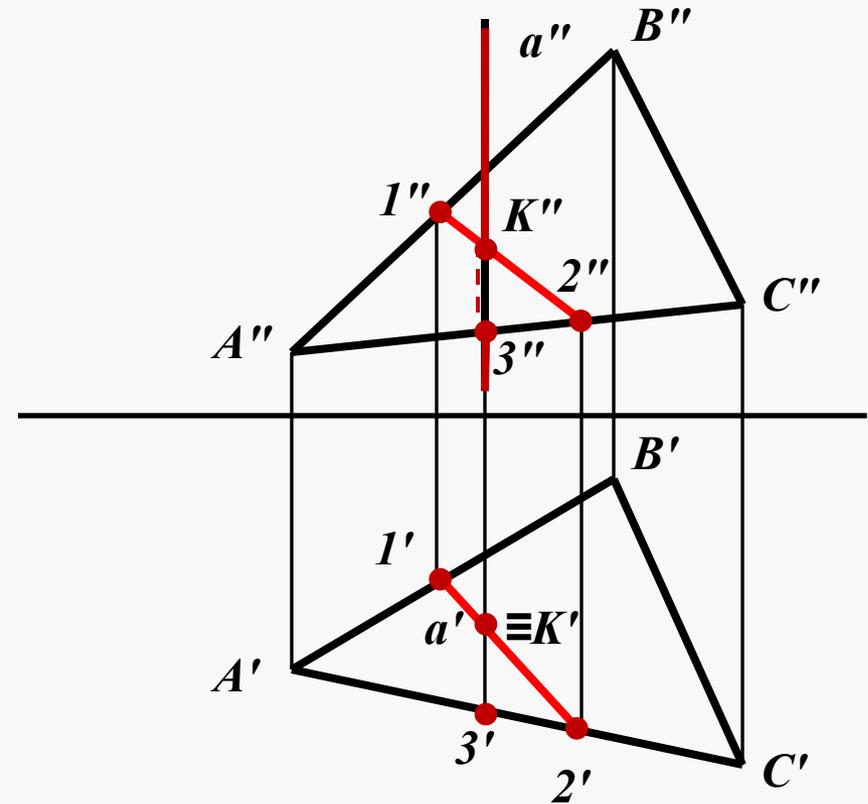


Рис. 4.15



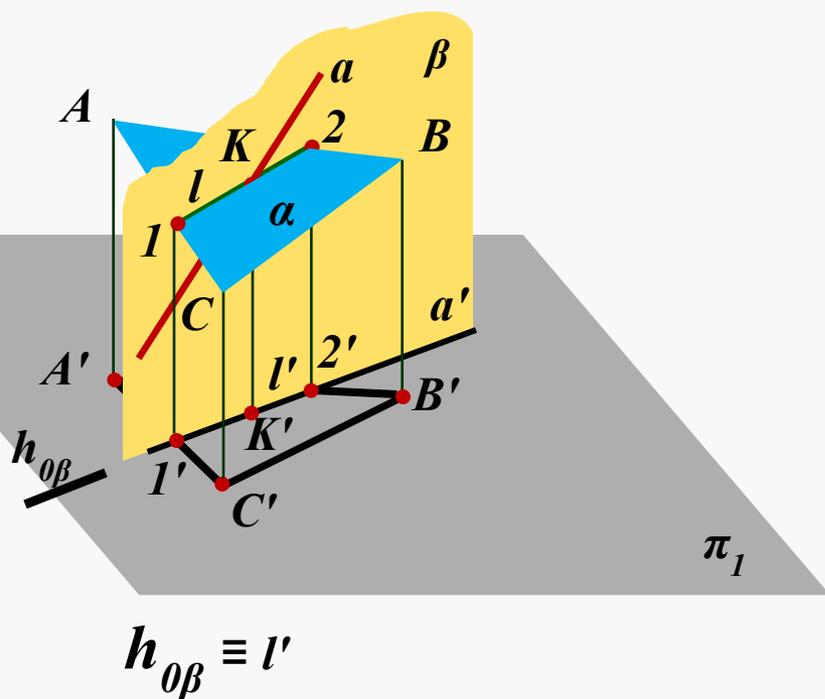
$$\alpha (ABC) \cap a = K, \quad a \perp \pi_1 \\ \Rightarrow K' \in a'$$

Рис. 4.16



Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

Алгоритм определения точки пересечения прямой и плоскости общего положения



1. Заключение прямой a в проецирующую плоскость-посредник β
$$a \in \beta, \quad \beta \perp \pi_1$$
2. Определить линию l пересечения заданной плоскости α и вспомогательной плоскости β

$$a \cap \beta = l$$

3. Найти точку K пересечения заданной прямой a и построенной линии l пересечения плоскостей $a \cap l = K$

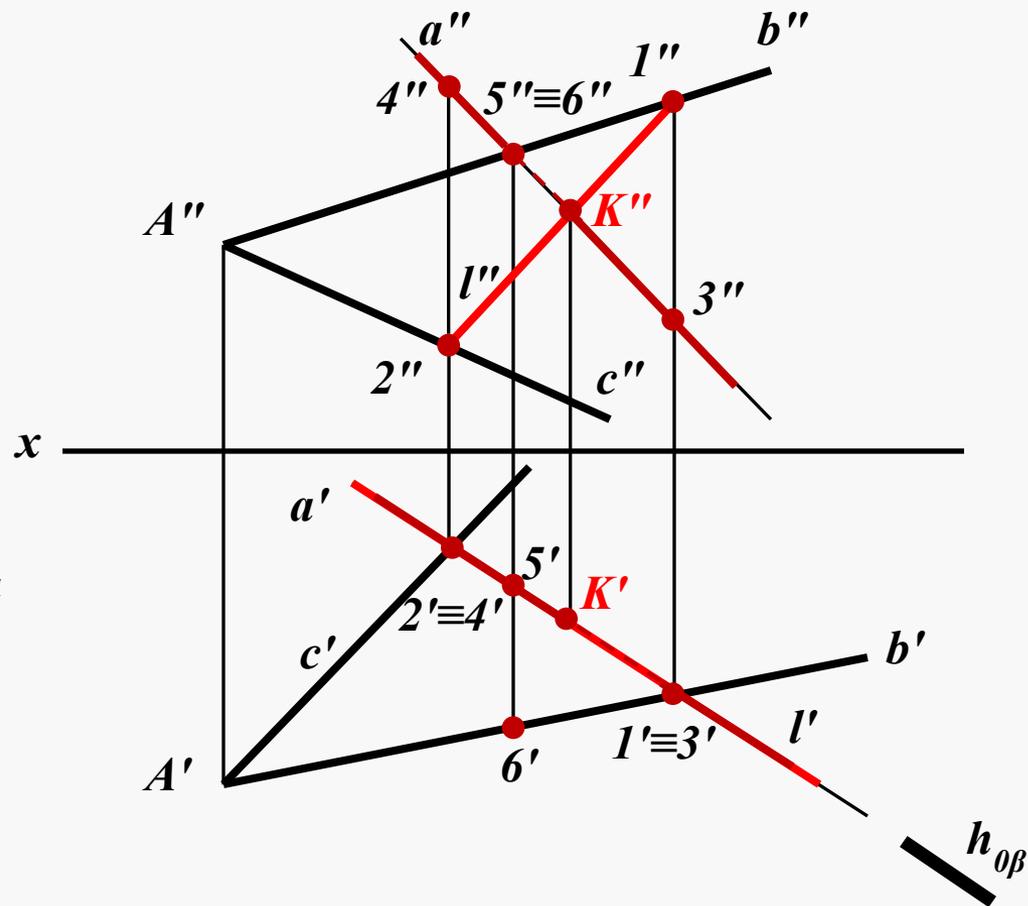


Задача. Построить проекции точки пересечения прямой a с плоскостью, заданной пересекающимися прямыми b и c

1. $a \in \beta, \beta \perp \pi_1$

2. $a \cap \beta = l$

3. $a \cap l = K$



1, 3 – конкурирующие точки

2, 4

5, 6

Рис. 4.18

