Фриск Валерий Владимирович

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Лекция 1

(ТЭЦ -2, семестр 4)

4 семестр

- Практ. зан. (8 зан. по 2 б) = 16 б.
  (-1 б. за пропуск занятия).
- Лаб. раб (8 защ. по 3 б) = 24 б.
  (-1 б. за пропуск занятия).
- Экстра баллы = 30 б.
- Тест-экзамен (на комп., 15 ТЗ по 2 б.) = 30 б.
- Всего 100 б. (макс.)

Границы оценок на экзамене

- Студент защитил все лаб. работы.
- >= 35 б. – автомат «удов.»
- <35 б. – экзамен на комп.
  - «2» = 0 - 12 б.
  - «3» = 13 - 18 б.
  - «4» = 19 - 24 б.
  - «5» = 25 - 30 б.

Лекция 1

- Спектральное представление негармонических периодических сигналов

Частотный метод анализа колебаний в линейных ЭЦ

Анализ этим методом заключается в следующем.

- Даны линейная электрическая цепь и значения всех элементов.
- Требуется рассчитать отклик на негармоническое воздействие, путем применения тригонометрического ряда Фурье или интеграла Фурье.

Жан Батист Жозеф Фурье

Fourier

- Французский математик, физик Фурье (1768-1830).
- Иностранный почетный член Петербургской АН

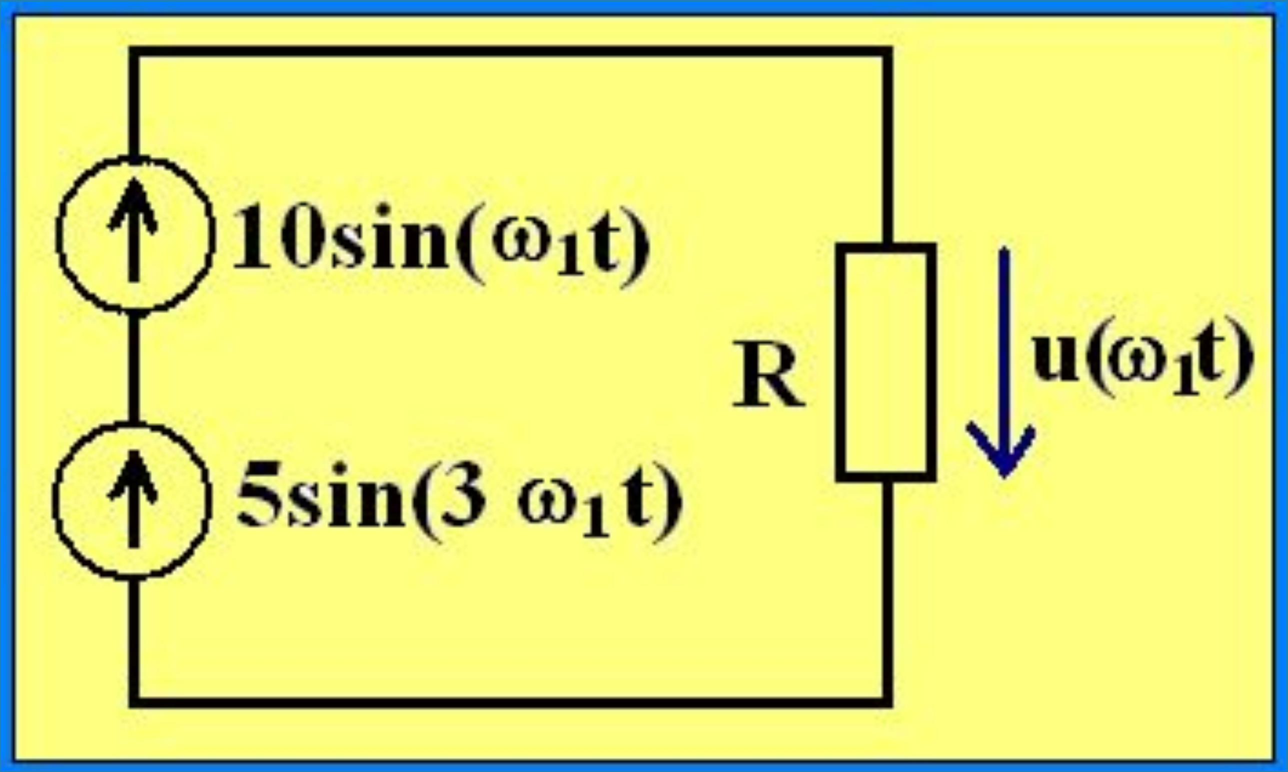
Негармонический сигнал

- Все сигналы, отличные от гармонических, называются **негармоническими**.

Анализ частотного состава колебаний

- Если к R-цепи последовательно присоединить несколько источников напряжения с разными амплитудами и начальными фазами, имеющих кратные частоты, то напряжение и ток в этой цепи окажутся несинусоидальными.

Например



$$u(\omega_1 t) = 10 \cdot \sin(\omega_1 t) + 5 \cdot \sin(3\omega_1 t)$$

$$u(\omega_1 t) = 10 \cdot \sin(\omega_1 t) + 5 \cdot \sin(3\omega_1 t)$$

Ряд Фурье и его сходимость

- Пусть функция f с периодом 2π, интегрируемая на отрезке [0, 2π].
- Тогда ей можно поставить в соответствие её тригонометрический ряд Фурье.
- Коэффициенты этого ряда называются коэффициентами Фурье и они вычисляются по формулам Эйлера-Фурье.

Тригонометрический ряд Фурье

$$f(\omega_1 t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[A_k \cos(k\omega_1 t) + B_k \sin(k\omega_1 t) \right],$$

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega_1 t) d(\omega_1 t), \quad \omega_1 t \in [0, 2\pi]$$

$$A_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega_1 t) \cos(k\omega_1 t) d(\omega_1 t),$$

$$B_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega_1 t) \sin(k\omega_1 t) d(\omega_1 t).$$

Частичная сумма

$$f(\omega_1 t) \approx S(\omega_1 t, n) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} \left[A_k \cos(k\omega_1 t) + B_k \sin(k\omega_1 t) \right].$$

Ряд Фурье по синусам

$$f(\omega_1 t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left[C_k \sin(k\omega_1 t + \psi_k)\right],$$

$$C_0 = A_0, C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2},$$

$$\psi_k = arctg\left(\frac{A_k}{B_k}\right) \quad при \; A_k \geq 0, B_k > 0.$$

Ряд Фурье по косинусам

$$f(\omega_1 t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[C_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k) \right],$$

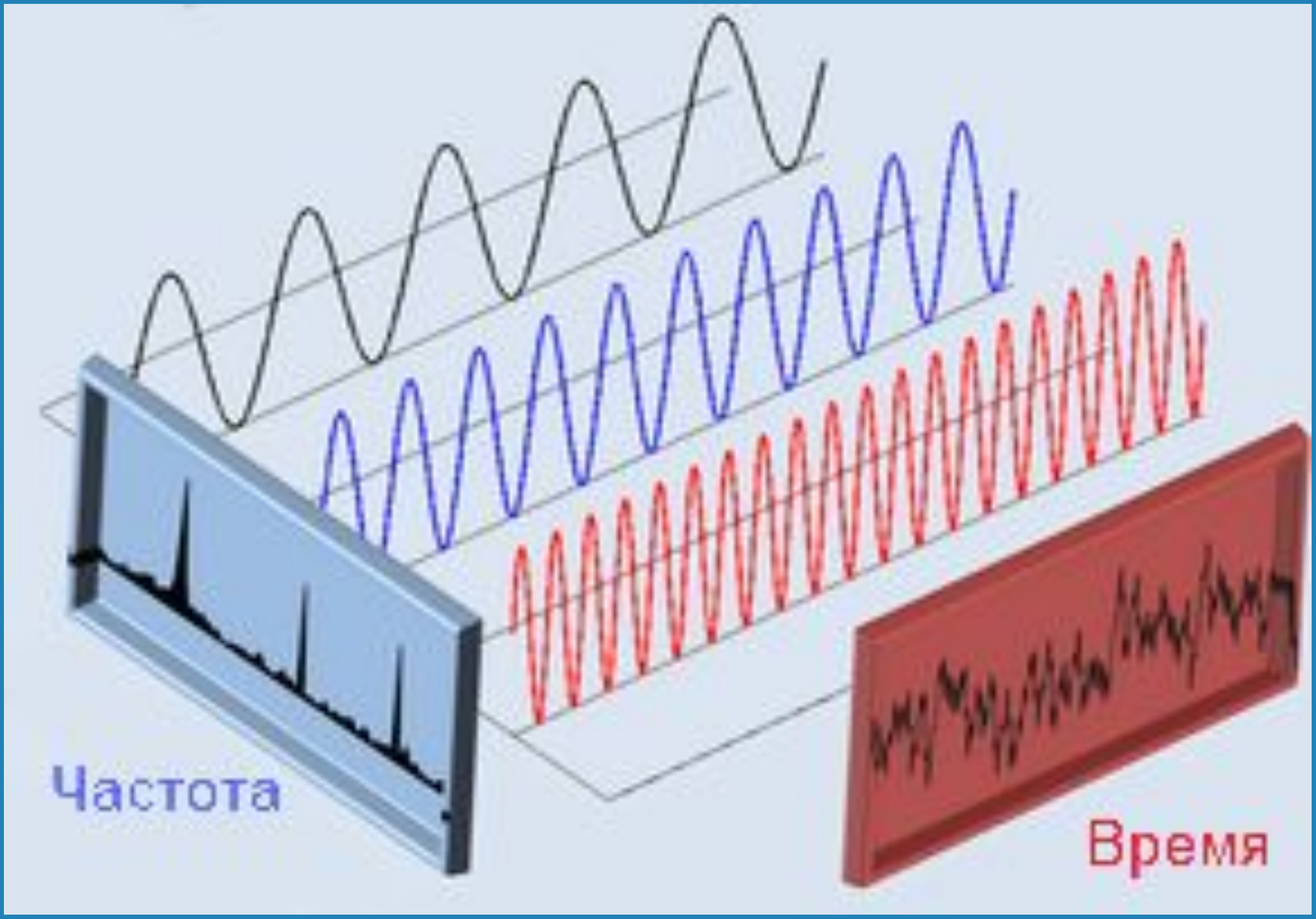
$$C_0 = A_0, C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2},$$

$$\varphi_k = arctg\left(\frac{B_k}{A_k}\right) \quad при\ A_k > 0,\ B_k \geq 0.$$

Спектр

- Совокупность гармонических составляющих, на которые раскладывается сигнал называется спектром.

Частота и время



Пусть сигнал дан в виде ряда Фурье

$$u(\omega_1 t) = U_0 +$$

$$+ U_{m1}\sin(\omega_1 t + \psi_1) +$$

$$+ U_{m2}\sin(2\omega_1 t + \psi_2) +$$

$$+ U_{m3}\sin(3\omega_1 t + \psi_3) + \ldots$$

Где

- U_0 – постоянная составляющая (нулевая гармоника);
- $U_{m1}\sin(\omega_1 t+\psi_1)$ – первая (основная) гармоника;
- $U_{m2}\sin(2\ \omega_1\ t+\psi_2)$ – вторая гармоника;
- $U_{m3}\sin(3\ \omega_1\ t+\psi_3)$ – третья гармоника и т. д.;

Где

- $\omega_1 = 2\pi/T$ – основная частота;
- T - период сигнала;
- U_{m1}, U_{m2}, U_{m3} – амплитуды гармоник;
- ψ_1, ψ_2 , ψ_3 – начальные фазы гармоник.

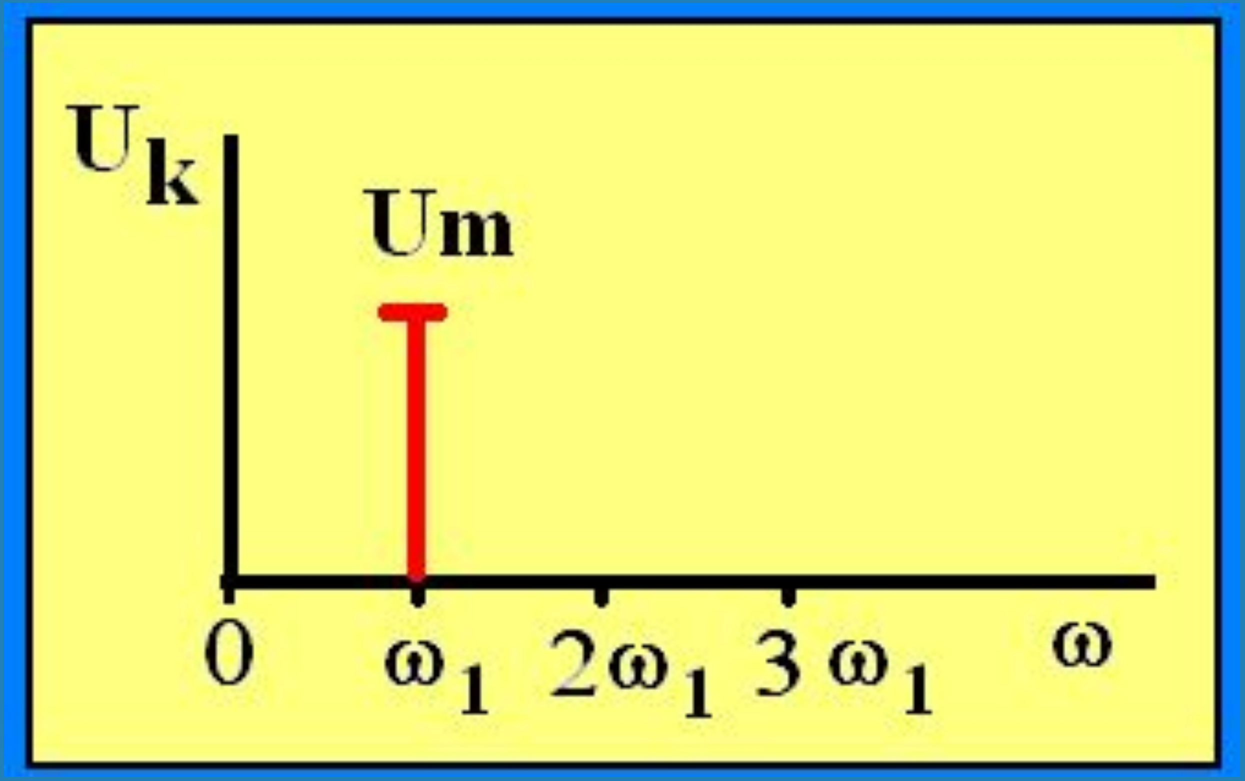
Спектральная диаграмма

- Амплитудные и фазовые спектры строят в виде ряда отрезков линий, длины которых пропорциональны амплитудам или начальным фазам гармоник.

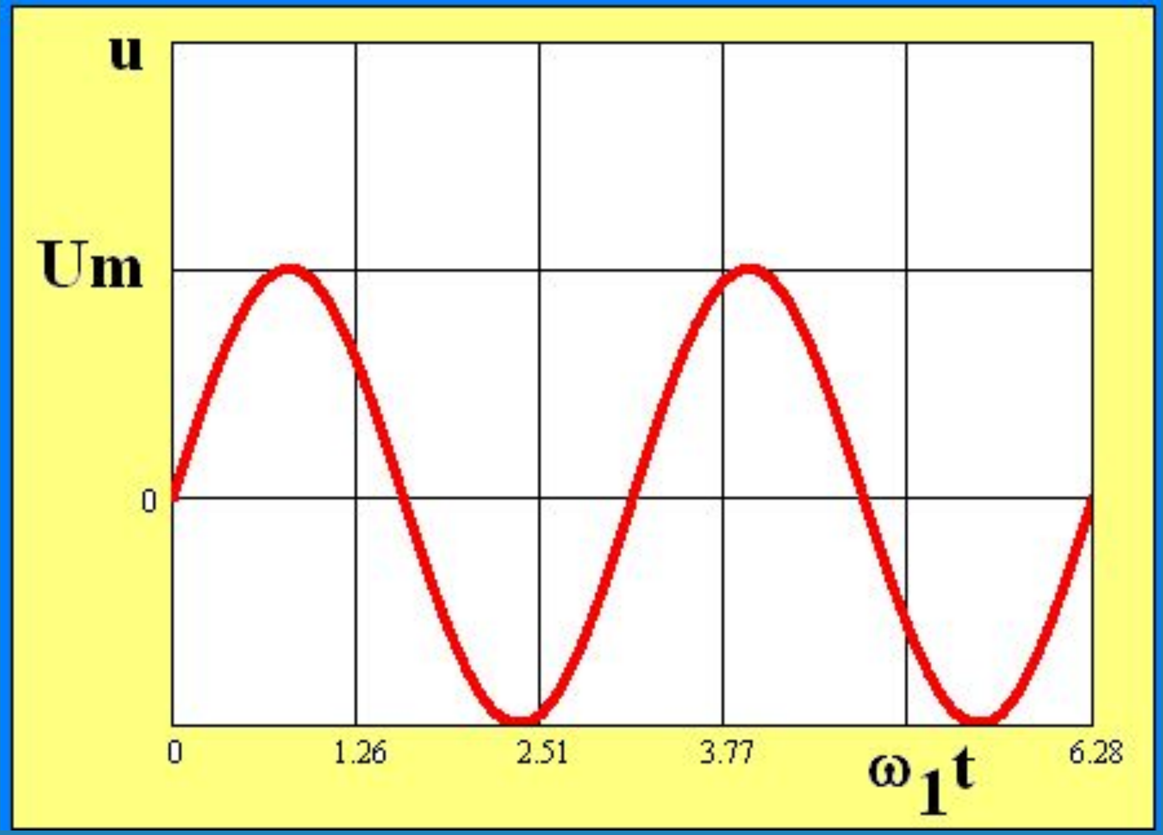
Синусоидальный сигнал

$$u(\omega_1 t) = U_m \sin(\omega_1 t)$$

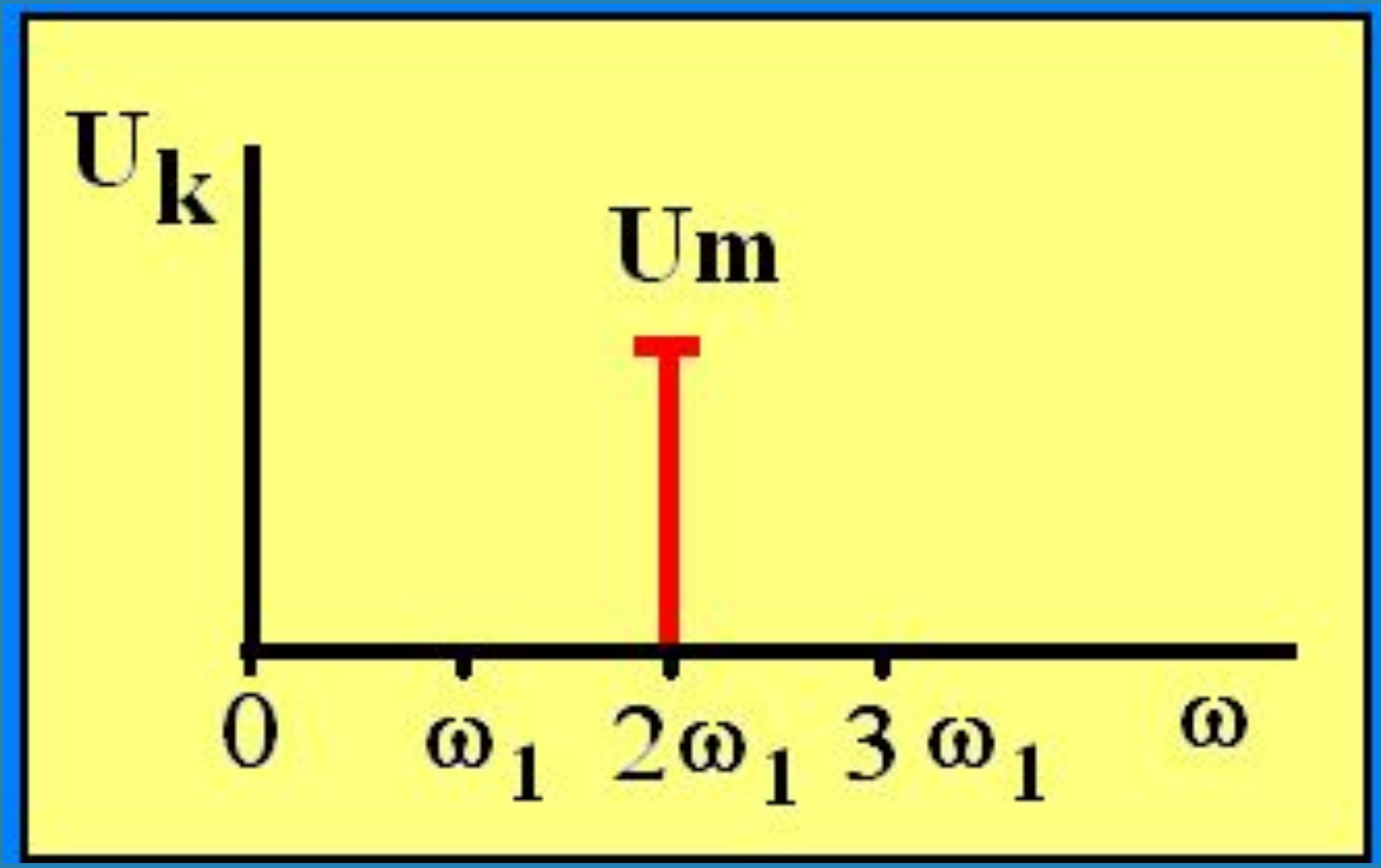
Спектральная диаграмма синусоидального сигнала



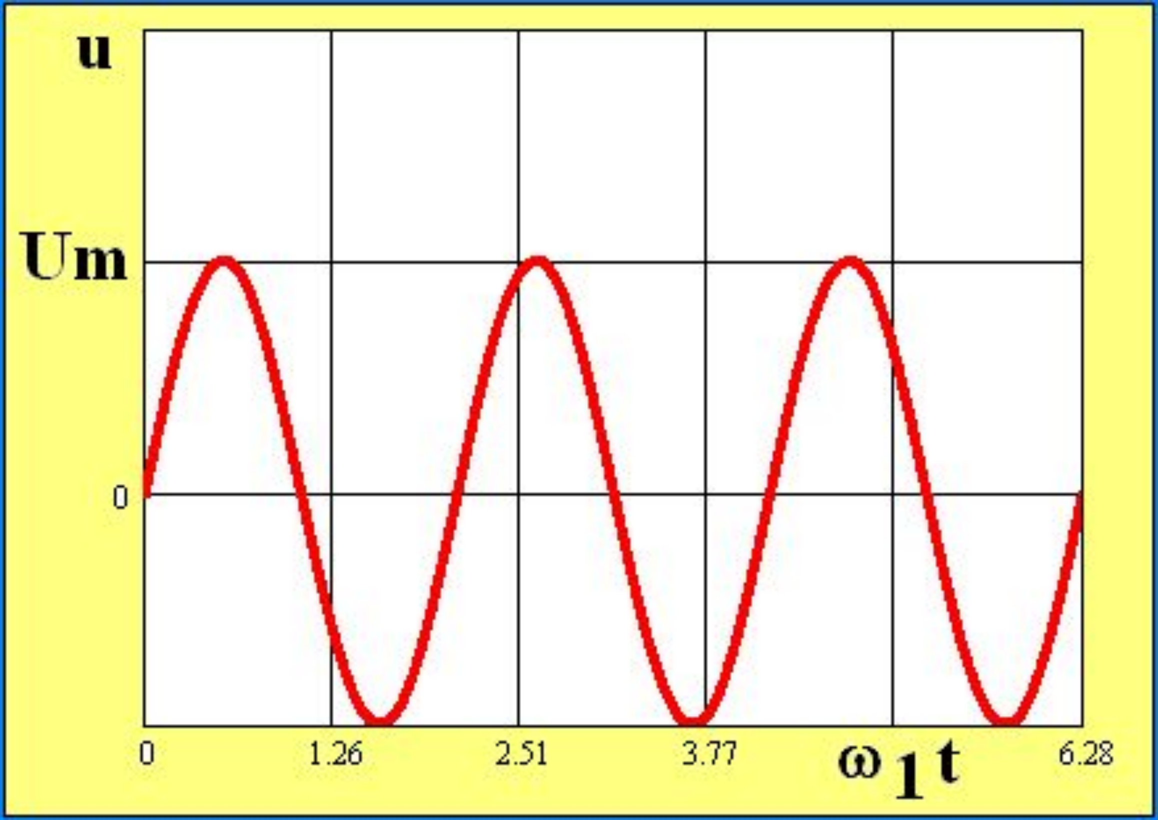
$$u(\omega_1 t) = U_m \sin(2\omega_1 t)$$



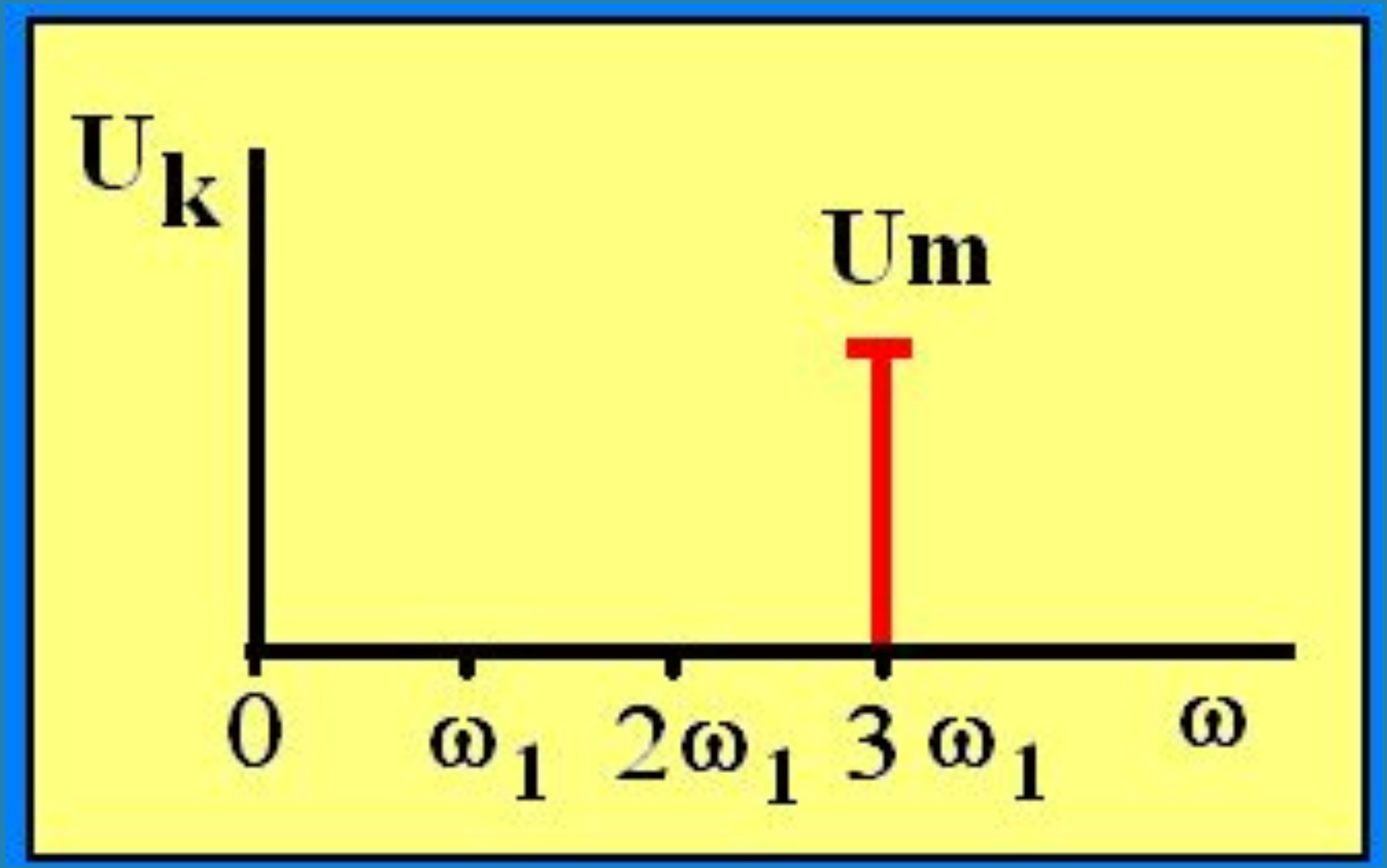
Спектральная диаграмма синусоидального сигнала с удвоенной частотой



$$u(\omega_1 t) = U_m \sin(3\omega_1 t)$$



Спектральная диаграмма синусоидального сигнала с утроенной частотой



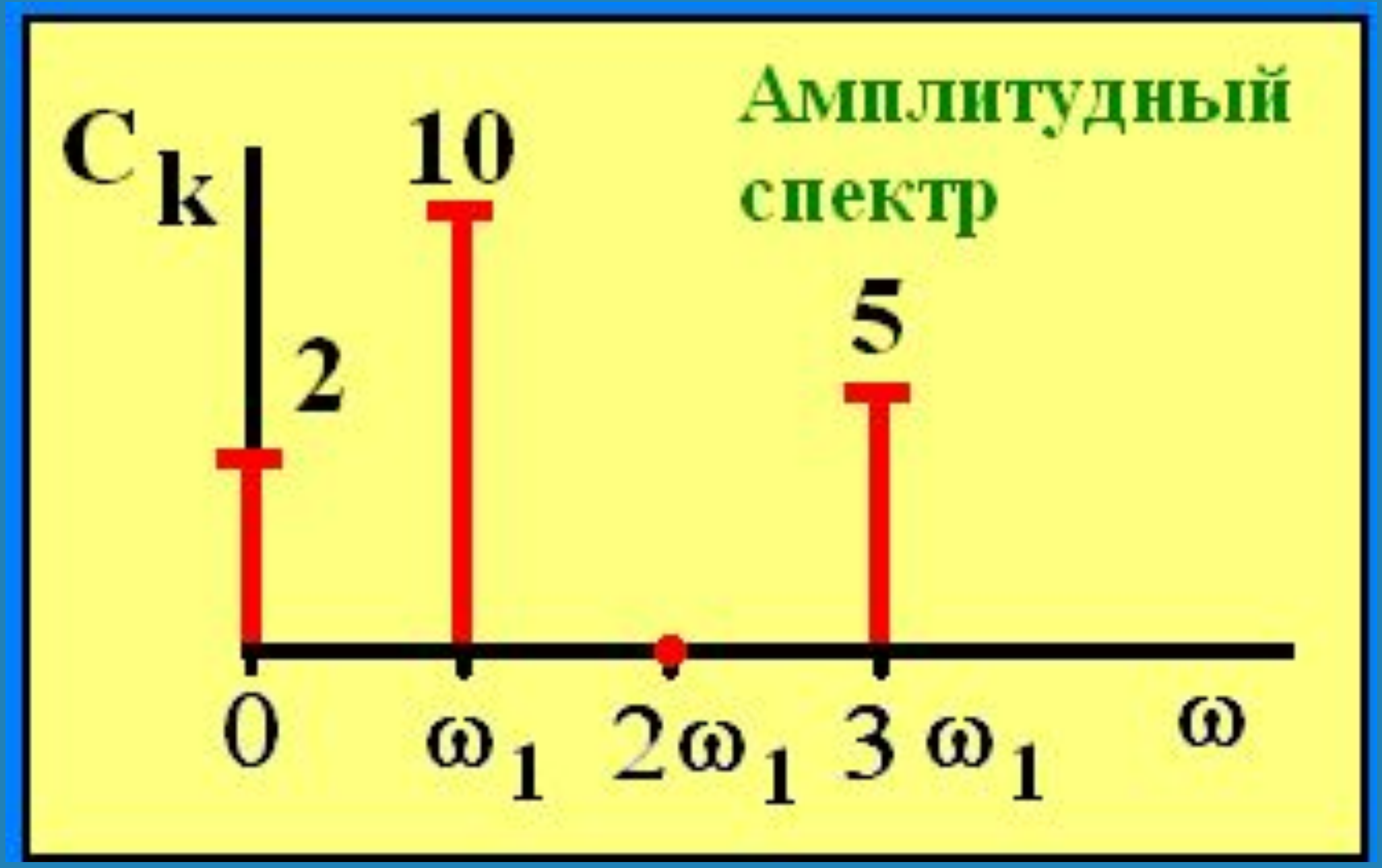
Задача

Пусть сигнал задан в виде

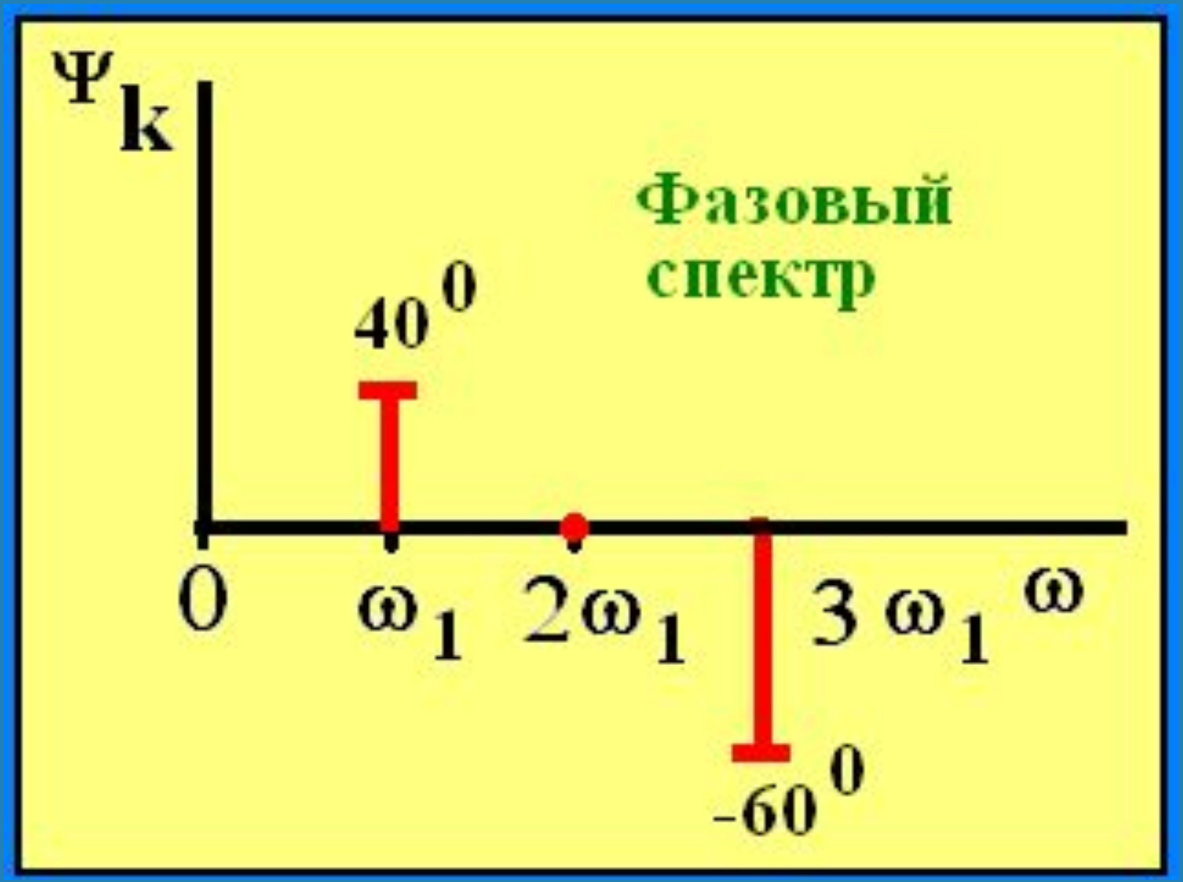
$$u(\omega_1 t) = 2 + 10\sin(\omega_1 t + 40^0) + 5\sin(3\omega_1 t - 60^0).$$

- **Построить его амплитудный и фазовый спектры.**

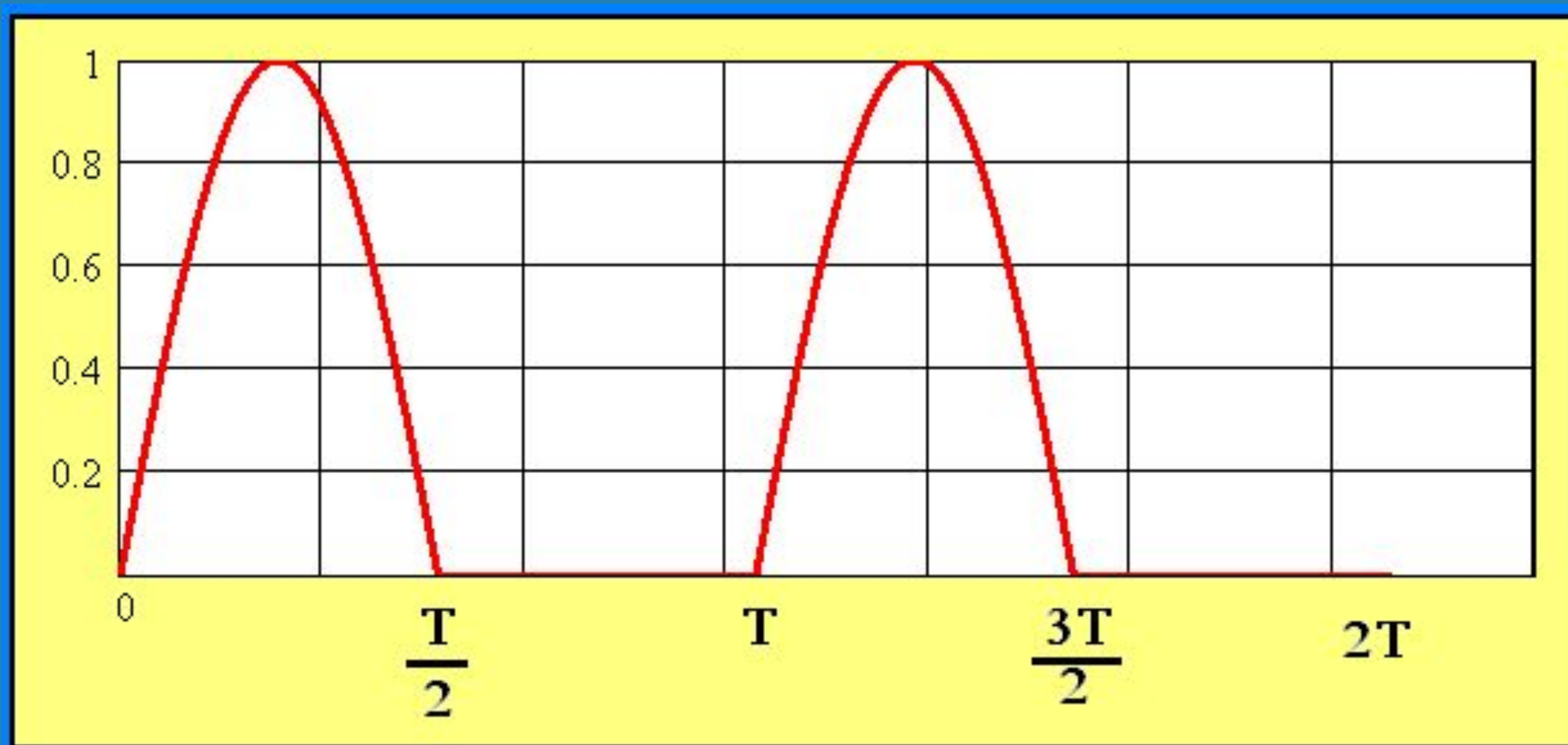
$$u(\omega_1 t) = 2 + 10\sin(\omega_1 t + 40^0) + 5\sin(3\omega_1 t - 60^0)$$



$$u(\omega_1 t) = 2 + 10\sin(\omega_1 t + 40^0) + 5\sin(3\omega_1 t - 60^0)$$



Однополупериодный сигнал



Аналитическое выражение

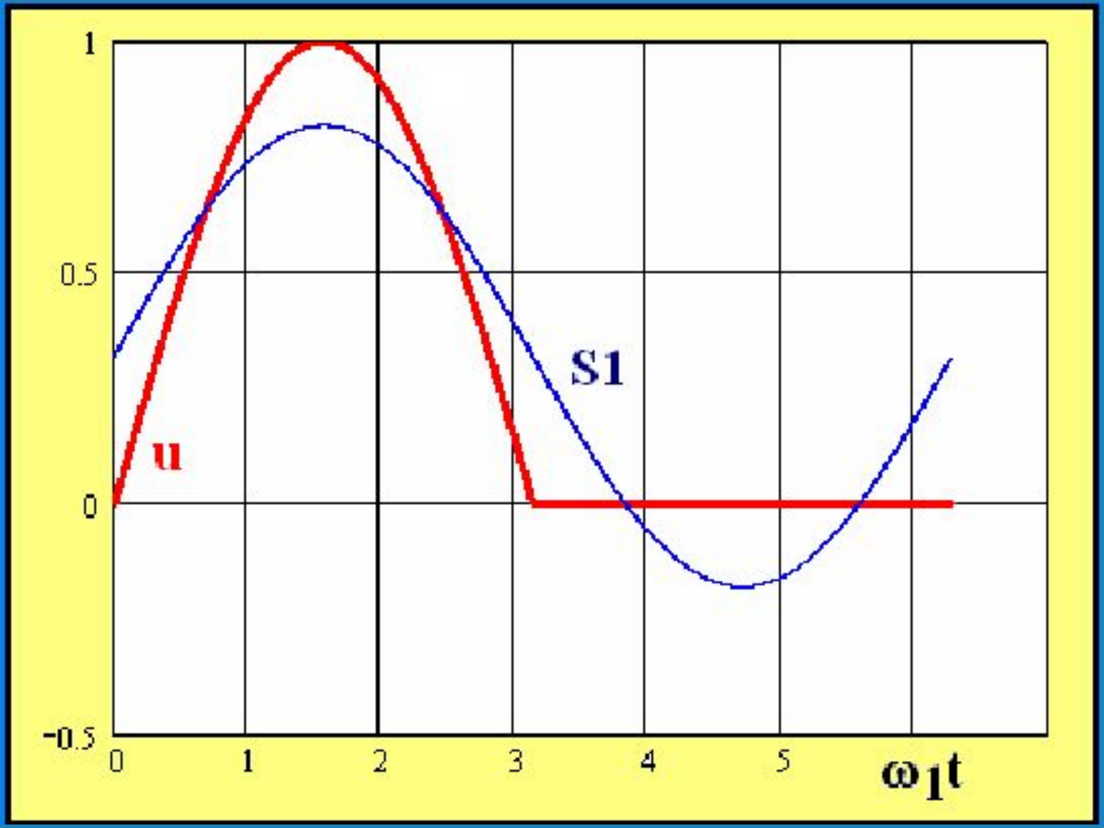
$$u(\omega_1 t) = \begin{cases} U_m \sin(\omega_1 t),\ \omega_1 t \le \dfrac{T}{2}, \\ 0,\ \omega_1 t \le T \end{cases}$$

$$U_m = 1,\ T = 2\pi.$$

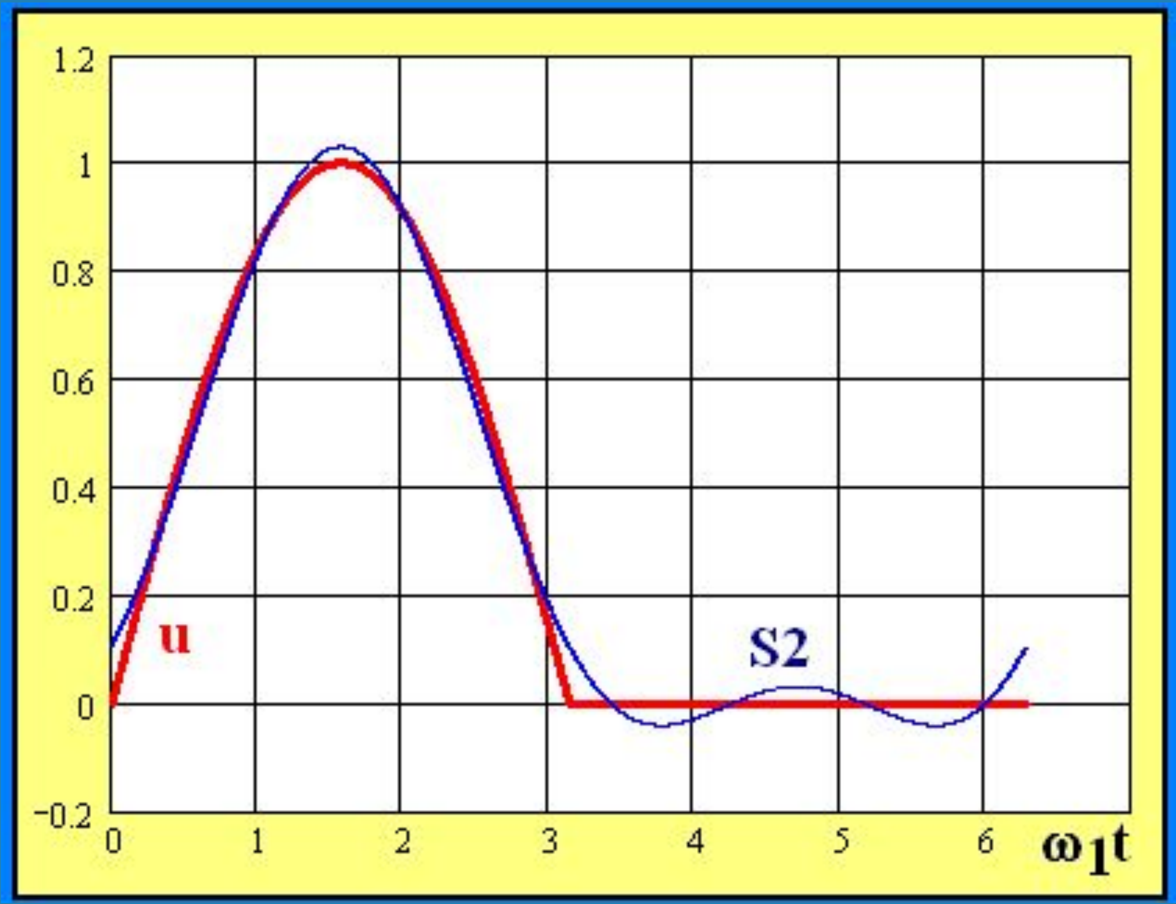
Ряд Фурье однополупериодного сигнала

$$u(\omega_1 t) = \frac{U_m}{\pi}\left[1 + \frac{\pi}{2}\sin(\omega_1 t) - \frac{2}{3}\cos(2\omega_1 t) - \frac{2}{15}\cos(4\omega_1 t) - \ldots\right].$$

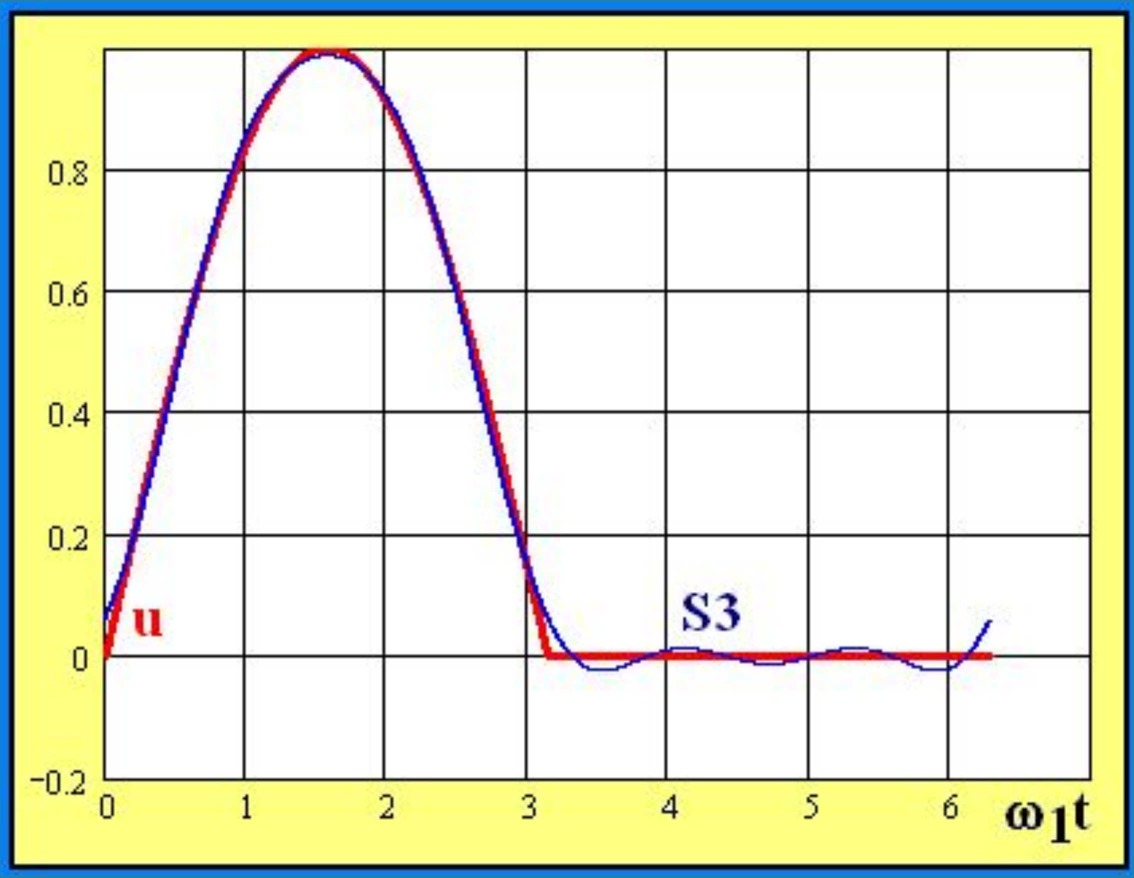
$$S(\omega_1 t, 1) = S_1(\omega_1 t) = \frac{U_m}{\pi}\left[1 + \frac{\pi}{2}\sin(\omega_1 t)\right].$$



$$S(\omega_1 t, 2) = S_2(\omega_1 t) = \frac{U_m}{\pi}\left[1 + \frac{\pi}{2}\sin(\omega_1 t) - \frac{2}{3}\cos(2\omega_1 t)\right].$$



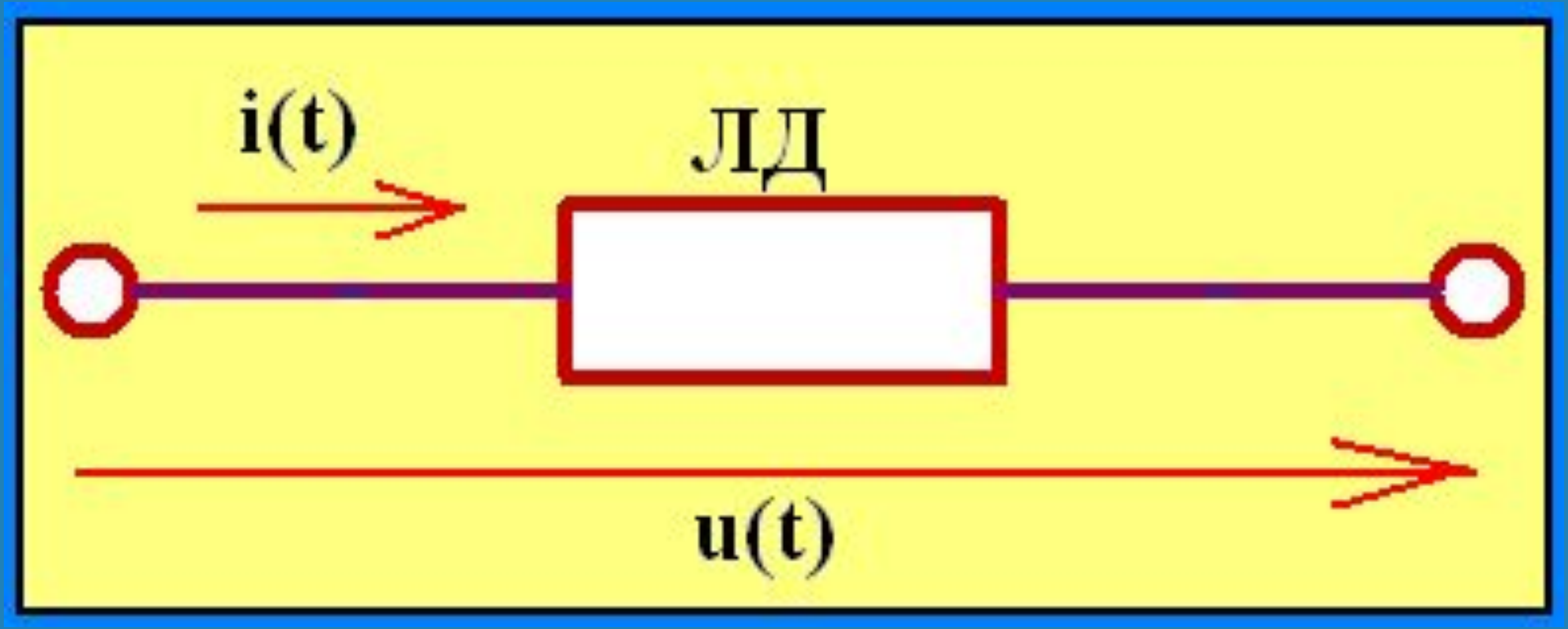
$$S(\omega_1 t, 3) = S_3(\omega_1 t) = \frac{U_m}{\pi}\left[1 + \frac{\pi}{2}\sin(\omega_1 t) - \frac{2}{3}\cos(2\omega_1 t) - \frac{2}{15}\cos(4\omega_1 t)\right].$$



Действующее значение

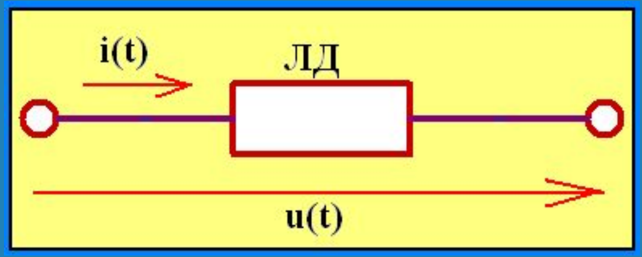
$$\boxed{U=\sqrt{U_0^2+\frac{U_{m1}^2}{2}+\frac{U_{m2}^2}{2}+\frac{U_{m3}^2}{2}+\ldots}}$$

Мощность в цепи при негармоническом периодическом воздействии



Пусть на входе линейного двухполюсника действует негармоническое периодическое напряжение

$$u(t) = U_0 + U_{m1}\sin(\omega_1 t + \psi_{u1}) + U_{m2}\sin(2\omega_1 t + \psi_{u2}) + \ldots$$
$$+ U_{mk}\sin(k\omega_1 t + \psi_{uk}) + \ldots,\ B$$



Входной ток представим в виде ряда Фурье

$$i(t) = I_0 + I_{m1}\sin(\omega_1 t + \psi_{i1}) + I_{m2}\sin(2\omega_1 t + \psi_{i2}) + \ldots$$
$$+ I_{mk}\sin(k\omega_1 t + \psi_{ik}) + \ldots,\ A$$

Средняя мощность

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt = U_0 I_0 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} U_{mk} I_{mk} \cos(\varphi_k),$$

$$\varphi_k = \psi_{uk} - \psi_{ik}.$$

Где

- **P – средняя мощность, Вт;**
- **$\phi_к$ – угол сдвига по фазе тока относительно напряжения к-й гармоники, рад.**

Вывод

Средняя мощность

равна сумме

средних мощностей

каждой гармоники

Реактивная мощность

$$Q = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} U_{mk} I_{mk} \sin(\varphi_k),$$

Где

- **Q – реактивная мощность, вар;**
- **$\phi_к$ – угол сдвига по фазе тока относительно напряжения к-й гармоники, рад.**

Вывод

Реактивная мощность

равна сумме

реактивных

мощностей каждой

Полная мощность

$$S = \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2\right)\left(\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2\right)}$$

Где

- S – полная мощность, ВА;
- $U_к$ – действующее значение напряжения к-й гармоники, В;
- $I_к$ – действующее значение тока к-й гармоники, А.

Коэффициент гармоник

Коэффициент гармоник - это отношение действующего значения высших гармоник к действующему значению первой гармоники.

Формула Кг

$$K_{\Gamma} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} U_k^2}}{U_1}.$$

На практике ограничиваются n-гармониками

THD - Total Harmonic Distortion

Коэффициент гармонических искажений

$$THD = 20\lg \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{n} U_{mk}^2}}{U_{m1}} \quad \text{дБ.}$$

дБ (dB) по напряжению

$$60\ dB = 1000$$
$$40\ dB = 100$$
$$20\ dB = 10$$
$$0\ dB = 1$$
$$-20\ dB = 0{,}1$$
$$-40\ dB = 0{,}01$$
$$-60\ dB = 0{,}001$$

Конец 1 лекции. ТЭЦ-2