Лекция 8
Раскрытие статической неопределимости стержневых систем методом сил

Кинематический анализ плоских стержневых систем. Статически неопределимые рамы и балки.

Ранее в лекциях мы частично рассматривали вопросы, связанные с понятием статической неопределимости. Для решения большинства встречающихся на практике задач описанные приемы оказываются однако, далеко не достаточными. Поэтому необходимо остановиться на более общих методах раскрытия статической неопределимости стержневых систем.

Под ***стержневой системой*** в широком смысле слова понимается всякая конструкция, состоящая из элементов, имеющих **форму стержня**. Если элементы конструкции работают в основном на растяжение или сжатие, то стержневая система называется ***фермой*** (рис. 1). Ферма состоит из прямых стержней, образующих треугольники. Для фермы характерно приложени

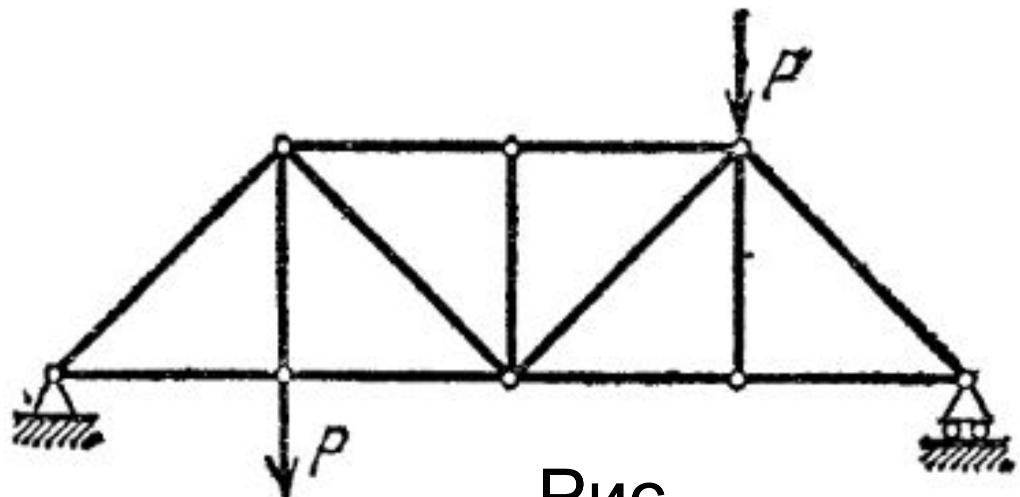

Рис. 1

Если элементы стержневой системы работают в основном на изгиб или кручение, то система называется *рамой* (рис. 2).

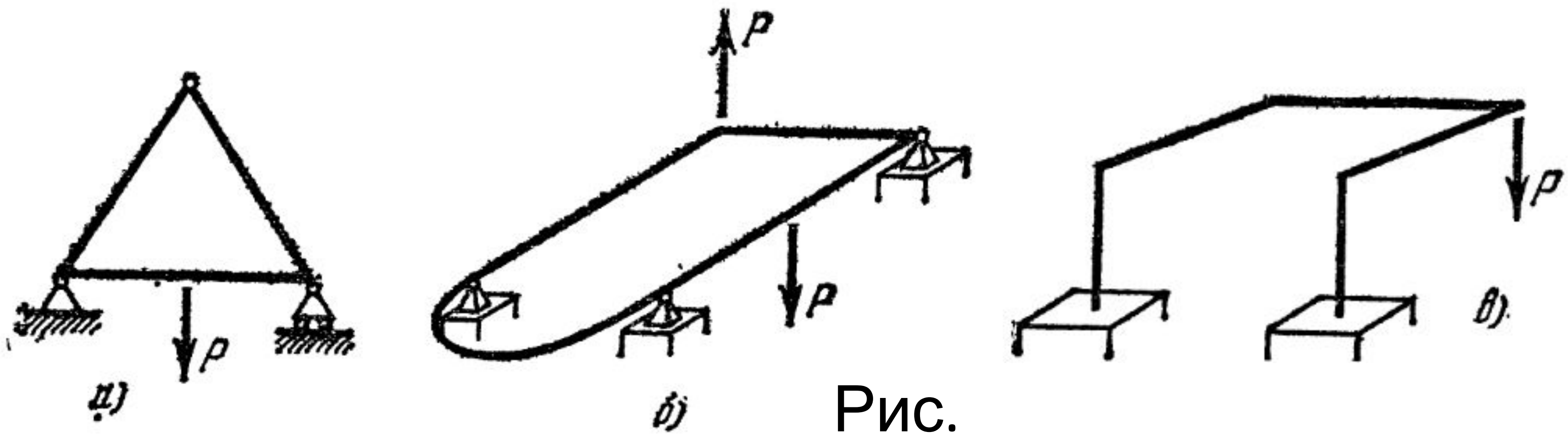

Рис. 2

***Плоские* системы**. У плоской рамы или фермы оси всех составляющих элементов расположены в одной плоскости, которая одновременно является главной плоскостью сечений. В этой же плоскости действуют все внешние силы, включая и реакции опор (рис. 2, *а).*

Плоскопространственные системы. Для такого рода систем оси составляющих элементов в недеформированном состоянии располагаются, как и для плоских систем, в одной плоскости. Внешние же силовые факторы действуют в плоскостях, перпендикулярных этой плоскости (рис. 2, б). Стержневые системы, не относящиеся к двум указанным классам, называются ***пространственными*** (рис. 2, *в).*

Рамы и фермы принято разделять на статически определимые и статически неопределимые. ***Под статически определимой*** понимается такая система, для которой все реакции опор могут быть определены при помощи уравнений равновесия, а затем при найденных опорных реакциях методом сечений могут быть найдены также и внутренние силовые факторы в любом поперечном сечении. ***Под статически неопределимой*** системой имеется в виду такая, для которой определение внешних реакций и всех внутренних силовых факторов не может быть произведено при помощи метода сечений и уравнений равновесия.

Разность между числом неизвестных (реакций опор и внутренних силовых факторов) и числом независимых уравнений статики, которые могут быть составлены для рассматриваемой системы, носит название ***степени или числа статической неопределимости.***
В зависимости от этого числа системы разделяются на один, два, три, ..., *n* раз статически неопределимые. Иногда говорят, что степень статической неопределимости равна числу дополнительных связей, наложенных на систему. Остановимся на этом вопросе подробнее.

Положение жесткого тела в пространстве определяется **шестью** независимыми координатами, иначе говоря, жесткий стержень обладает шестью степенями свободы. На него могут быть наложены **связи**, т. е. ограничения, обусловливающие его определенное положение в пространстве. Наиболее простыми связями являются такие, при которых полностью исключается то или иное обобщенное перемещение для некоторых сечений. Наложение одной связи снимает одну степень свободы.

Следовательно, если на свободный жесткий стержень наложено шесть связей, то положение его в пространстве будет, за некоторыми исключениями, определено полностью, и система из механизма, обладающего шестью степенями свободы, превращается в **кинематически неизменяемую систему**. То число связей, при котором достигается кинематическая неизменяемость, носит название ***необходимого числа связей.*** Всякую связь, наложенную сверх необходимых, называют ***дополнительной.*** ***Число дополнительных связей равно степени статической неопределимости системы.***

Связи в рамах и стержневых системах делят обычно на связи **внешние** и связи **внутренние**, или взаимные. Под внешними связями понимаются условия, накладываемые на абсолютные перемещения некоторых точек системы. Если, например, на левый конец бруса (рис. 3, *а)* наложено условие, запрещающее вертикальное перемещение, говорят, что в этой точке имеется одна внешняя связь. Условно она изображается в виде двух шарниров или катка. Если запрещено как вертикальное, так и горизонтальное смещение, говорят, что наложены две внешние связи (рис. 3, б).

Заделка в плоской системе дает три внешние связи. Пространственная заделка соответствует шести внешним связям (рис. 3, в).

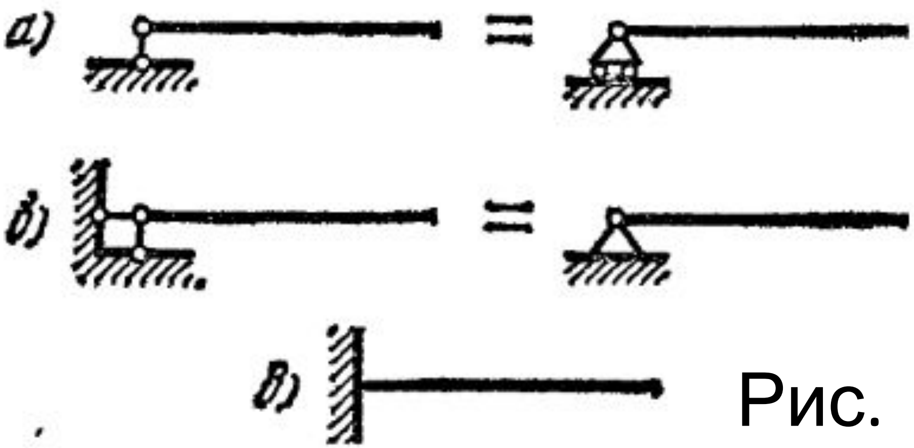

Рис. 3

Внешние связи делят на **необходимые** и **дополнительные**. Например, на рис. 4, *а и б* показана плоская рама, имеющая в первом случае три внешние связи, а во втором — пять внешних связей. Для того чтобы определить положение рамы в плоскости как жесткого целого, необходимо наложение трех связей.

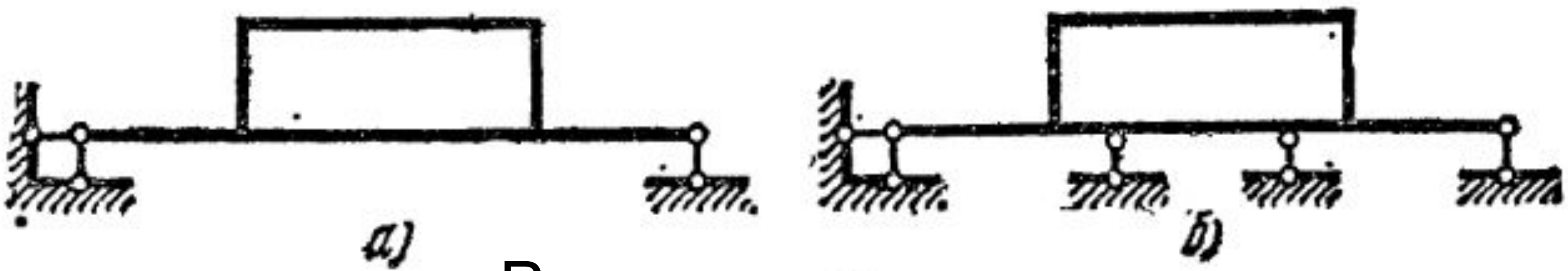

Рис. 4

Следовательно, в первом случае рама имеет **необходимые внешние связи**, а во втором, кроме того, две **дополнительные внешние связи**.

Под ***внутренними, или взаимными***, связями понимаются ограничения, накладываемые на взаимные смещения элементов рамы. Здесь также можно говорить как о **необходимых**, так и о **дополнительных связях**.

Так, например, плоская рама, показанная на рис. 5, *а,* имеет необходимое количество как внешних, так и внутренних связей между элементами. Это — кинематически неизменяемая система. Если будут заданы внешние силы, мы сможем при помощи уравнений статики найти как реакции опор, так и внутренние силовые факторы в любом поперечном сечении рамы

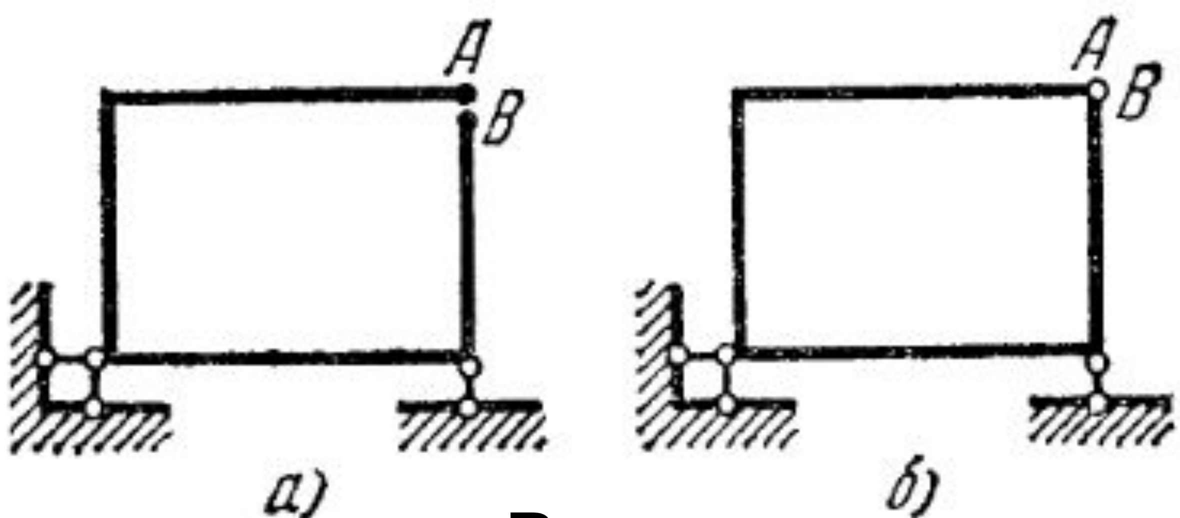

Рис. 5

В той же раме, показанной на рис. 5б, кроме внешних наложены две дополнительные внутренние связи, запрещающие взаимное вертикальное и горизонтальное смещения точек А и В. Система в данном случае **дважды статически неопределима** (иногда, добавляют: **внутренним образом**).

В раме рис.4 *а* и *б* также имеются внутренние дополнительные связи. Контур рамы полностью замкнут. Разрезая его в любом сечении (рис. 6), мы, не нарушая кинематической неизменяемости, получаем возможность при заданных силах найти внутренние силовые факторы в каждом сечении рамы.

Следовательно, разрезая замкнутую раму, мы снимаем дополнительные связи, т. е. *позволяем* сечениям *A* и *B* поворачиваться и смещаться в двух направлениях друг относительно друга. Обобщая, можно сказать, что **замкнутый плоский контур** имеет три дополнительные взаимные связи — **трижды статически неопределим.**

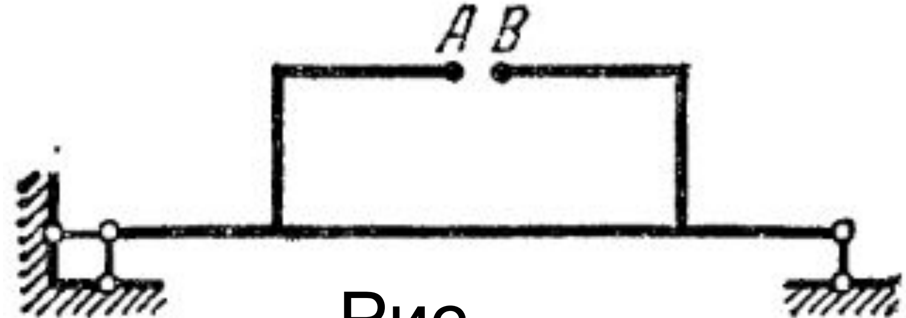

Рис. 6

Таким образом, **рама**, показанная на **рис. 4 *а*, трижды статически неопределима**. Рама, показанная на рис. 4, б, пять раз статически неопределима (три раза внутренним образом и два раза — внешним).

Рассмотрим несколько примеров определения степени статической неопределимости стержневых и рамных систем. На рис. 7, *а—и* показано несколько рам.

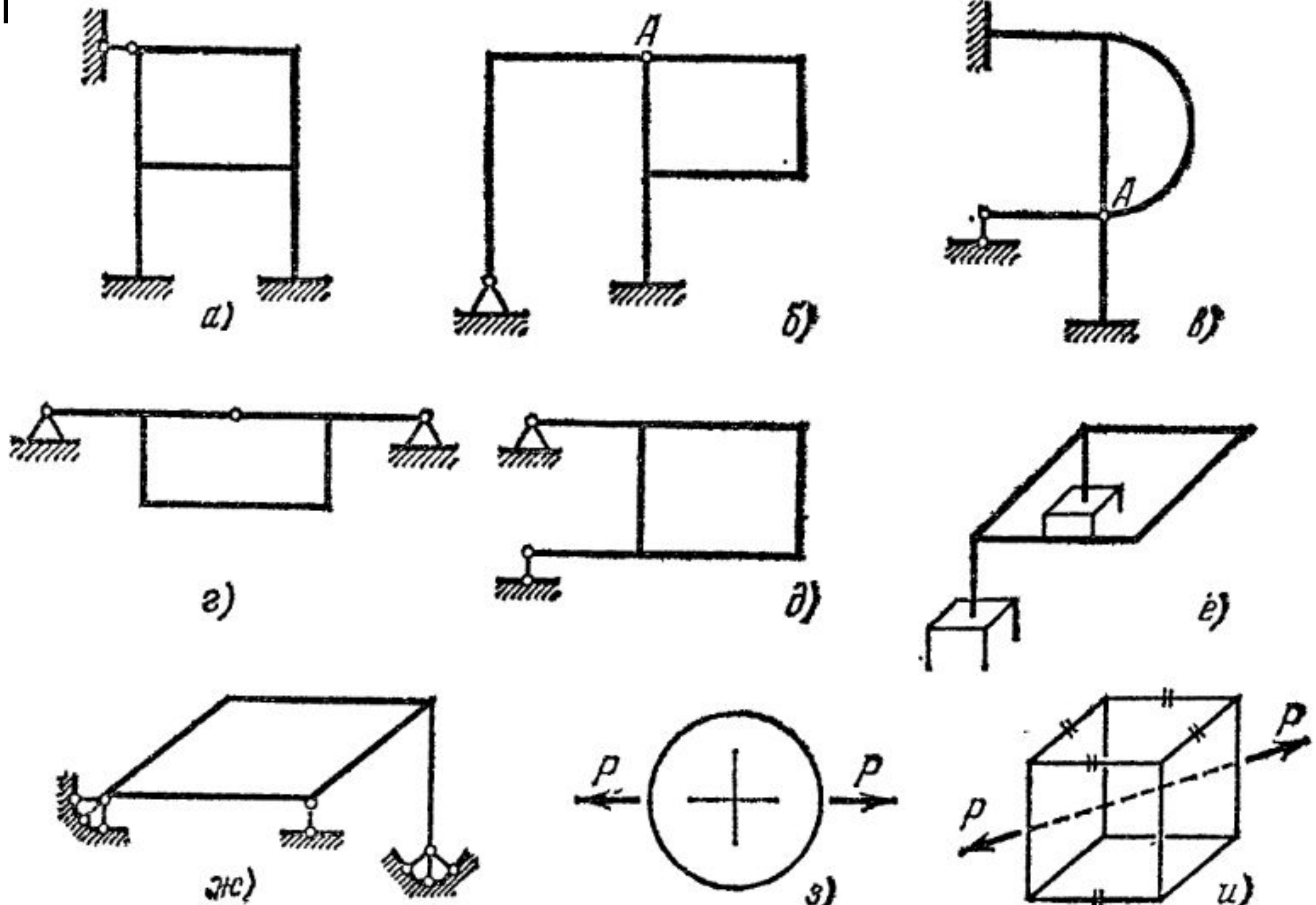

Рис. 7

а.) Рама имеет четыре дополнительные внешние связи и три внутренние связи, т. е. семь раз статически неопределима.

б.) Полагаем сначала, что шарнир *А* отсутствует. Тогда имеются две внешние и три внутренние дополнительные связи. Система без шарнира *А* была бы пять раз статически неопределимой. Шарнир *А* принадлежит одновременно трем стержням. Его можно рассматривать как два совпавших шарнира (рис. 8). Так как каждый шарнир снимает одну связь, т. е. разрешает поворот одного сечения относительно другого, то можно сказать, что шарнир *А* снимает две связи. Система становится, таким образом, вместо пяти — три раза статически неопределимой.

Обобщая сказанное, можно сделать вывод, что **шарнир снимает**

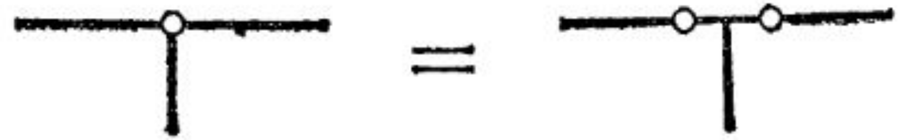

Рис. 8

число связей, на **единицу меньшее** числа сходящихся в нем стержней. В данном случае в шарнире *А* сходятся три стержня, и шарнир снимает две связи.

в.) Если бы шарнир *А* отсутствовал, система была бы статически неопределимой **четыре раза** внешним образом и **три раза** внутренним образом, т. е. всего **семь раз**. Шарнир *А* снимает число связей, на единицу меньшее числа сходящихся в нем стержней, т. е. три связи. Рама **четыре раза** статически неопределима.

г.) Рама **три раза** статически неопределима.
д.) Внешние связи не удовлетворяют условиям кинематической неизменяемости. Это — механизм, точнее говоря, **мгновенный механизм**. Система имеет возможность поворачиваться относительно верхней опоры как жесткое целое. Понятно, что угол поворота будет небольшим. Нижняя связь заклинится и будет достигнуто какое-то положение равновесия. Но новое положение связей будет зависеть от жесткости системы. К раме неприменимы основные принципы сопротивления материалов: принцип неизменности начальных размеров и принцип независимости действия сил.

е.) Рама — пространственная. Имеется шесть дополнительных внешних связей (лишняя заделка) и шесть дополнительных взаимных связей (замкнутый контур). Система **12 раз** статически неопределима.

ж.) Система **семь раз** статически неопределима (один раз, внешним образом и шесть раз — внутренним).

з.) Здесь для плоской рамы не показаны внешние связи, но дана система внешних сил, удовлетворяющая условиям равновесия. В таком случае условились считать, что дополнительных внешних связей нет и положение рамы в пространстве определено; рассматриваются только внутренние связи. Система **три раза** статически неопределима.

и.) Здесь также рассматриваются только внутренние связи, поскольку система внешних сил удовлетворяет условиям равновесия. Нужно подсчитать, сколько сечений необходимо сделать в раме, чтобы, с одной стороны, она не «рассыпалась», а с другой — чтобы в ней не осталось ни одного замкнутого контура. Таких сечений следует сделать пять (см. рисунок). Система 30 раз статически неопределима.

Метод сил. Уравнения метода сил

Выбор основной системы

Наиболее применяемым методом раскрытия статической неопределимости стержневых и рамных систем является *метод сил.* Он заклю чается в том, что заданная статически неопределимая система освобождается от дополнительных связей как внешних, так и взаимных, а их действие заменяется силами и моментами. Значения этих сил и моментов подбираются так, чтобы перемещения соответствовали тем ограничениям, которые накладываются на систему отброшенными связями. Таким образом, при указанном способе раскрытия статической неопределимости неизвестными оказываются силы. Отсюда и

Такой прием не является единственно возможным. В строительной механике широко применяются и другие методы, например **метод перемещений**, в котором за неизвестные принимаются не силовые факторы, а перемещения в элементах стержневой системы.

Итак, **раскрытие статической неопределимости** любой рамы методом сил начинается с **отбрасывания дополнительных связей**. Система, освобожденная от дополнительных связей, становится статически определимой. Она носит название ***основной системы.*** Для каждой статически неопределимой стержневой системы можно подобрать, как правило, сколько угодно основных систем.

Например, для рамы, показанной на рис.9, можно предложить основные системы, *а,* б, ..., которые получены путем отбрасывания семи дополнительных связей в различных ком

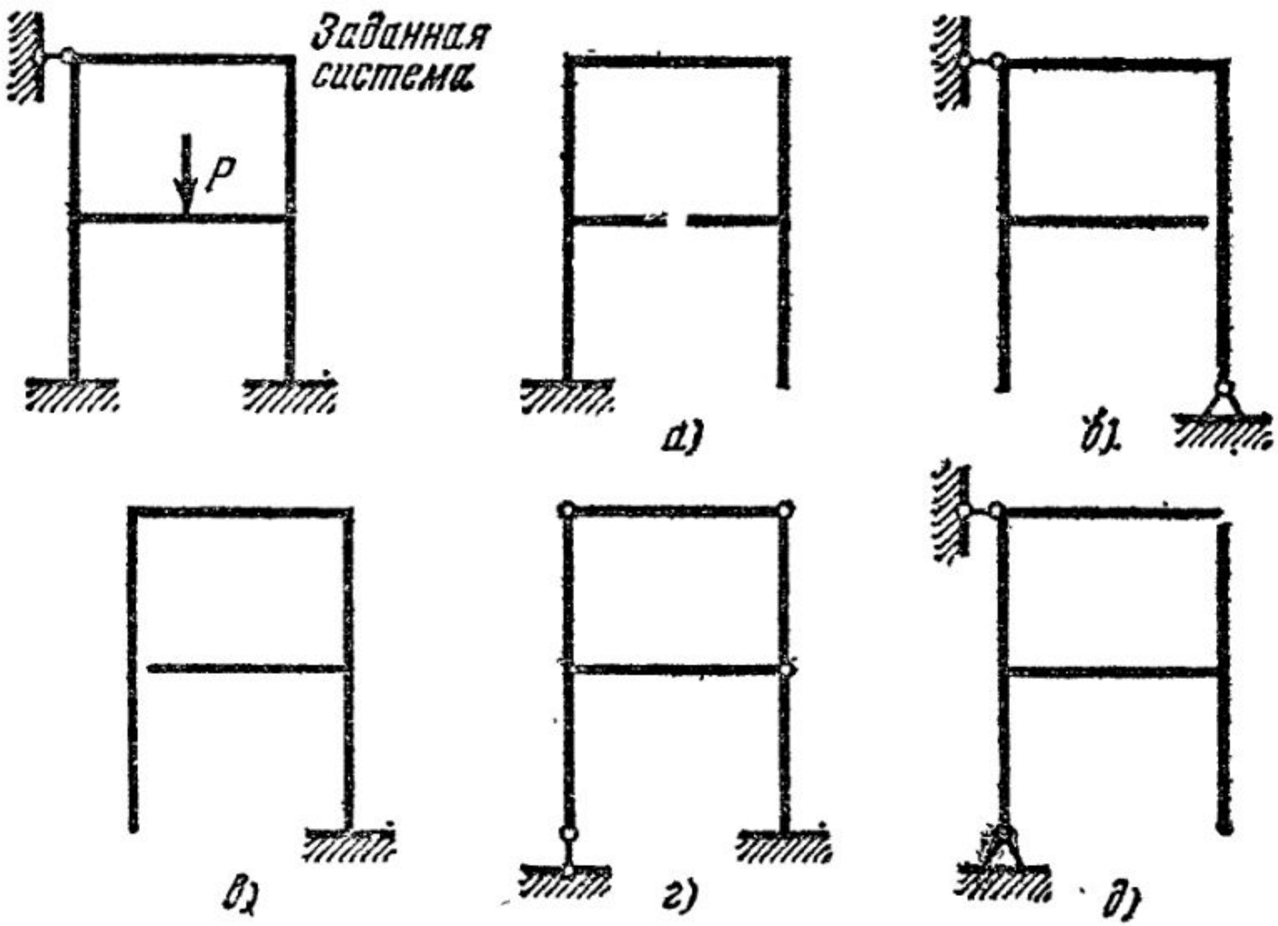

Рис. 9

Вместе с тем нужно помнить, что не всякая система с семью отброшенными связями может быть принята как основная. На рис.10 показано три примера для той же рамы, в которой также отброшено семь связей, однако сделано это неправильно, так как оставшиеся связи не обеспечивают кинематической неизменяемости системы, с одной стороны, и статической

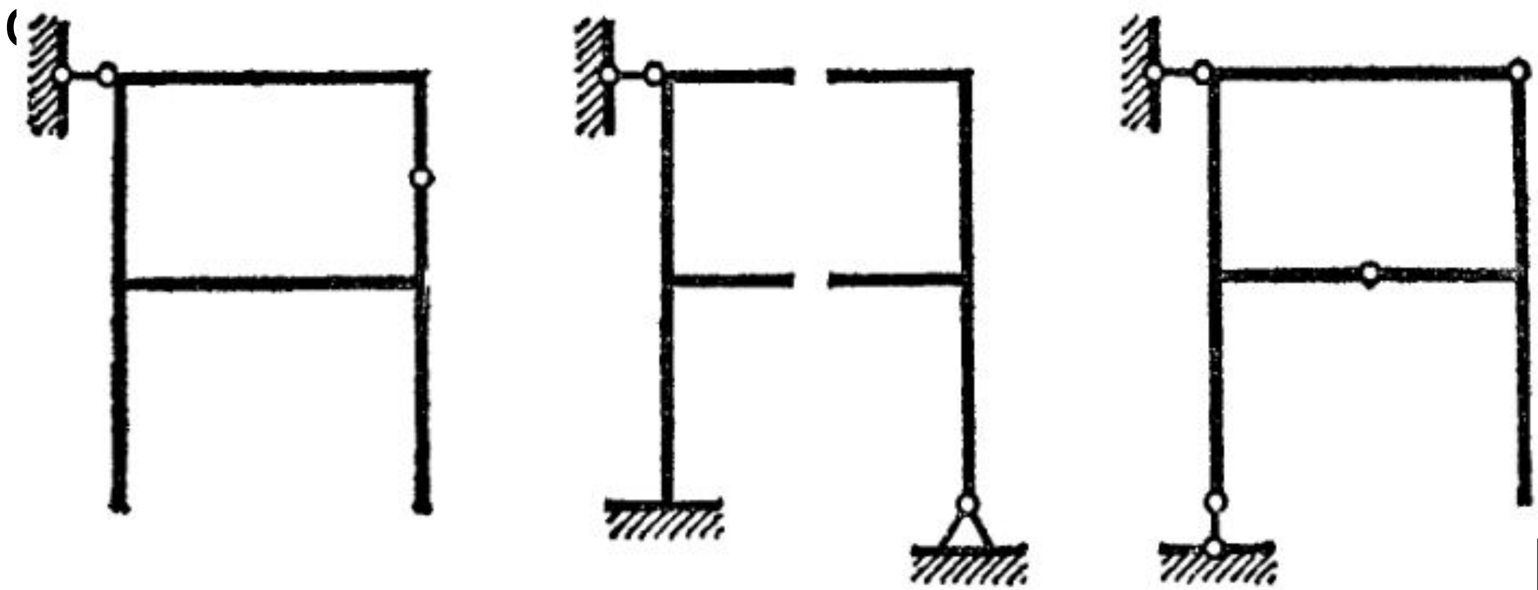

Рис.1

После того как **дополнительные связи отброшены** и система превращена в **статически определимую**, необходимо, как уже говорилось, **ввести** вместо связей **неизвестные силовые факторы**. В тех сечениях, где запрещены **линейные перемещения**, вводятся **силы**. Там, где запрещены **угловые смещения**, вводятся **моменты**.

Неизвестные силовые факторы будем обозначать X_i где *i* —номер неизвестного. Наибольшее значение *i* равно степени статической неопределимости системы. Заметим, что для внутренних связей силы являются взаимными. Если в каком-либо сечении рама разрезана, то равные и противоположные друг другу силы и моменты прикладываются как к правой, так и к левой частям системы.

На рис.11 показано пять возможных способов приложения неизвестных сил, соответствующих приведенным выше основным системам (рис.9)

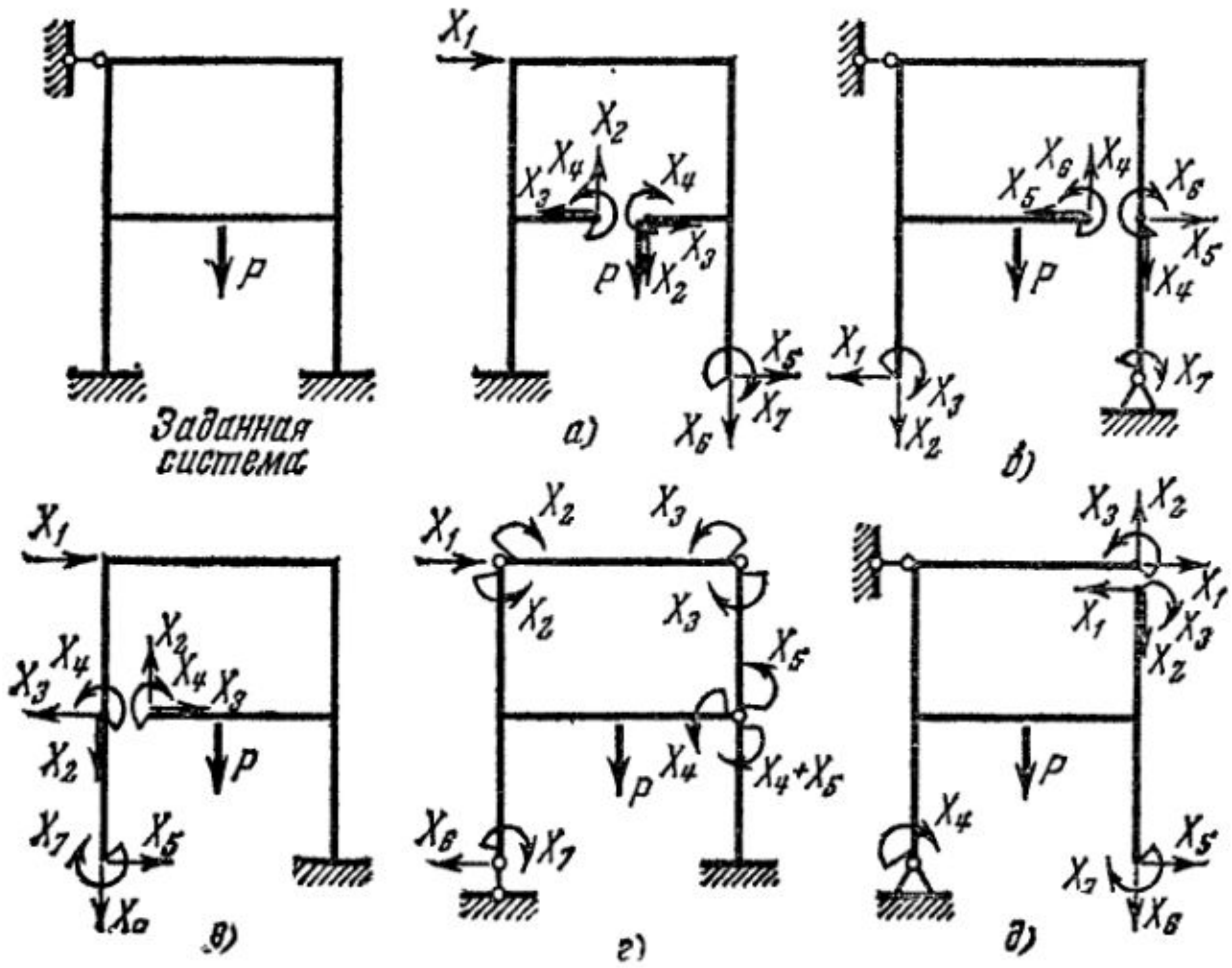

Рис.11

Канонические уравнения метода сил

Обратимся к конкретному примеру. Рассмотрим, например, систему, представленную на рис.11,*в*. Изобразим ее еще раз (рис.12). Тем, что рассматривается конкретная семь раз статически неопределимая система, общность рассуждений не будет нарушена

Перейдем теперь к составлению уравнений для определения неизвестных силовых факторов.

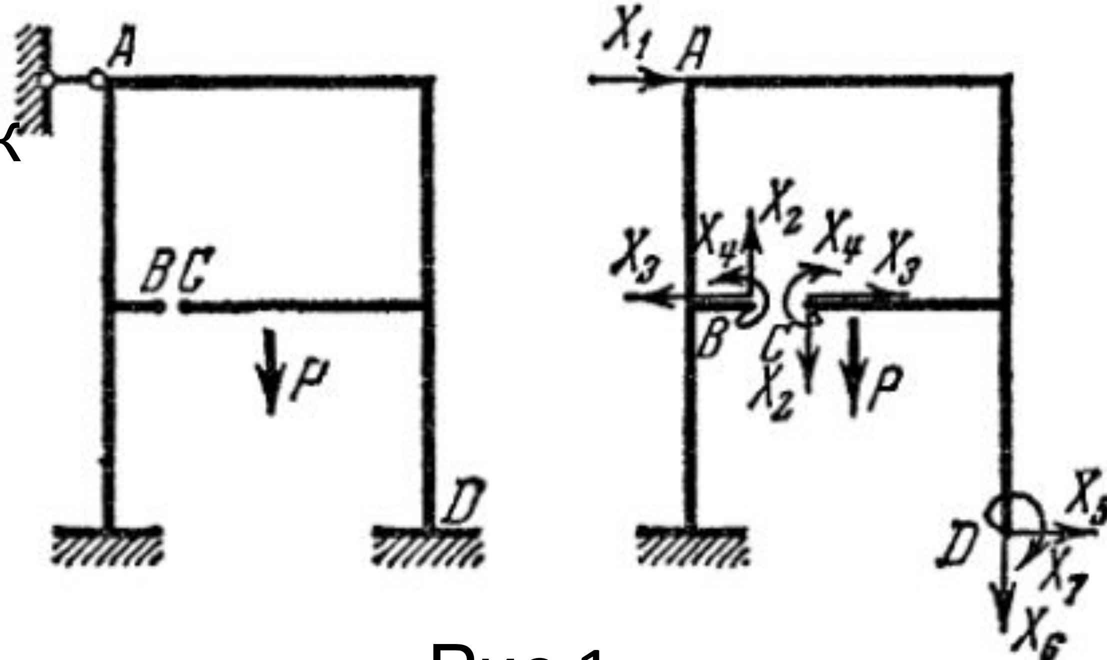

Рис.12

Условимся через δ_{ik} – обозначать взаимное смещение точек системы. Первый индекс при δ_{ik} соответствует направлению перемещения, а второй — силе, вызвавшей это перемещение.

В рассматриваемой раме в точке *A* отброшена опора. Следовательно, горизонтальное перемещение здесь равно нулю и можно записать:

$$\delta_{1[X_1, X_2, ..., P]} = 0$$

Индекс *1* означает, что речь идет о перемещении по направлению силы X_1, а индекс $[X_1, X_2, \dots, P]$ показывает, что перемещение определяется суммой всех сил, как заданных, так и неизвестных.

Аналогично можно записать:

$$\delta_{2[X_1, X_2, ..., P]} = 0; ... \delta_{3[X_1, X_2, ..., P]} = 0$$ и т. д.

Так как под величиной δ_{ik} понимается взаимное смещение точек то δ_2 обозначает вертикальное смещение точки *B* относительно *C*, δ_3 - горизонтальное взаимное смещение тех же точек, δ_4 есть взаимное угловое смещение сечений *B и C.* Угловым смещением будет также в рассматриваемой системе величина $\delta_7[X_1, X_2, \ldots, P]$.

В точках *A* и *D* смещения δ_{ik} являются абсолютными. Но абсолютные смещения можно рассматривать как смещения, взаимные с неподвижными отброшенными опорами. Поэтому принятые обозначения приемлемы для всех сечений системы.

Пользуясь принципом независимости действия сил, раскроем выражения для перемещений $\delta_i[X_1, X_2, \dots, P]$:

$$\delta_{1[X_1,X_2,\dots,P]} = \delta_{1X_1} + \delta_{1X_2} + \delta_{1X_3} + \delta_{1X_4} + \delta_{1X_5} + \delta_{1X_6} +$$

$$+\delta_{1X_7} + \delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{2[X_1,X_2,\dots,P]} = \delta_{2X_1} + \delta_{2X_2} + \delta_{2X_3} + \delta_{2X_4} + \delta_{2X_5} + \delta_{2X_6} +$$

$$+\delta_{2X_7} + \delta_{2P} = 0$$

Аналогичным образом запишем и остальные пять уравнений: каждое из слагаемых δ_{iX_k} входящих в уравнение, обозначает перемещение в направлении силы с первым индексом под действием силы, стоящей во втором индексе.

Поскольку каждое перемещение пропорционально соответствующей силе, величину δ_{iX_k} можно записать в следующем виде: $\delta_{iX_k} = \delta_{ik} X_k \quad (1)$

Что касается перемещений δ_{1P}, δ_{2P} и т. д., то под индексом *P* будем понимать не просто внешнюю силу *P*, а вообще систему внешних сил, которая может быть произвольной. Поэтому величины δ_{1P}, δ_{2P}…. в уравнениях оставим неизменными.

Теперь уравнения примут вид

$$
\begin{aligned}
&\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\delta_{13}X_3+\delta_{14}X_4+\delta_{15}X_5+\delta_{16}X_6+\\
&+\delta_{17}X_7+\delta_{1P}=0\\
&\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\delta_{23}X_3+\delta_{24}X_4+\delta_{25}X_5+\delta_{26}X_6+\\
&+\delta_{27}X_7+\delta_{2P}=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\delta_{71}X_1+\delta_{72}X_2+\delta_{73}X_3+\delta_{74}X_4+\delta_{75}X_5+\delta_{76}X_6+\\
&+\delta_{77}X_7+\delta_{7P}=0
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Эти **уравнения** носят название **канонических уравнений метода сил**. Число их равно степени статической неопределимости системы.

Как увидим далее, в случаях, когда имеется возможность сразу указать значения некоторых неизвестных, число совместно решаемых уравнений снижается. Остается теперь выяснить, что представляют собой коэффициенты δ_{ik} и как следует их определять. Для этого обратимся к выражению (1) Если $X_k = 1$, то

$$\delta_{iX_k} = \delta_{ik}$$

Следовательно, коэффициент δ_{ik} есть перемещение по направлению *i-го* силового фактора под действием единичного фактора, заменяющего *k*-й фактор.

Например, коэффициент δ_{31} уравнения (2) представляет собой взаимное горизонтальное смещение точек *B и C,* которое возникло бы в раме, если бы к ней вместо всех сил была приложена только единичная сила в точке *A* (рис.13)

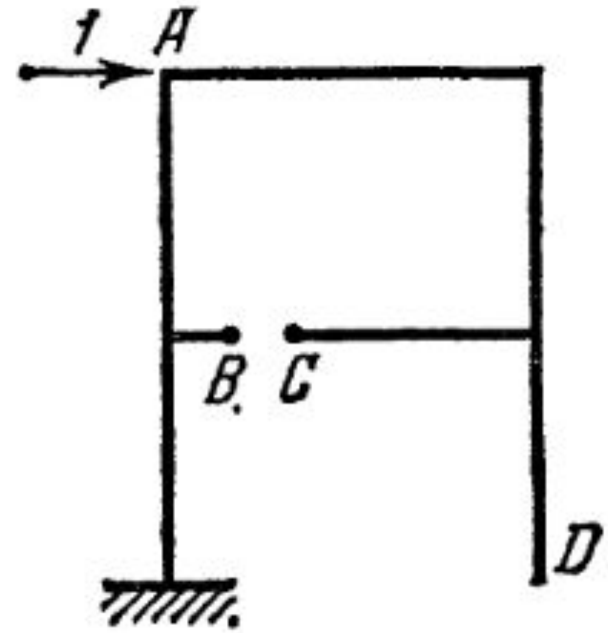

Рис.13

Если, например, вместо сил X_2 приложить единичные силы, а все прочие силы снять (рис.14), то угол поворота в сечении *D* под действием этих сил будет δ_{72} горизонтальное перемещение в точке *A* будет δ_{12} и т. д.

Весьма существенно отметить, что в проделанном выводе совершенно не обусловливается то, каким образом возникают перемещения δ_{ik} Хотя мы и рассматриваем раму, работающую на изгиб, все сказанное с равным успехом может быть отнесено вообще к любой системе, работающей на кручение, растяжение и изгиб или на то, другое и третье совместно.

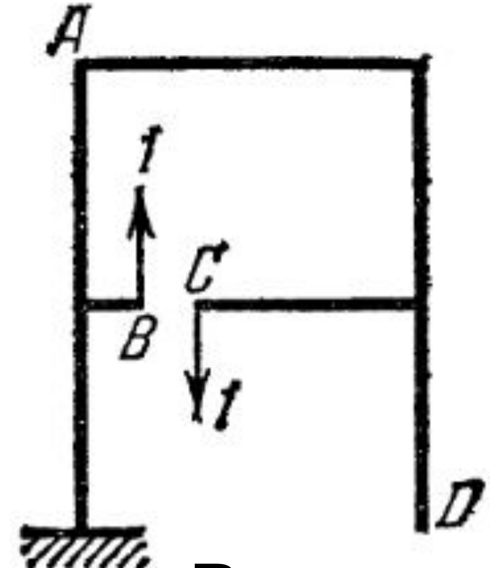

Рис.14

Обратимся к интегралам Мора. Для того чтобы определить величину δ_{ik} следует вместо внешних сил рассматривать единичную силу, заменяющую k - й фактор.

В итоге получим

$$\delta_{ik}=\int_l \frac{M_{\kappa k}M_{\kappa i}dz}{GI_\kappa}+\int_l \frac{M_{xk}M_{xi}dz}{EI_x}+\int_l \frac{M_{yk}M_{yi}dz}{EI_y}+$$

$$+\int_l \frac{N_k N_i dz}{EA}+\int_l \frac{k_x Q_{xk}Q_{xi}dz}{GA}+\int_l \frac{k_y Q_{yk}Q_{yi}dz}{GA} \qquad (3)$$

где $\mathrm{M}_{ki}, \mathrm{M}_{xi}$, … - внутренние моменты и силы, возникающие под действием *i-го* единичного фактора. Таким образом, коэффициенты δ_{ik} получаются как результат перемножения *i-го* и *k- го* внутренних единичных силовых факторов.

Индексы *i* и *k* непосредственно указывают, какие факторы должны быть перемножены под знаком интегралов Мора. Если рама состоит из прямых участков и можно пользоваться правилом Верещагина, то δ_{ik} представляет собой результат перемножения *i-х* единичных эпюр на *k-е* единичные эпюры.
Очевидно, что δ_{ik}= δ_{ki} Это следует, с одной стороны, непосредственно из выражений (3), а с другой стороны, из **теоремы взаимности перемещений**, поскольку перемещения δ_{ik} и δ_{ki} возникают под действием одной и той же силы, равной единице.

Величины $\delta_{i\mathrm{P}}$ входящие в канонические уравнения, представляют собой перемещения в направлениях 1, 2, ..., возникающие под действием заданных внешних сил в основной системе. Они **определяются перемножением эпюры заданных сил** на соответствующие **единичные эпюры**.

Еще раз напомним, что в подавляющем большинстве случаев **перемещения, связанные с изгибом и кручением элементов рамы**, значительно **превышают** перемещения **растяжения и сдвига**.

Поэтому в выражении (3) последними тремя интегралами, как правило, можно пренебречь.

Пример.

Использование свойств симметрии и косой симметрии при раскрытии статической неопределимости

Пусть имеется симметричная рама (рис. 15). Ее правая часть может рассматриваться как зеркальное отображение левой части относительно плоскости симметрии. При расчете возможно упростить решение задачи и снизить число иском

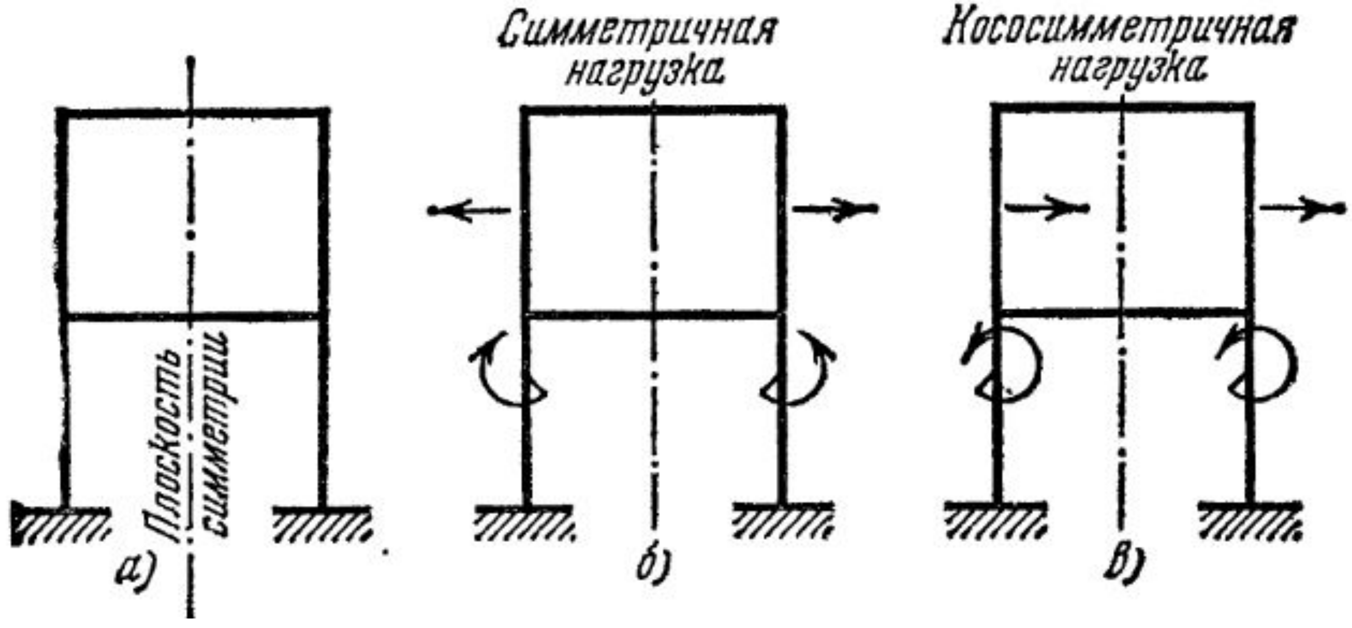

Рис.15

Рассмотрим случаи нагружения рамы **симметричной** и **кососимметричной** нагрузками. Под симметричной нагрузкой будем понимать такую, при которой все внешние силы, приложенные к правой части рамы, являются зеркальным отображением сил, приложенных к левой части (рис. 15, б). Под кососимметричной, или антисимметричной, нагрузкой будем понимать такую, при которой силы, приложенные к правой половине рамы, также являются зеркальным отображением сил, приложенных к левой половине, но противоположны им по знаку (рис. 15, *в).*

Аналогично классифицируем и внутренние силовые факторы. Рассмотрим для этого некоторое произвольное сечение рамы, в котором возникает шесть силовых факторов. В правой и левой плоскостях произведенного сечения (рис.16) си

Посмотрим, какие из шести силовых факторов образуют зеркальное отображение относительно плоскости сечения

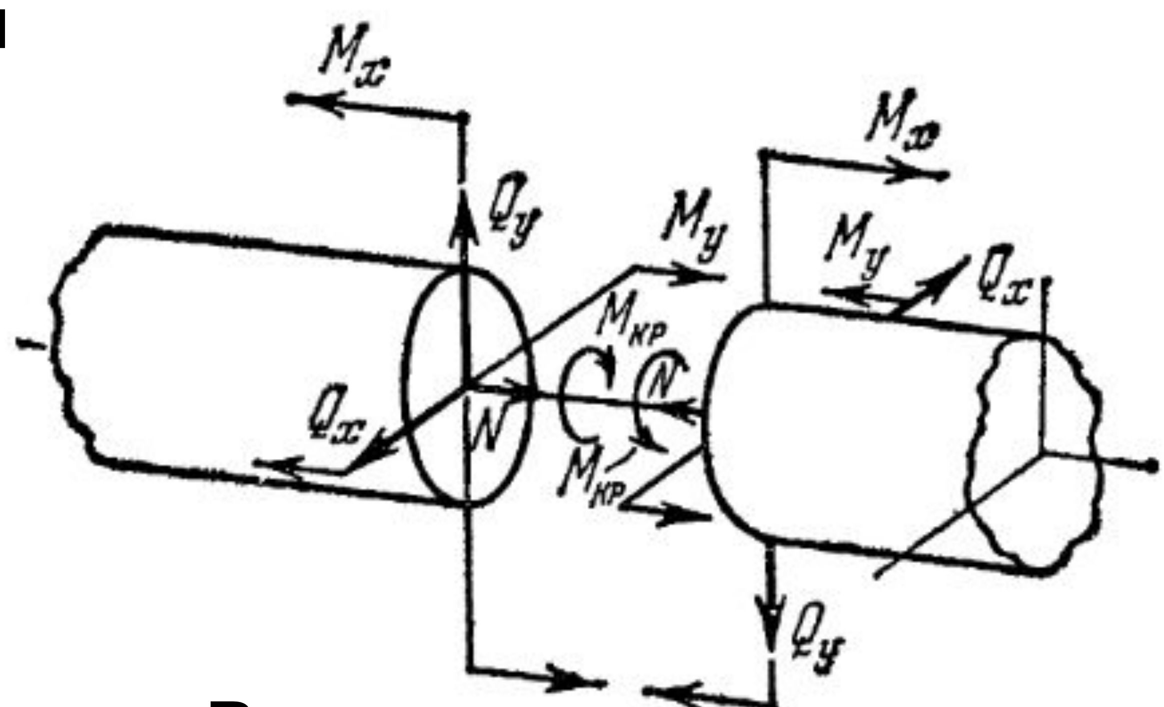

Рис.1
6

Такими оказываются **три**: **два изгибающих момента** и **нормальная сила**. Будем их называть ***симметричными*** внутренними факторами. **Крутящий момент** и **обе поперечные силы** в принятой терминологии должны быть названы ***кососимметричными*** силовыми факторами. Каждый из них противоположен по знаку зеркальному отображению взаимного фактора. Нетрудно теперь доказать следующие положения.

*У **симметричной рамы** в плоскости симметрии при **симметричной** внешней нагрузке обращаются в **нуль** кососимметричные силовые факторы, а при **кососимметричной** внешней нагрузке —*

Обратимся к симметричной раме, например к показанной на рис. 15, и выберем основную систему, разрезая раму по плоскости симметрии (рис. 17). Обозначим через X_1, X_2 кососимметричные силовые факторы и через X_3, X_4, X_5, X_6 - симметричные и выпишем систему канонических уравнений. В данном случае их будет шесть:

$$\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\delta_{13}X_3+\delta_{14}X_4+\delta_{15}X_5+\delta_{16}X_6=-\delta_{1P}$$
$$\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\delta_{23}X_3+\delta_{24}X_4+\delta_{25}X_5+\delta_{26}X_6=-\delta_{2P}$$
$$\delta_{31}X_1+\delta_{32}X_2+\delta_{33}X_3+\delta_{34}X_4+\delta_{35}X_5+\delta_{36}X_6=-\delta_{3P}$$
$$\delta_{41}X_1+\delta_{42}X_2+\delta_{43}X_3+\delta_{44}X_4+\delta_{45}X_5+\delta_{46}X_6=-\delta_{4P}$$
$$\delta_{51}X_1+\delta_{52}X_2+\delta_{53}X_3+\delta_{54}X_4+\delta_{55}X_5+\delta_{56}X_6=-\delta_{5P}$$
$$\delta_{61}X_1+\delta_{62}X_2+\delta_{63}X_3+\delta_{64}X_4+\delta_{65}X_5+\delta_{66}X_6=-\delta_{6P}$$

Заметим теперь, что в этих уравнениях многие из коэффициентов обращаются в нуль. Это будут все коэффициенты, у которых один индекс принадлежит симметричному, а другой — кососимметричному фактору.

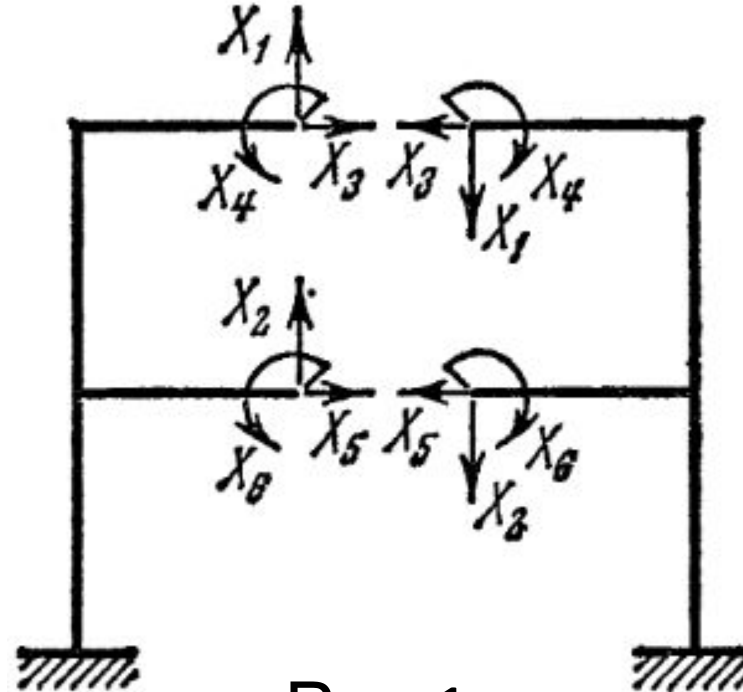

Рис.17

Например, обращается в нуль коэффициент δ_{13}. Индекс 1 принадлежит кососимметричному фактору (X_1, X_2 - кососимметричные факторы), а индекс 3 — симметричному фактору (X_3, X_4, X_5, X_6 - симметричные факторы). Обращаются также в нуль $\delta_{14}, \delta_{15}, \delta_{16}, \delta_{23}, \delta_{24}$ и т.д.

Происходит это потому, что в симметричной раме не возникает взаимных кососимметричных перемещений под действием симметричных нагрузок. Точно так же не возникает симметричных перемещений под действием кососимметричных факторов.

Сказанное становится ещё более очевидным, если учесть, что в рассматриваемой системе эпюра изгибающих моментов от кососимметричных факторов будет кососимметричной, а от симметричных факторов — симметричной (рис. 18).

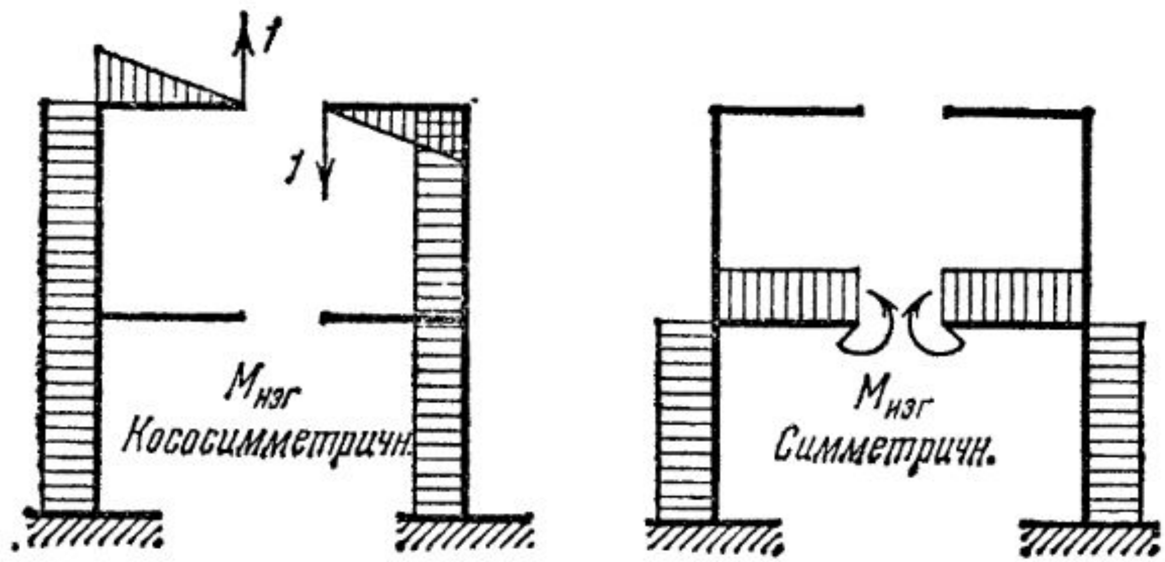

Рис.18

При перемножении таких эпюр, естественно, получим нуль, в то время как перемножение кососимметричной эпюры на кососимметричную и симметричной на симметричную дает результат, отличный от нуля.

Итак, вычеркивая из системы уравнений коэффициенты, обращающиеся в нуль, получаем

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = -\delta_{1P}$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = -\delta_{2P}$$

$$\delta_{33}X_3 + \delta_{34}X_4 + \delta_{35}X_5 + \delta_{36}X_6 = -\delta_{3P}$$

$$\delta_{43}X_3 + \delta_{44}X_4 + \delta_{45}X_5 + \delta_{46}X_6 = -\delta_{4P}$$

$$\delta_{53}X_3 + \delta_{54}X_4 + \delta_{55}X_5 + \delta_{56}X_6 = -\delta_{5P}$$

$$\delta_{63}X_3 + \delta_{64}X_4 + \delta_{65}X_5 + \delta_{66}X_6 = -\delta_{6P}$$

Как видим, система уравнений распалась на две независимые.
Теперь положим, что внешняя нагрузка является симметричной. Из высказанных выше соображений следует, что $\delta_{1P} = \delta_{2P} = 0$. Первая система уравнений становится однородной. Тогда $X_1 = 0$, $X_2 = 0$.
Следовательно, при симметричной нагрузке кососимметричные силовые факторы в плоскости симметрии обращаются в нуль.
При кососимметричной нагрузке $\delta_{3P} = \delta_{4P} = \delta_{5P} = \delta_{6P} = 0$. Тогда X_3=0, X_4=0, X_5=0, X_6=0.
В этом случае в плоскости симметрии обращаются в нуль симметричные силовые факторы. Все сказанное, сохраняет силу и для пространственных рам при любой степени статической неопределимости.