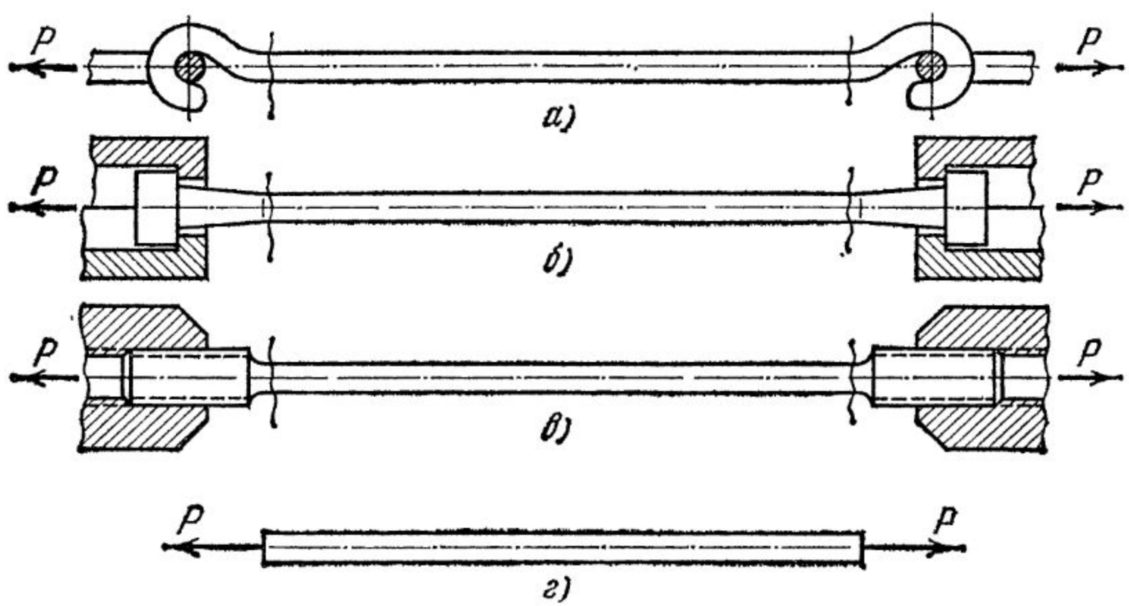
Растяжение и сжатие

Усилия в поперечных сечениях бруса

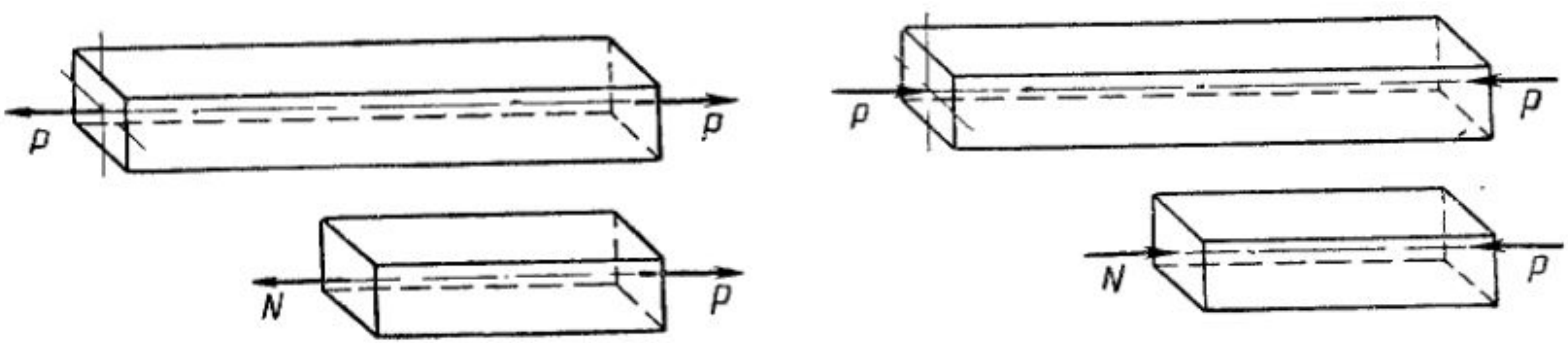
При растяжении (сжатии) прямого бруса в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор — продольная сила, обозначаемая N_z или N.

Прямые брусья, работающие на растяжение или сжатие, часто называют стержнями.

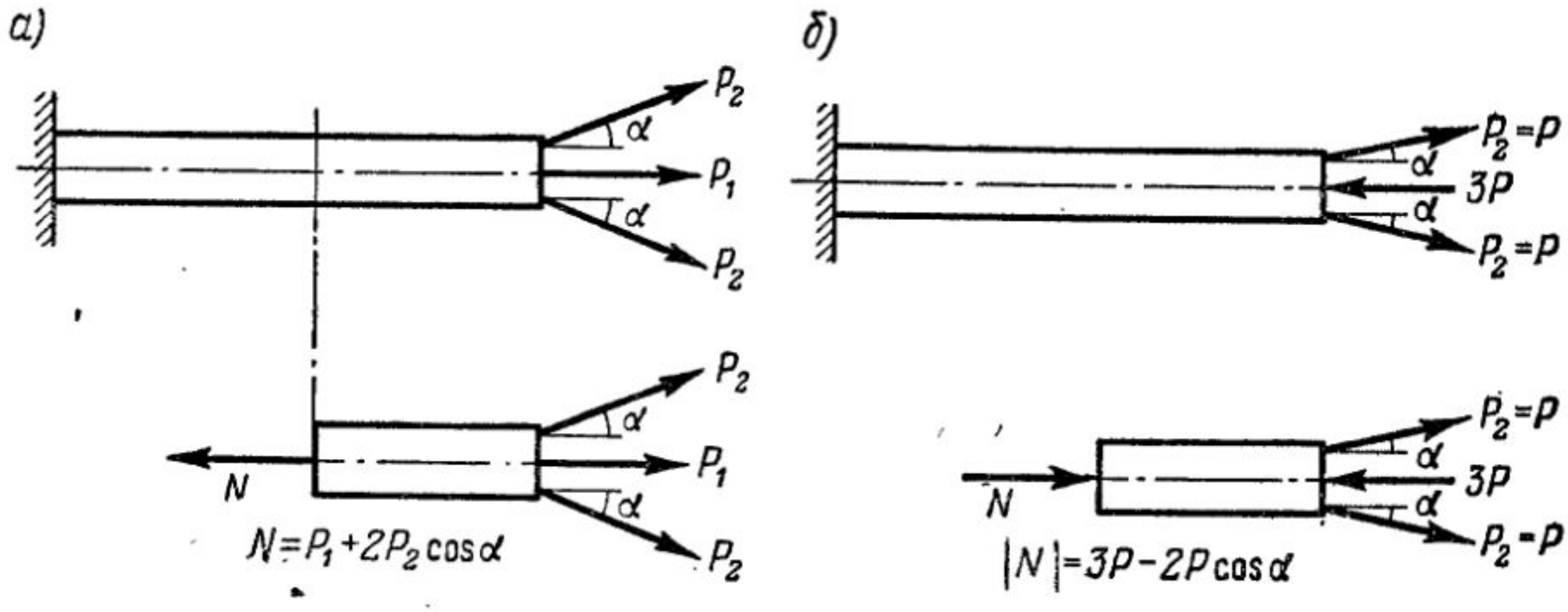


Продольные силы, соответствующие деформации растяжения, условимся считать положительными, а сжатия — отрицательными.

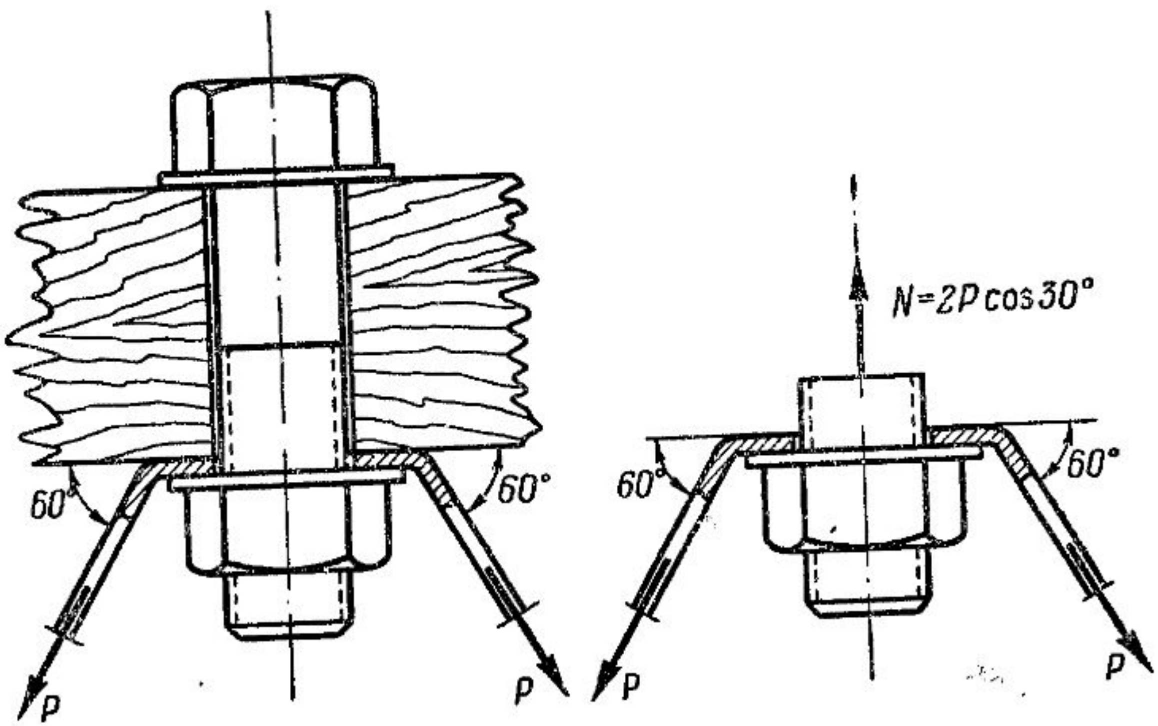
При растяжении продольная сила направлена от сечения , а при сжатии — к сечению.



Для того чтобы брус работал на растяжение (сжатие), равнодействующая внешних сил, приложенных по одну сторону от любого поперечного сечения бруса, должна быть направлена вдоль его оси. Только при этом условии все внутренние силовые факторы, кроме



Величина и направление (знак) продольной силы определяются из уравнения равновесия, составленного для *отсеченной* (оставленной после проведения сечения) *части* бруса



$$\sum_{\substack{\text{ост.}\\ \text{части}}} Z = 0;$$

$$N + \sum_{\substack{\text{ост.}\\ \text{части}}} P_{zi} = 0,$$

$$N = -\sum_{\substack{\text{ост.}\\ \text{части}}} P_{zi},$$

Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось *Oz* всех внешних сил, приложенных к оставленной части.

Приведенная формулировка не может рассматриваться как определение понятия «продольная сила», она указывает лишь метод для нахождения ее величины и направления. ***Продольной силой*** *в поперечном сечении бруса называется равнодействующая внутренних нормальных сил, возникающих в этом, сечении.*

Элементарная нормальная сила, возникающая на бесконечно малой площадке поперечного сечения, равна произведению нормального σ_z напряжения dF на площадь указанной площадки

$$dN = \sigma_z dF$$

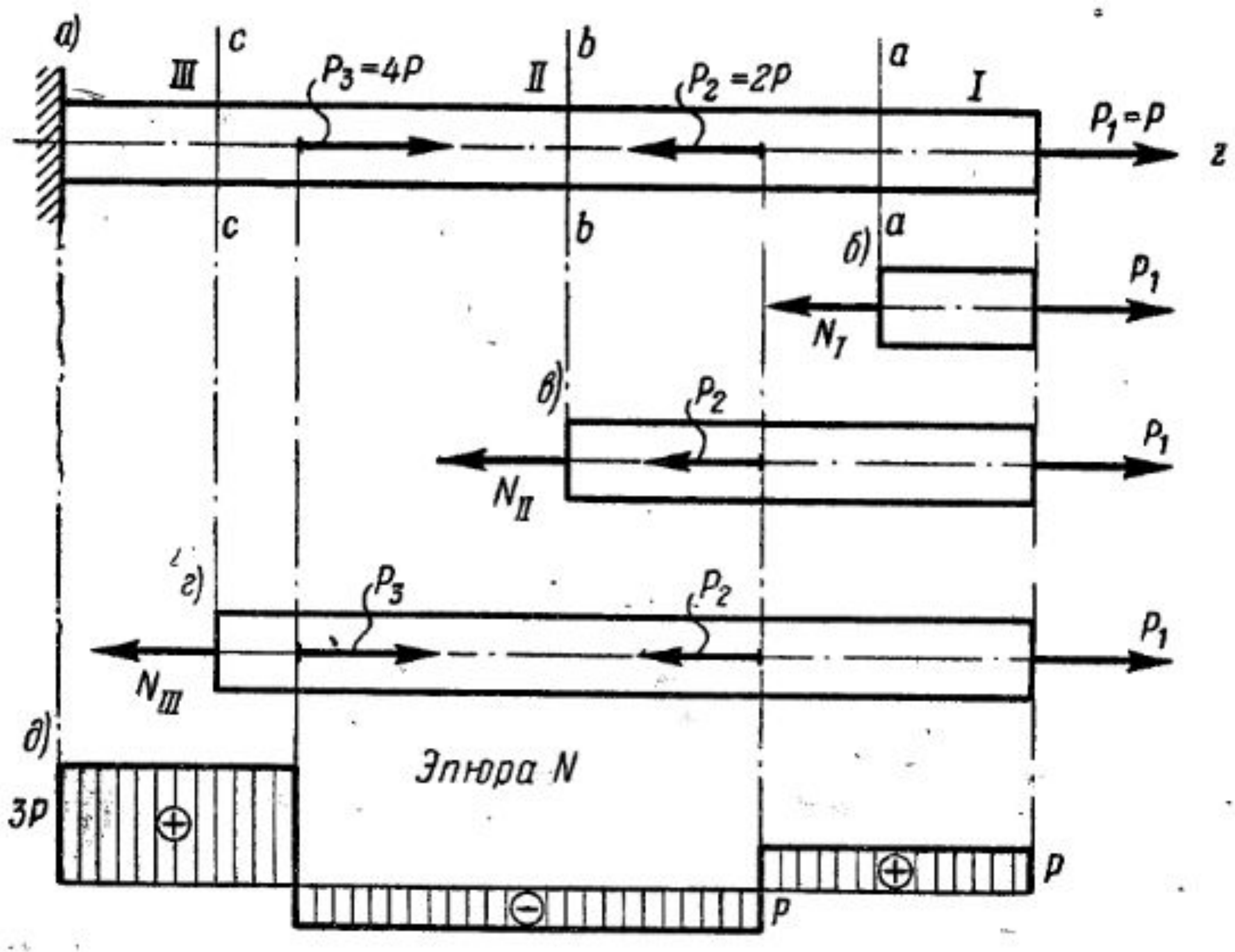
Сумма (равнодействующая) этих элементарных сил представляет собой определенный интеграл

$$N = \int_F \sigma_z dF$$

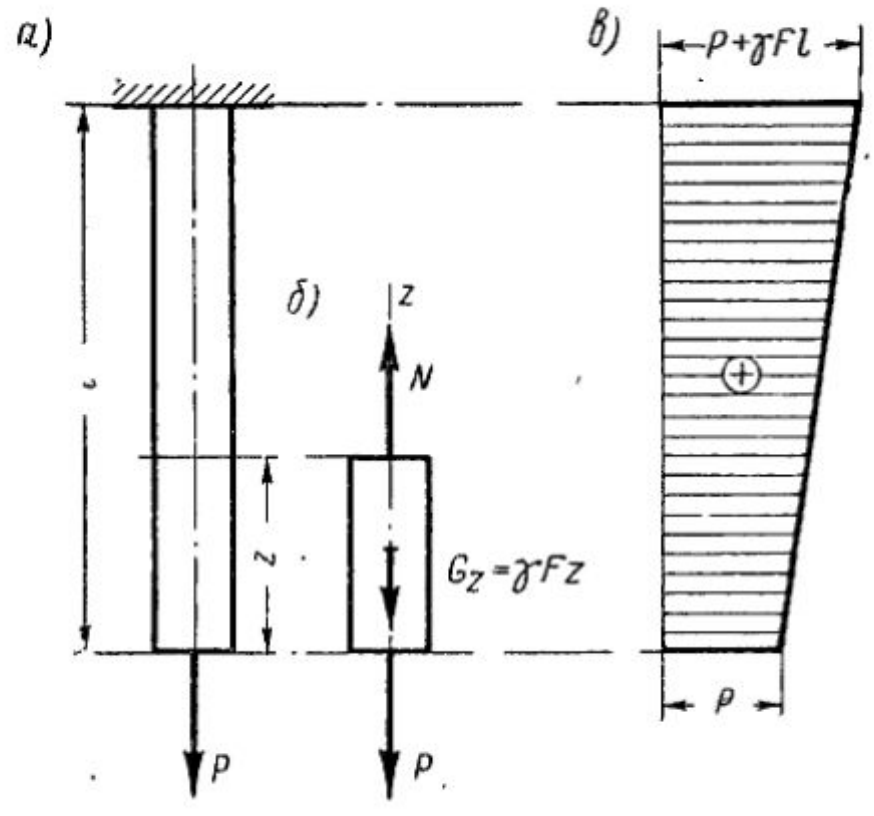
В тех случаях; когда продольные силы в различных поперечных сечениях бруса не одинаковы, закон их изменения по длине бруса удобно представить в виде графика, называемого эпюрой продольных сил. Аргументом при построении этого графика является координата поперечного сечения бруса (z), а функцией — продольная сила (N).

Эпюра продольных сил — это график функции $N=f(z)$. Далеко не всегда можно составить выражение указанной функции, справедливое при всех значениях координаты z (для всего бруса). Приходится разбивать брус на участки, для каждого из которых будет свое выражение функции $N=f(z)$.

Пример построения эпюры продольных сил



Эпюру продольных сил строят для того, чтобы использовать ее при расчете бруса на прочность; она дает возможность найти наибольшие значения продольных сил и положение сечений, в которых они возникают.



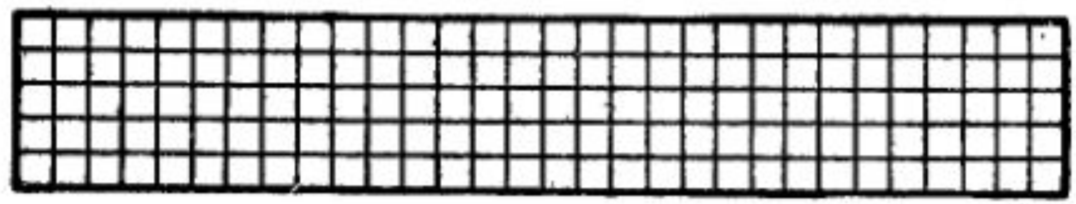
Напряжения в поперечных сечениях бруса

При растяжении (сжатии) бруса в его *поперечных* сечениях возникают только *нормальные* напряжения. Равнодействующая соответствующих элементарных сил $\sigma_x dF$ — продольная сила может быть найдена с помощью метода сечений.

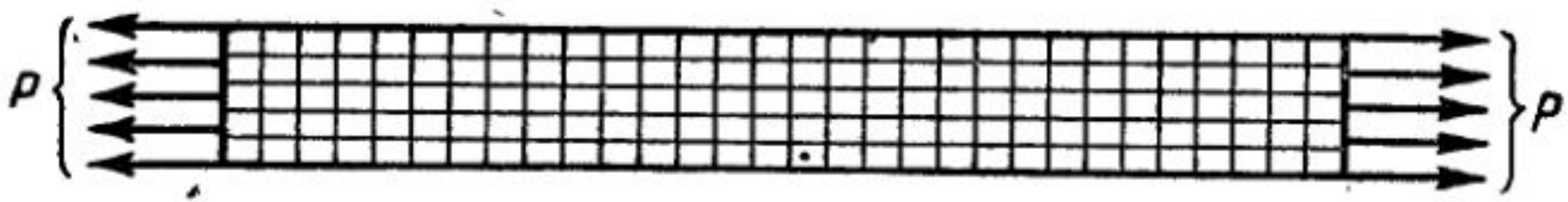
Для того чтобы иметь возможность определить нормальные напряжения при известном значении продольной силы, необходимо установить закон их распределения по поперечному сечению бруса.

Эта задача решается на основе ***гипотезы плоских сечений*** (гипотезы Я. Бернулли), которая гласит: *сечения бруса, плоские и нормальные к его оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси и при деформации.*

а)

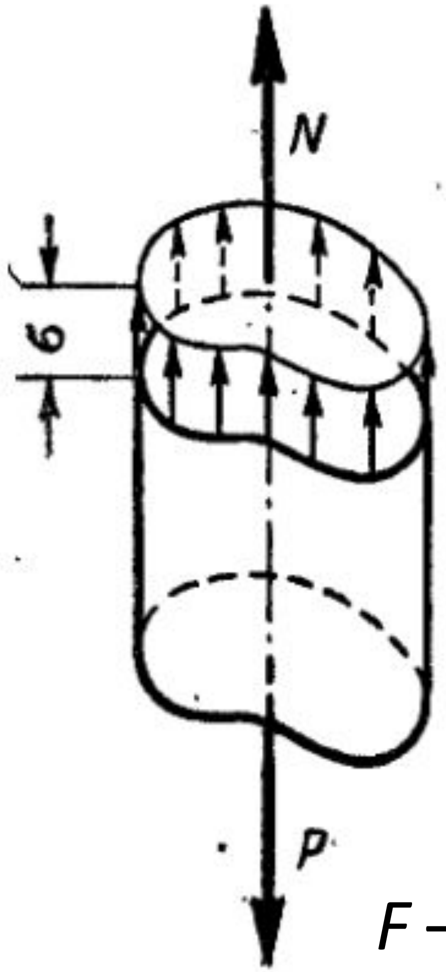


б)



Представим себе, что брус состоит из бесконечно большого числа продольных элементов, имеющих бесконечно малые («точечные») поперечные сечения. Эти элементы будем условно называть волокнами.
Из гипотезы Бернулли следует, что все волокна в рассматриваемом случае деформируются одинаково. Естественно допустить, что равным деформациям соответствуют одинаковые напряжения. Таким образом, приходим к заключению, что ***при растяжении (сжатии) бруса нормальные напряжения распределены по его поперечному сечению равномерно.***

Распределение напряжений не зависит от формы поперечного сечения.



Для определения величины нормальных напряжений используем выражение

$$N = \int_F \sigma_z dF$$

Вынося σ_z (постоянная величина !) за знак интеграла, получаем

$$N = \sigma_z \int_F dF = \sigma_z F$$

F – площадь поперечного сечения бруса

Нормальное напряжение при растяжении (сжатии)

$$\sigma = \frac{N}{F}$$

Для нормальных напряжений принимают то же правило знаков, что и для продольных сил, т. е. при растяжении считают напряжения положительными.

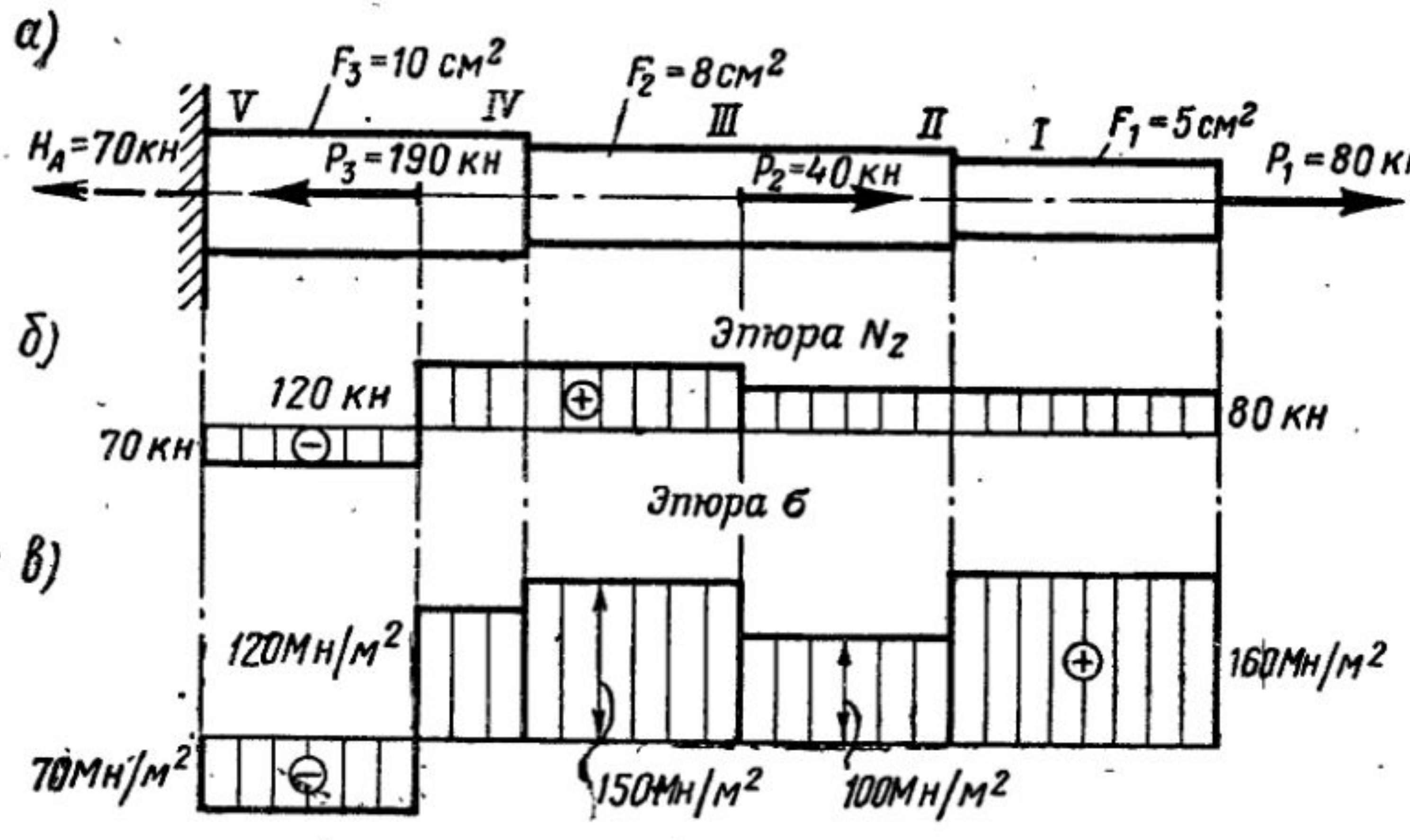
Фактически распределение напряжений в сечениях бруса, примыкающих к месту приложения внешних сил, зависит от способа приложения нагрузки и может быть неравномерным.

В сечениях бруса, отстоящих от места нагружения на расстоянии, примерно равном наибольшему из поперечных размеров бруса, распределение напряжений можно считать практически равномерным

Рассмотренное положение является частным случаем ***принципа Сен-Венана,*** который можно сформулировать следующим образом: *распределение напряжений существенно зависит от способа приложения внешних сил лишь вблизи места нагружения. В частях, достаточно удаленных от места приложения сил, распределение напряжений практически зависит только от статического эквивалента этих сил, а не от способа их приложения.*

В местах резкого изменения формы и размеров поперечного сечения бруса также возникают местные напряжения, но в этой главе курса учитывать их не будем.

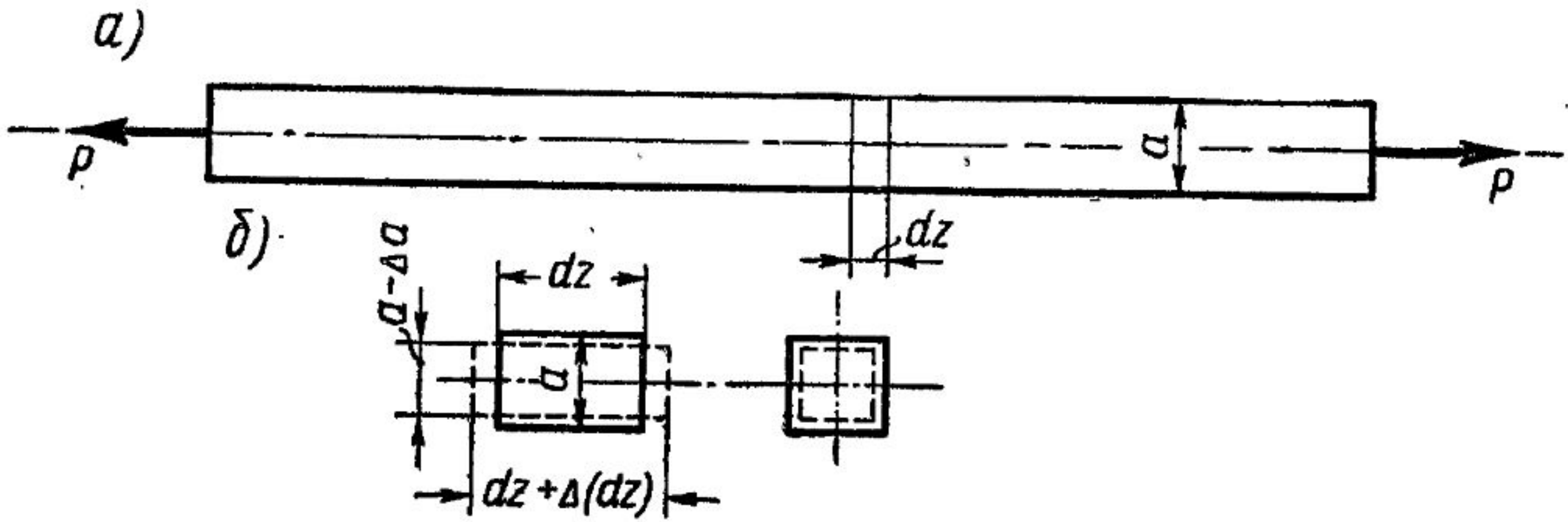
В тех случаях, когда нормальные напряжения в различных поперечных сечениях бруса неодинаковы, показывают закон их изменения по длине бруса в виде графика — *эпюры нормальных напр*...



Деформации и перемещения

Умение вычислять деформации и перемещения необходимо для расчетов на ***жесткость,*** а также для определения усилий в статически неопределимых системах.

Выделим из бруса бесконечно малый элемент длиной *dz.* Этот элемент отдельно изображен штриховыми линиями в деформированном состоянии — длина элемента увеличилась, а размеры поперечного сечения уменьшились.



Приращение длины элемента обозначим $\Delta(dz)$. Отношение приращения (изменения) длины элемента к его первоначальной длине называется *относительным удлинением,* или ***продольной деформацией***.

$$\varepsilon = \frac{\Delta(dz)}{dz}$$

Продольная деформация – безразмерная величина, в некоторых случаях ее выражают в процентах.

При растяжении продольную деформацию считают положительной, а при сжатии — отрицательной.

Отношение изменения Δa размера поперечного сечения к его первоначальному значению называют *относительным поперечным сужением (расширением)*, или ***поперечной деформацией***

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a}$$

Опытным путем установлено, что при простом растяжении или сжатии отношение поперечной деформации к продольной — величина постоянная для данного материала.
Это отношение взятое по абсолютной величине, называется *коэффициентом поперечной деформации, или* ***коэффициентом Пуассона***

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$$

Значения коэффициента Пуассона для различных материалов лежат в пределах от 0 до 0,5. Минимальное значение имеет для пробки—0; максимальное — для каучука - 0,5

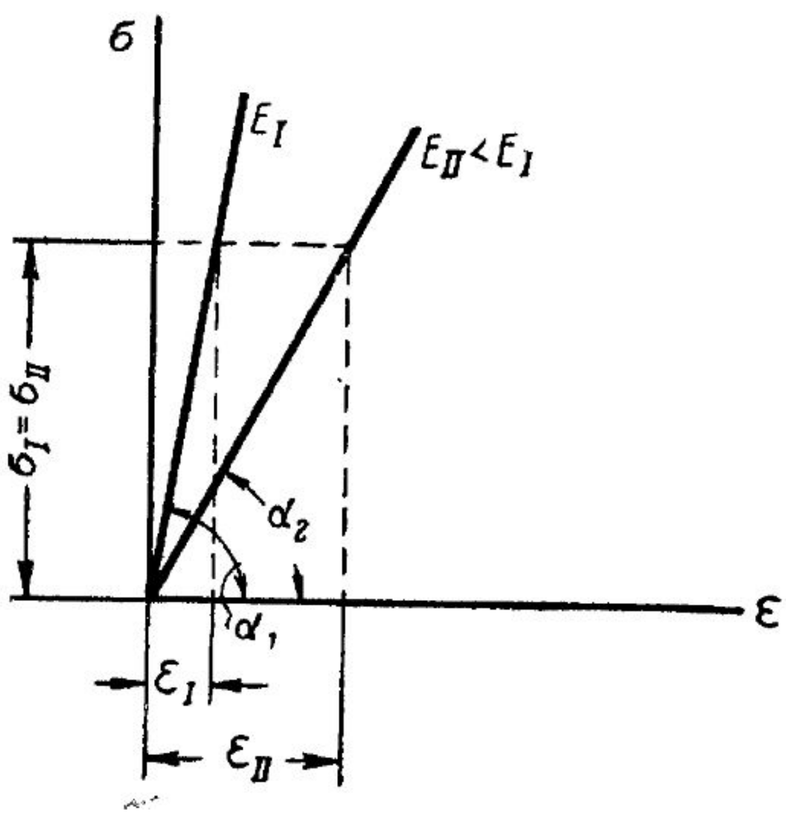
Связь между деформацией и напряжением

Для подавляющего большинства конструкционных материалов можно считать, что в *известных пределах нагружения между продольной деформацией и соответствующим (действующим в ее направлении) нормальным напряжением существует прямая пропорциональность (линейная зависимость).* Это положение носит название ***закона Гука*** и записывается в виде

$$\sigma = E\varepsilon$$

E – модуль упругости или модуль Юнга (Па).

Модуль продольной упругости — физическая постоянная данного материала, характеризующая его *жесткость,* т. е. способность сопротивляться упругим деформациям. Чем жестче материал, тем меньше он деформируется при данной величине напряжений.



Рассмотрим вопрос об определении изменения длины (удлинения или укорочения) бруса.

$$\varepsilon = \frac{\Delta(dz)}{dz} \Rightarrow \Delta(dz) = \varepsilon dz \qquad (1)$$

По закону Гука

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \qquad (2)$$

Выражение (2) подставляем в (1)

$$\Delta(dz) = \varepsilon dz = \frac{\sigma}{E} dz \qquad (3)$$

Нормальное напряжение, возникающее в поперечном сечении бруса, выразим через продольную силу и площадь сечения

$$\sigma = \frac{N}{F} \qquad (4)$$

Подставляем выражение (4) в (3)

$$\Delta(dz) = \frac{Ndz}{EF}$$

Для определения изменения длины всего бруса Δl (или участка бруса) следует просуммировать $\Delta(dz)$ по всей длине, т. е. взять интеграл

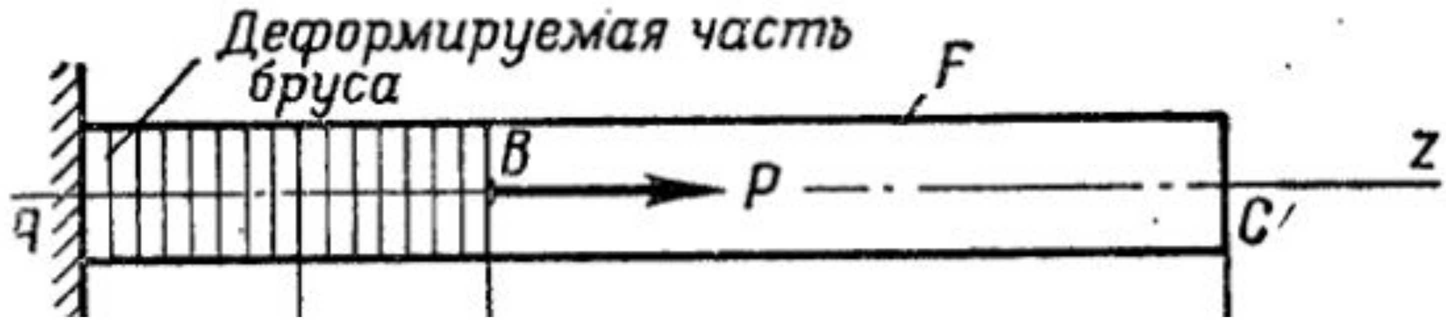
$$\Delta l = \int_l \frac{Ndz}{EF}$$

В наиболее общем случае, когда законы изменения *N и F* (или одной из этих величин) различны для отдельных участков бруса при определении Δl интегрирование ведут в пределах каждого из участков, а затем результаты алгебраически суммируют, т. е

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{k} \int_l \frac{Ndz}{EF}$$

Последнее выражение часто называют *формулой Гука*

При растяжении (сжатии) бруса его поперечные сечения перемещаются в направлении оси. *Перемещения* являются следствием деформаций, но эти понятия необходимо строго разграничивать. Например, в случае, представленном на рисунке ниже, деформируется лишь левая часть бруса (участок *AB),* а участок *BC* перемещается как абсолютно твердое тело



Перемещения всех сечений этого участка одинаковы и равны удлинению части *AB* бруса

$$\lambda_B = \lambda_C = \Delta l_{AB} = \frac{Pa}{EF}$$

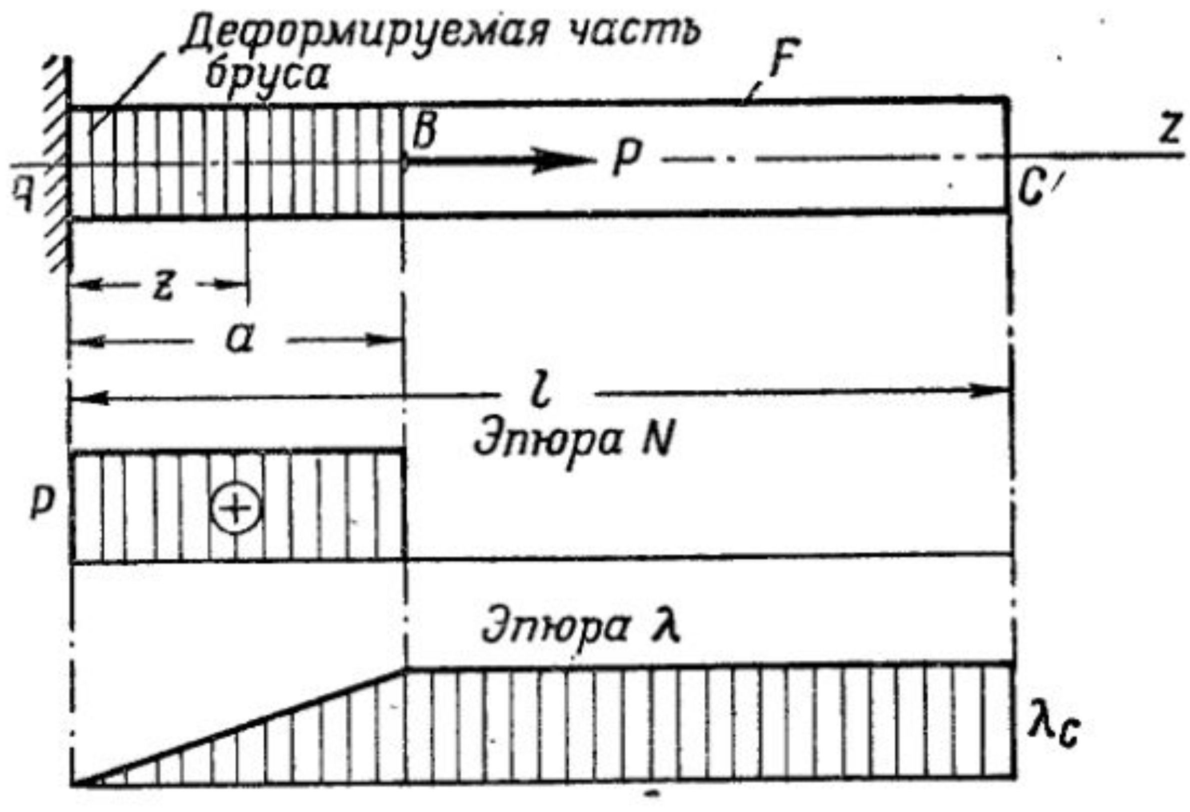
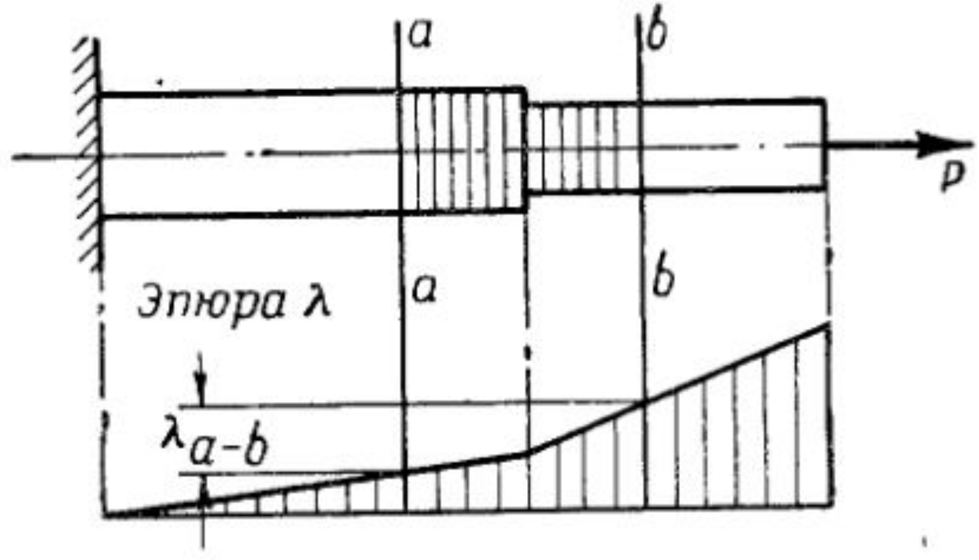


График *[$\lambda z = f(z)$],* показывающий перемещения поперечных сечений в функции их расстояния *z* от неподвижного конца бруса или сечения, условно принятого за неподвижное), называется *эпюрой перемещений.*

Взаимное перемещение; двух сечений равно изменению длины части бруса, заключенной между этими сечениями.



НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ (СЖАТИИ)

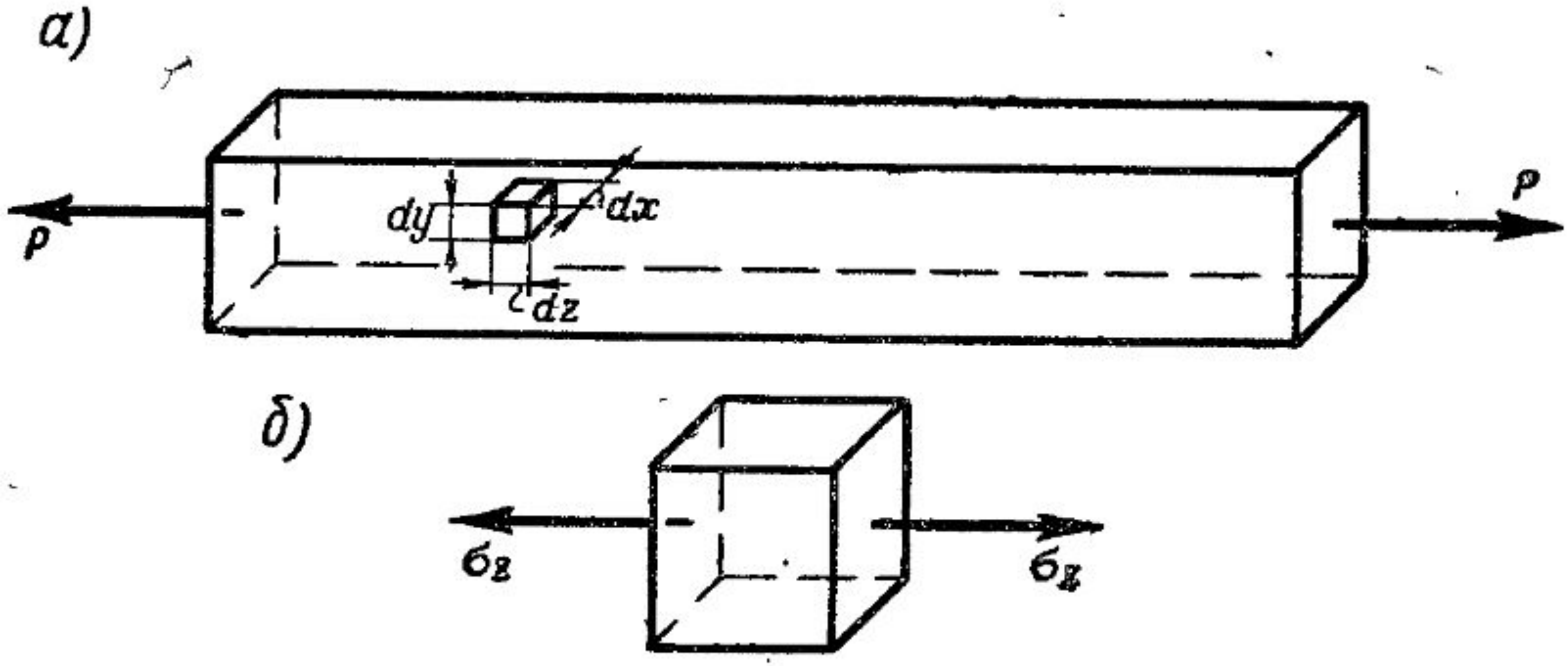
При первом знакомстве с понятием «напряжение» было подчеркнуто, что нельзя говорить о напряжении в данной точке тела, не указывая положения площадки, на которой оно возникает. Действительно, через точку можно провести бесчисленное множество различно ориентированных площадок и, в общем случае возникающие на них напряжения будут различны. Совокупность нормальных и касательных напряжений, возникающих на всем бесчисленном множестве площадок, которые можно провести через данную точку, характеризует *напряженное состояние в этой точке.*

Исследовать напряженное состояние в данной точке — это значит получить зависимостей, позволяющие определить напряжения, возникающие на любой проведенной через нее площадке.
Для решения этой задачи надо знать напряжения по любым трем взаимно перпендикулярным площадкам, проведенным через исследуемую точку (доказательства этого положения не приводим). Эти площадки и возникающие на них напряжения (они, повторяем, должны быть известны) называются *исходными.*

При исследовании напряженного состояния в различных точках прямого бруса в любом случае его нагружения исходными являются напряжения, возникающие на площадках, соответствующих поперечному и двум продольным сечениям, проходящим через рассматриваемую точку. При растяжении (сжатии) прямого бруса в поперечных сечеиинях возникают только нормальные напряжения, определяемые по формуле

$$\sigma_z = \frac{N}{F}$$

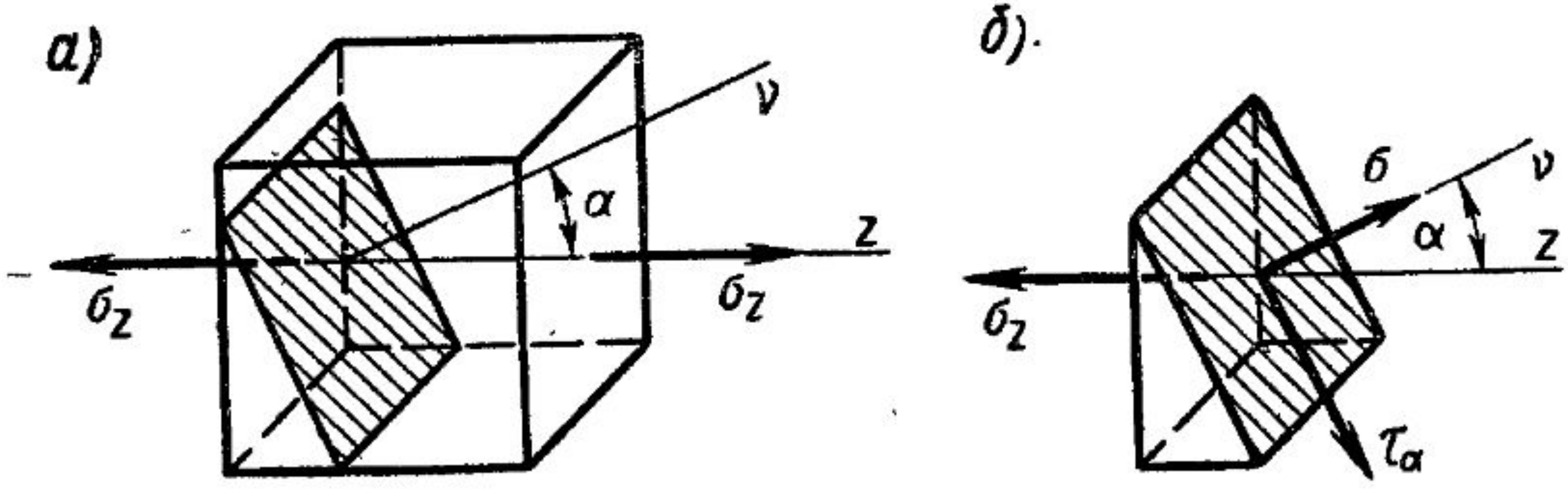
Отсутствие нормальных напряжений в продольных сечениях является следствием того, что при растяжении (сжатии) нет взаимного надавливания волокон бруса. В отсутствии касательных напряжений легко убедиться, рассекая брус продольной плоскостью и рассматривая равновесие одной из его отсеченных частей.
Для исследования напряженного состояния мысленно вырежем вокруг произвольной точки бруса бесконечно малый параллелепипед. В дальнейшем такие элементарные параллелепипеды будем называть элементами или частицами.



В рассматриваемом случае совершенно безразлично, где именно вырезать эту частицу, так как напряженное состояние *всех* точек бруса одинаково — *однородное напряженное состояние. Элемент на рисунке б) выделен шестью сечениями.*

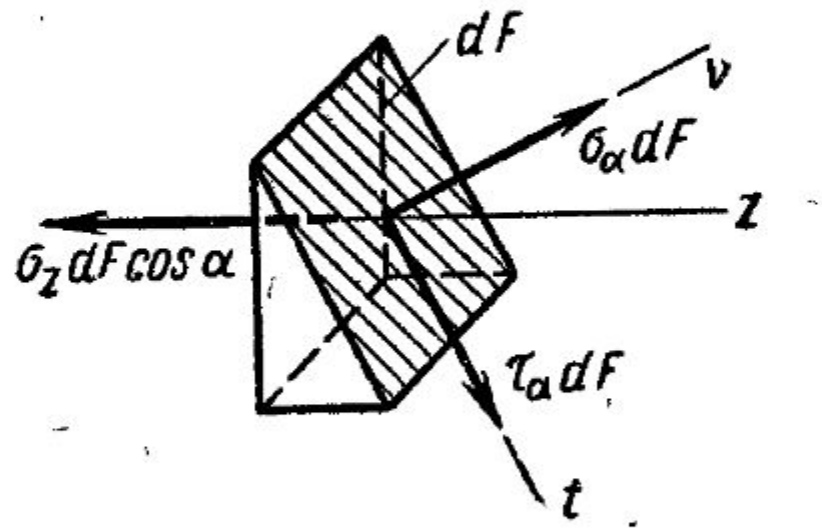
На гранях выделенного элемента, совпадающих с плоскостями поперечного сечения бруса, действуют нормальные напряжения, остальные четыре грани от напряжений свободны.

Установим зависимость, позволяющую определить нормальное и касательное напряжения на произвольной площадке, проходящей через исследуемую точку. Для этого еще раз применим метод сечений — мысленно разрежем выделенный из бруса элемент плоскостью, нормаль к которой составляет произвольный угол α с осью z.



На наклонной грани действуют напряжения σ_α и τ_α
которые необходимо определить.

Составляем уравнение равновесия элементарной призмы



Спроецируем все силы действующие на призму на оси t и v . Для того, чтобы перейти от напряжений к силам, мы должны напряжение умножить на площадь грани, на которой это напряжение действует.

Пусть площадь наклонной грани *dF*, тогда действующие на ней силы равны $\sigma_\alpha dF$ и $\tau_\alpha dF$

Напряжение σ_z действует по грани, имеющей площадь $dF\cos\alpha$, соответствующая сила равна

$$\sigma_z dF \cos\alpha$$

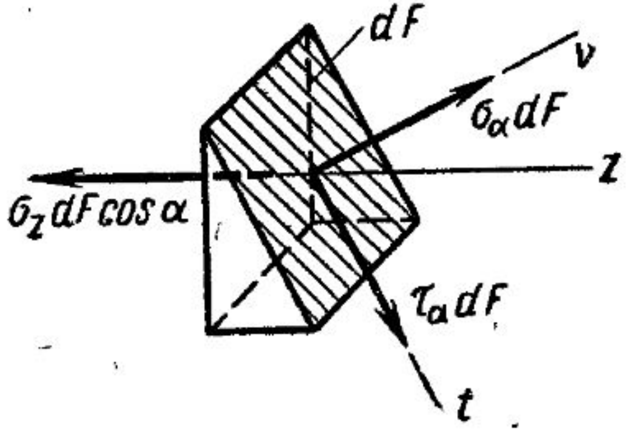
Составляем уравнения равновесия

$$\sum P_\nu : -\sigma_z dF \cos\alpha \cos\alpha + \sigma_\alpha dF = 0$$

Откуда $\sigma_\alpha = \sigma_z \cos^2\alpha$

$$\sum P_t : -\sigma_z dF \cos\alpha \sin\alpha + \tau_\alpha dF = 0$$

Откуда $\tau_\alpha = \sigma_z \cos\alpha \sin\alpha = \frac{1}{2}\sigma_z \sin 2\alpha$



Сделаем некоторые выводы из полученных результатов

Наибольшее нормальное напряжение возникает в поперечном сечении бруса:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\alpha=0} = \sigma_z = \frac{N_z}{F}$$

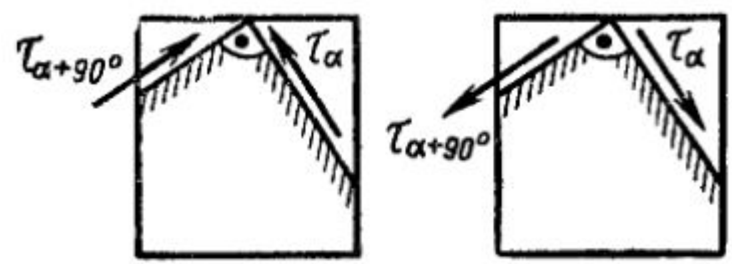
Наибольшее касательное напряжение возникает на площадке, наклоненной под углом 45° к оси бруса, и равно половине нормального напряжения, возникающего в соответствующей точке поперечного сечения

$$\tau_{\max} = \tau_{\alpha=45^0} = \frac{\sigma_z}{2}$$

Из выражения $\tau_\alpha = \sigma_z \cos\alpha \sin\alpha = \frac{1}{2}\sigma_z \sin 2\alpha$

вытекает равенство (по абсолютной величине) касательных напряжений, возникающих на взаимно перпендикулярных площадках

$$|\tau_\alpha| = |\tau_{\alpha+90^\circ}|$$



Это равенство носит название ***закона парности касательных напряжений.***

Касательные напряжения, возникающие на взаимно перпендикулярных площадках, направлены всегда оба или к ребру, или от ребра пересечения этих площадок.

Энергия деформации при растяжении

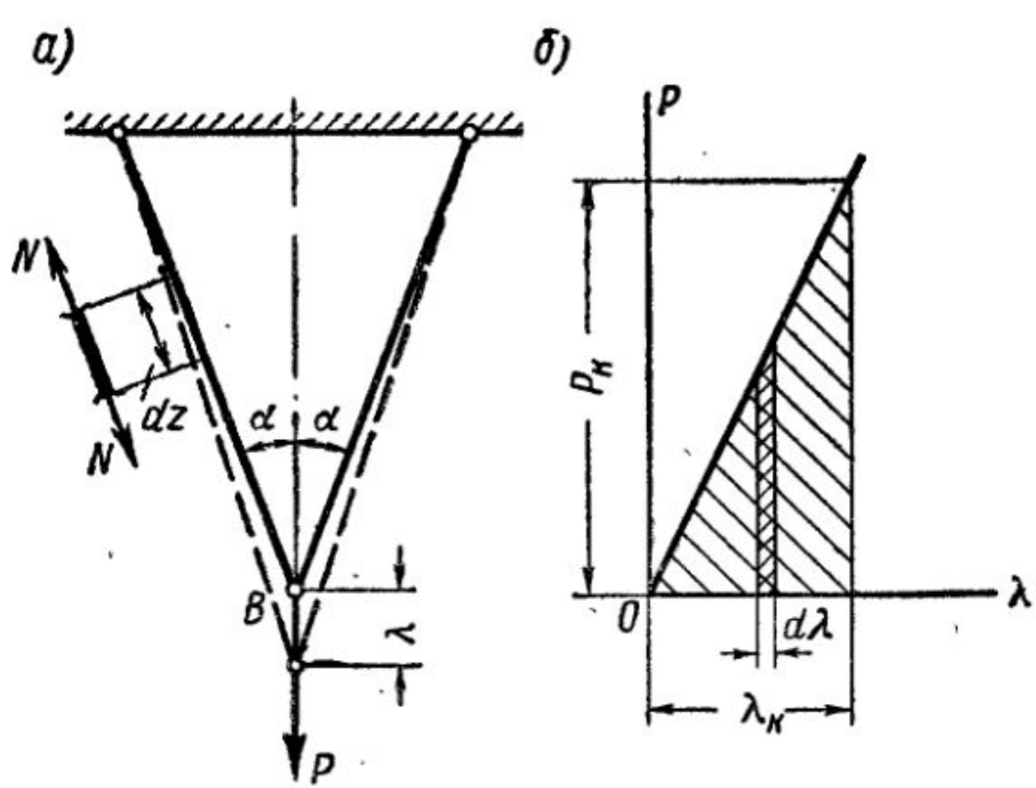
При нагружении упругого тела внешние силы совершают работу на перемещениях, которые получают точки их приложения в результате деформации тела (конструкции). Если деформации тела совершенно упруги, то после снятия нагрузок оно полностью восстанавливает свои размеры и форму, а затраченная на его деформацию работа возвращается в виде механической энергии. Следовательно, деформированное упругое тело обладает определенным запасом энергии, т. е. является как бы аккумулятором энергии. Эту энергию называют ***потенциальной энергией деформации***, или просто **энергией**

Если пренебречь тепловыми потерями и некоторым незначительным рассеянием энергии, можно считать, что работа внешних сил A равна потенциальной энергии деформации U

$$A = U$$

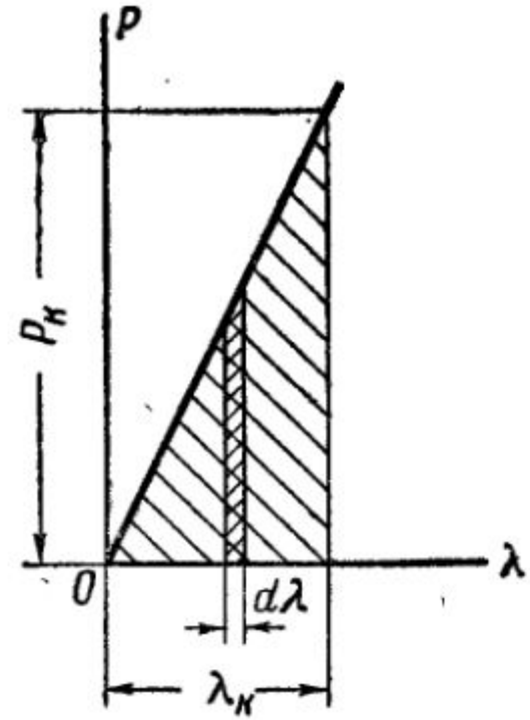
Определим работу внешних сил при *статическом* нагружении упругой системы. При этом будем предполагать, что система линейно-деформируемая, т. е. между силами и соответствующими перемещениями существует линейная зависимость.

Пусть к шарниру *B* симметричной стержневой системы прикладывается сила *P*, весьма медленно возрастающая от нуля до своего конечного значения. В данном случае мы встречаемся с необходимостью определения работы *п*



Для решения поставленной задачи проще всего использовать график зависимости между силой и перемещением.

При бесконечно малом приращении $d\lambda$ перемещения можно считать силу постоянной и соответствующая элементарная работа $dA = Pd\lambda$



На графике эта работа выражается площадью элементарной трапеции (густо заштрихована), которую по малости размера $d\lambda$ можно рассматривать как прямоугольник.

Полная работа силы *P*, совершенная ею в процессе возрастания перемещения от *0* до λ_k, . равна сумме элементарных работ и выражается площадью заштрихованного треугольника.

$$A = \frac{1}{2} P_k \lambda_k$$

Этот результат можно сформулировать следующим образом: *работа силы, статически приложенной к линейно-деформируемой системе, равна половине произведения конечного значения силы на конечное значение соответствующего перемещения.*

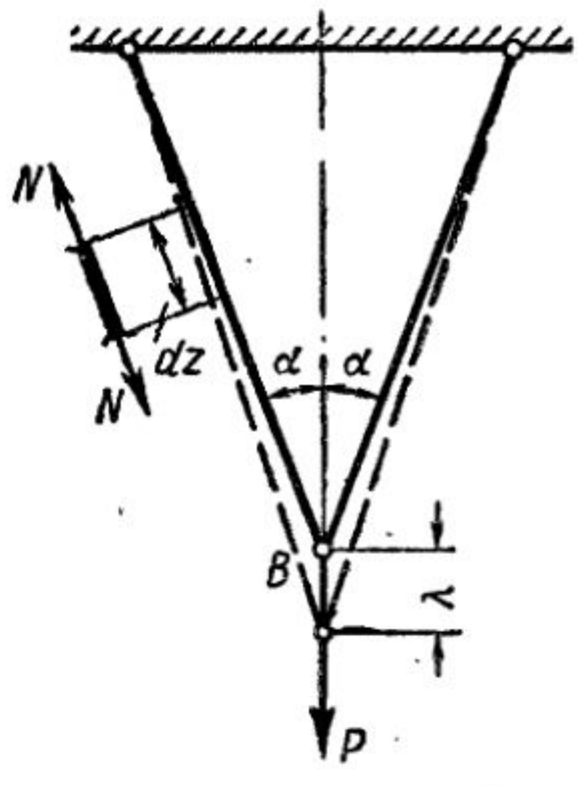
Сформулированное положение обычно называют **теоремой Клапейрона**.

В случае, если направление перемещения не совпадает с линией действия силы, под соответствующим перемещением следует понимать проекцию полного перемещения на направление силы.
В дальнейшем, опуская индексы при *P* и λ, будем записывать теорему Клапейрона в виде

$$A = \frac{1}{2} P \lambda$$

Полученной результат для линейно-деформируемой системы верен не только при растяжении (сжатии), но и при любом другом виде деформации.

Выведем формулу для определения величины потенциальной энергии деформации системы по известным продольным силам, возникающим в поперечных сечениях стержней. Выделим из стержня бесконечно малый элемент длиной *dz.*



Энергия деформации, накапливаемая в этом элементе при его удлинении, равна работе продольных сил *N* (по отношению к выделенному элементу эти силы являются внешними) на взаимном перемещении торцов элемента. Указанное перемещение равна удлинению элемента $\Delta(dz)$ и на основании теоремы Клапейрона имеем

$$dU = \frac{1}{2} N \Delta(dz)$$

Выражая $\Delta(dz)$ *по формуле Гука*

$$\Delta(dz) = \frac{Ndz}{EF}$$

Получим

$$dU = \frac{N^2 dz}{2EF}$$

Суммируя полученные величины по всей длине стержня, имеем

$$U = \int_l \frac{N^2 dz}{2EF}$$

Для всей системы

$$U = \sum_{i=1}^{k} \int_{l_i} \frac{N^2 dz}{2EF}$$

Вообще при выборе формулы для вычисления энергии деформации следует, ориентироваться на указания, сделанные в отношении определения изменения длины бруса.

Для оценки целесообразности применения данного материала в различного рода амортизирующих устройствах используется понятие ***удельной энергии деформации***, т.е. энергии, накопленной в *единице объема* упругого тела.
Удельная энергия деформации *u* равна отношению полной энергии *dU* к объему *dV* элемента стержня

$$u = \frac{dU}{dV} = \frac{N^2 dz}{2E \cdot F \cdot dV}$$

учитывая, что $dV = Fdz$

получим

$$u = \frac{N^2 dz}{2E \cdot F \cdot Fdz} = \frac{N^2}{2EF^2}$$

но $\frac{N}{F} = \sigma$

Тогда

$$u = \frac{\sigma^2}{2E}$$

Коэффициенты запаса прочности. Допускаемы напряжения

Механические испытания материалов позволяют определить те напряжения, при которых образец из данного материала разрушается или в нем возникают заметные пластические деформации. Эти напряжения называют ***предельными***. Конструкционные материалы можно разделить на три основные группы: ***пластичные, хрупко-пластичные и хрупкие материалы.***

В качестве ***предельных напряжений*** для указанных трех групп материалов при статическом нагружении принимают следующие механические характеристики:

для ***пластичных*** материалов (разрушению их предшествует возникновение больших пластических деформаций) — физический (σ_y) или условный ($\sigma_{0,2}$) предел текучести, практически одинаковый при растяжении и сжатии;

для ***хрупко-пластичных*** материалов (разрушение их происходит при сравнительно небольших пластических деформациях) — условный предел текучести, величина которого при растяжении и сжатии различна: $\sigma_{0,2t} < \sigma_{0,2c}$

для ***хрупких*** материалов (разрушение их происходит при очень малых пластических деформациях) — предел прочности, величина которого при растяжении и сжатии различна: $\sigma_{ut} < \sigma_{uc}$

Для обеспечения **прочности** элементов конструкции необходимо так выбрать их размеры и материал, чтобы возникающие в них при эксплуатационных нагрузках **напряжения были меньше предельных**.

Отношение предельного напряжения $\sigma_{пред}$ к наибольшему напряжению σ, возникающему в рассчитываемом элементе конструкции при эксплуатационной нагрузке (это так называемое рабочее, или расчетное, напряжение), обозначают буквой ***n*** и называют *коэффициентом запаса прочности* (иногда говорят коэффициент запаса):

$$n = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma}$$

Из сказанного следует, что величина ***n*** должна быть больше единицы (***n>1***), в противном случае прочность конструкции будет нарушена.

В зависимости от назначения конструкции и целого ряда других обстоятельств (несколько подробнее об этом будет сказано ниже) устанавливают величину минимально необходимого коэффициента запаса прочности. Эту величину обозначают **[n]** и называют допускаемый, или нормативный коэффициент запаса прочности.

Прочность элемента конструкции считают обеспеченной, если его действительный коэффициент запаса прочности не ниже допускаемого

$$n \geq [n]$$

Это неравенство называют ***условием прочности***.

По другому условие прочности можно записать в виде

$$n = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma} \geq [n]$$

Отсюда можно получить и такую форму записи условия прочности:

$$\sigma \leq \frac{\sigma_{пред}}{[n]}$$

Правую часть последнего неравенства обозначают $[\sigma]$ и называют ***допускаемым напряжением***

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[n]}$$

Пользуясь понятием «допускаемое напряжение», можно сказать, что ***прочность конструкции обеспечена****, если возникающее в ней* ***наибольшее напряжение не превышает допускаемого****,* т. е.

$$\sigma < [\sigma]$$

Это неравенство называют ***условием прочности****.*

Расчеты на прочность при растяжении (сжатии)

Условие прочности $\sigma < [\sigma]$ или $n = \dfrac{\sigma_{пред}}{\sigma} \geq [n]$

должно соблюдаться для всех точек рассчитываемого элемента конструкции, поэтому под σ следует понимать ***наибольшее рабочее напряжение***.

В зависимости от цели расчета (постановки задачи) различают **три вида** расчетов на прочность: ***проверочный, проектный и определение допускаемой нагрузки***. Эта классификация видов расчета относится ко всем разделам курса, а не только к растяжению (сжатию).

Проверочный расчет

При этом расчете нагрузка бруса, его материал (а следовательно, допускаемое или предельное напряжение) и размеры известны. Определению подлежит наибольшее рабочее напряжение, которое сравнивают с допускаемым. С проверочными расчетами встречаются, в частности, при экспертизе выполненных проектов.

Расчетная формула (условие прочности) для этого случая имеет вид

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma]$$

Проектный расчет

Как показывает само название этого вида расчета, он применяется при конструировании (проектировании) машин или сооружений. Нагрузки и материал (допускаемые напряжения) при этом расчете известны и определению подлежит требуемая площадь поперечного сечения бруса.

Расчетная формула имеет вид

$$F \geq \frac{N}{[\sigma]}$$

Определение допускаемой нагрузки

Размеры бруса и его материал (допускаемое напряжение) известны, определению подлежит нагрузка, которую можно допустить по условию его прочности.

Расчет ведется по формуле $[N] \le F[\sigma]$

По найденному допускаемому значению продольной силы *[N]* с помощью метода сечений определяется допускаемое значение внешних сил — нагрузок.

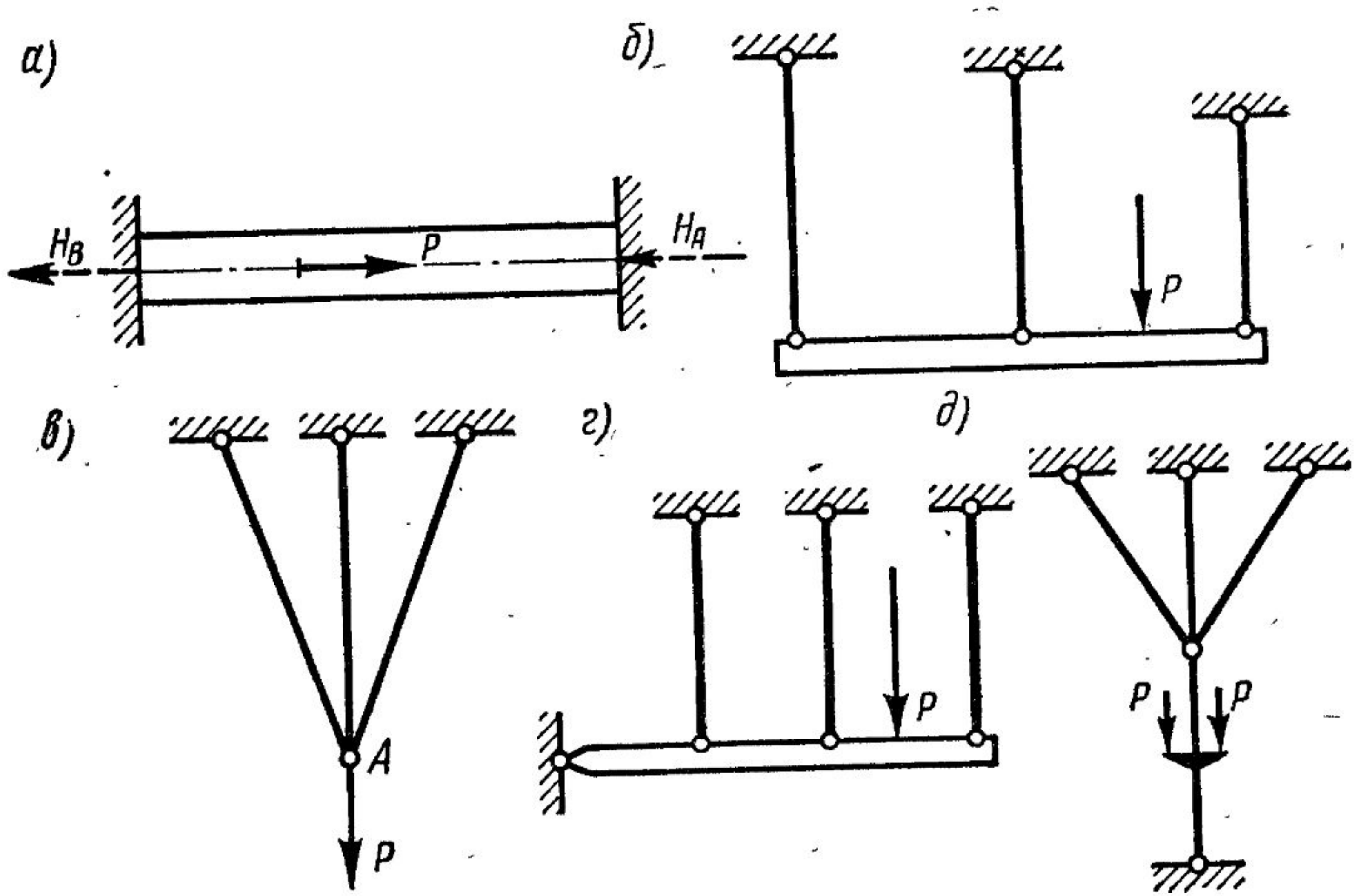
Этот вид расчета применяется, в частности, при изменении режимов тех или иных технологических процессов, когда возникает необходимость в повышении нагрузок существующего оборудования и, следовательно, надо знать их предельно допустимое по условию прочности значение.

Поскольку при определении допускаемой нагрузки размеры поперечного сечения бруса известны, этот расчет следует рассматривать как разновидность проверочного расчета.

Статически неопределимые системы

Системы, в которых внутренние силовые факторы, в частности, продольные силы, не могут быть определены с помощью только метода сечений, называют ***статически неопределимыми системами.***
Соответственно задачи, связанные с расчетом указанных систем, также принято называть **статически неопределимыми.**

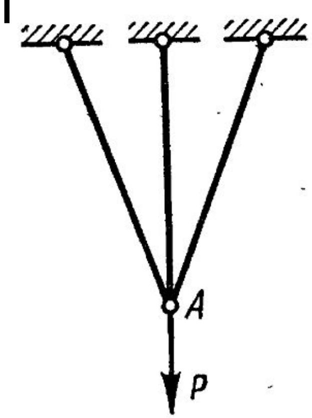
Примеры статически неопределимых стержневых систем



Степенью статической неопределимости называется разность между общим числом неизвестных и количеством уравнений статики, которые можно составить для данной системы.

Для решения статически неопределимой задачи надо составить, помимо уравнений статики, так называемые *уравнения перемещений,* основанные на рассмотрении геометрической стороны деформации системы и применении закона Гука.

Пример 1.



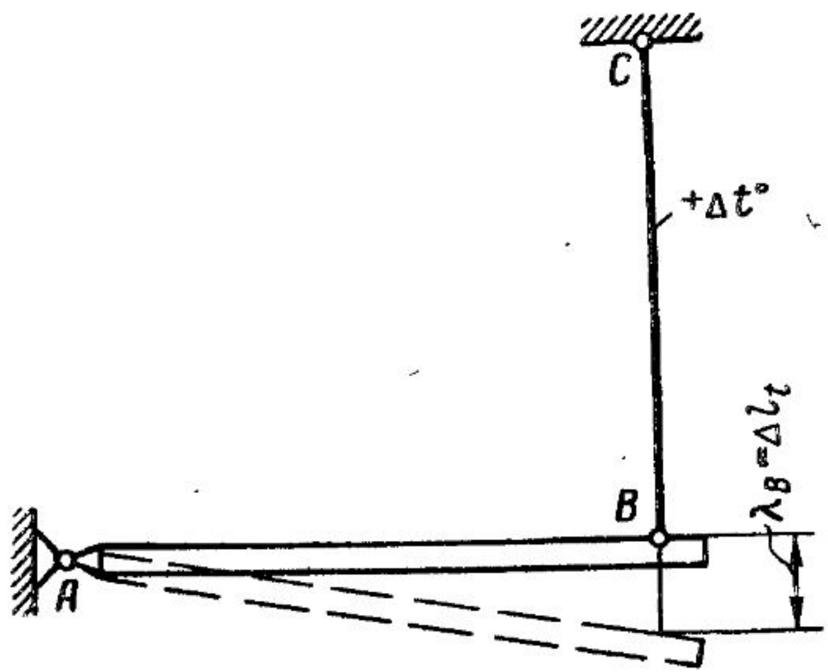
Температурные и начальные (монтажные) напряжения в статически неопределимых системах

Из курса физики известно, что при повышении температуры линейные размеры тела увеличиваются, а при охлаждении — уменьшаются. Абсолютная величина удлинения (укорочения) стержня, вызванного изменением его температуры на $\Delta t°$, определяется по формуле

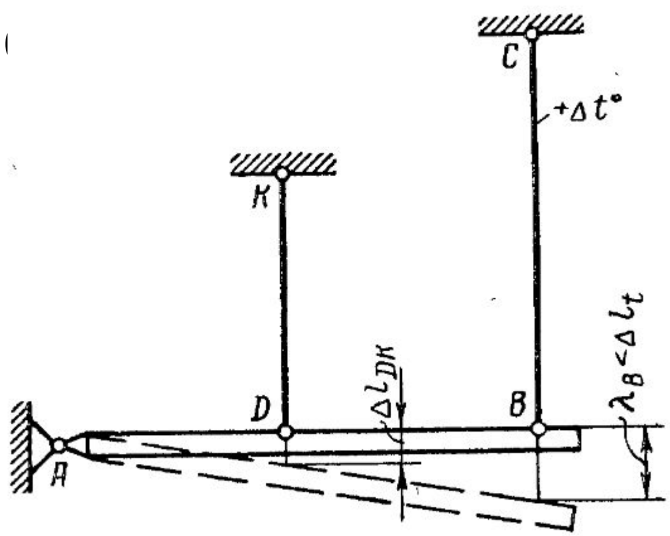
$$\Delta l_t = \alpha \cdot l \cdot \Delta t^{\circ}$$

α – коэффициент линейного расширения метериала стержня; *l* – длина стержня.

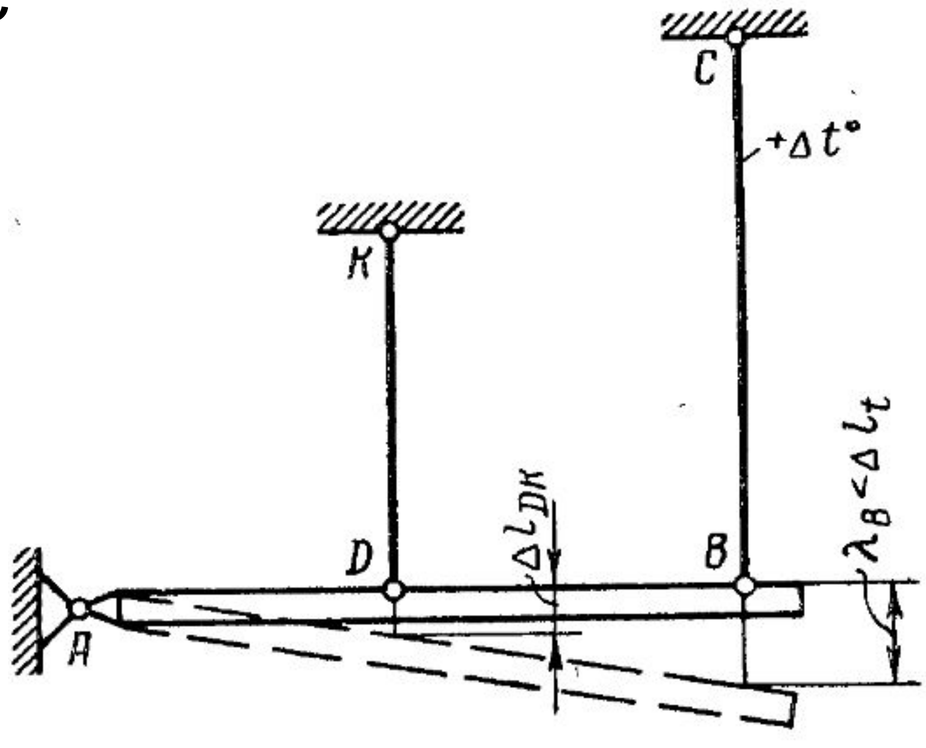
В случае, если при нагреве (охлаждении) стержня ничто не препятствует изменению его длины, в нем **не возникает никаких напряжений**. Например, при нагревании стержня *BC,* поддерживающего шарнирно закрепленную одним концом балку, он удлиняется, вызывая поворот балки вокруг шарнира *A.*



Иное положение в статически неопределимых системах. Если нагреть стержень *ВС* статически неопределимой системы, то его свободному удлинению, а вместе с тем и повороту балки (считаем ее абсолютно жесткой) будет препятствовать стержень *DK.* В результате в стержне *ВС* возникает сжимающее усилие, и опускание точки *В* (λв) будет меньше, чем свободное температурное удлинение ($\Delta\ l_t$) стержня. При этом [illegible] испытывать растяжение.

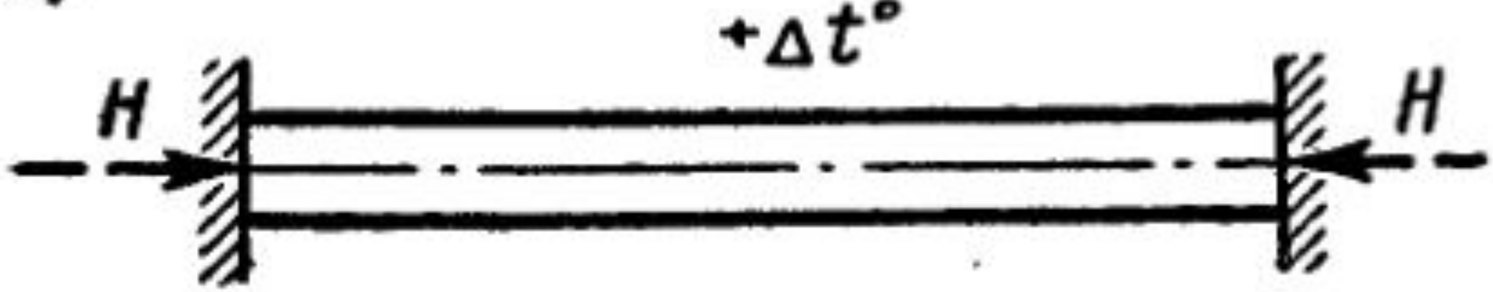


В задачах на температурные напряжения *особенно важно* четко разграничивать понятия «растяжение» и «удлинение», «сжатие» и «укорочение». Так, в рассмотренном примере стержень *BC, хотя* и удлиняется, но испытывает при этом с



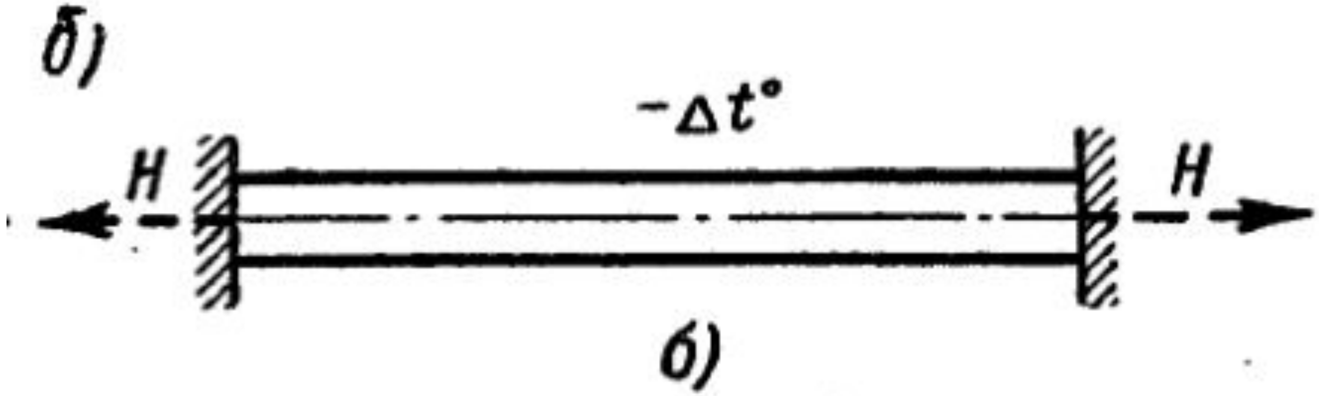
При нагреве бруса, жестко защемленного обоими концами, опоры (заделки) препятствуют его свободному удлинению. В заделках возникают реактивные силы, вызывающие сжатие бруса.

а)



а)

При охлаждении такого бруса он, не имея возможности свободно укорачиваться будет испытывать растяжение.

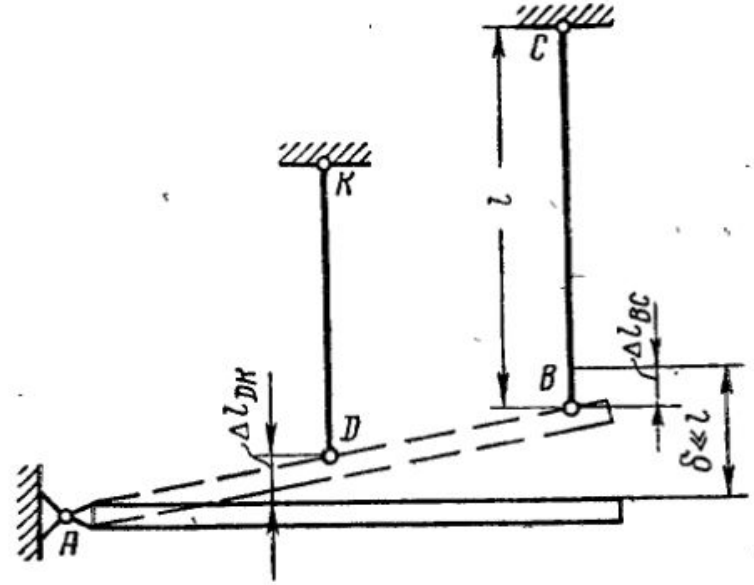


Таким образом, *изменение температуры статически неопределимой системы (или отдельных ее частей) вызывает напряжения в ее элементах (температурные напряжения).*

Существует еще один вид напряжений, которые характерны только для статически неопределимых систем. Это так называемые ***начальные или монтажные напряжения***.

Причиной их возникновения может, в частности, явиться неточность изготовления отдельных элементов конструкции.

Пусть, например, стержень *BC* в статически неопределимой системе был изготовлен короче проектного размера на малую величину δ.



При сборке системы придется растянуть этот стержень и укрепить его на балке. Сокращаясь (в силу своей упругости), стержень, несколько приподнимет конец балки, что вызовет сжатие стержня *DK*. После сборки балка займет положение, показанное на рисунке штриховыми линиями. Стержень *BC* будет при этом растянут на величину Δl_{BC}, меньшую δ.