

**МБОУ СШ № 1 имени Героя Советского Союза Кузнецова Н. А.
города Чаплыгина Липецкой области**

**Подготовка
к ОГЭ
по математике.
Правила действий
с обыкновенными дробями**

Автор презентации – учитель математики Щеголева О. П.

2018



Основное свойство дроби

Сокращение дроби

Значение дроби не изменится, если разделить её числитель и знаменатель на одно и то же число, отличное от нуля. Деление числителя и знаменателя на их общий делитель называется сокращением дроби.

Пример 1. Сократим дробь $\frac{20}{40}$. Чтобы сократить эту дробь, нужно числитель и знаменатель этой дроби разделить на наибольший общий делитель чисел 20 и 40. НОД(20 и 40)=20. Значит, делим числитель и знаменатель дроби на 20:

$$\frac{20}{40} = \frac{20 : 20}{40 : 20} = \frac{1}{2}$$



Основное свойство дроби

Сокращение дроби

Пример 2. Сократим дробь $\frac{32}{36}$. Чтобы сократить эту дробь, нужно числитель и знаменатель этой дроби разделить на наибольший общий делитель чисел 32 и 36. НОД(32 и 36)=4. Значит, делим числитель и знаменатель дроби на 4:

$$\frac{32}{36} = \frac{32:4}{36:4} = \frac{8}{9}$$

Пример 3. Также дроби можно сокращать, предварительно разложив на множители числитель и знаменатель. Например, сократим дробь $\frac{9}{27}$, предварительно разложив на множители числитель и знаменатель:

$$\frac{9}{27} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{1 \times 1}{1 \times 1 \times 3} = \frac{1}{3}$$



Основное свойство дроби

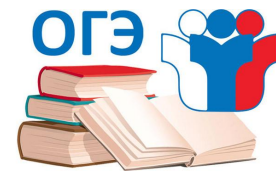
Сокращение дроби

Пример 4. Сократим дробь $\frac{18}{27}$. Чтобы сократить эту дробь, нужно ее числитель и знаменатель разделить на наибольший общий делитель чисел 18 и 27. НОД(18 и 27)=9. Значит, делим числитель и знаменатель дроби на 9:

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \cdot \cancel{9}}{3 \cdot \cancel{9}} = \frac{2}{3}$$

Пример 5. Сократим дробь $\frac{21}{28}$. Чтобы сократить эту дробь, нужно ее числитель и знаменатель разделить на наибольший общий делитель чисел 21 и 28. НОД(21 и 28)=7. Значит, делим числитель и знаменатель дроби на 7:

$$\frac{21}{28} = \frac{3 \cdot \cancel{7}}{4 \cdot \cancel{7}} = \frac{3}{4}$$



Основное свойство дроби

Расширение дроби

Значение дроби не изменится, если умножить её числитель и знаменатель на одно и то же число, отличное от нуля. Это преобразование называется расширением дроби. Оно лежит в основе приведения дробей к общему знаменателю.

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{35}{63}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$



Выделение целой части из неправильной дроби

Для того, чтобы выделить целую часть из неправильной дроби, нужно разделить числитель на знаменатель с остатком.

Неполное частное – целая часть, остаток от деления – числитель дробной части, а знаменатель останется тем же.

Например, выделим целую часть в дроби $\frac{5}{2}$. Записываем уголком деление и решаем:

$$\text{Итак, } \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)2} \\ \underline{4} \\ 1 \end{array}$$

Это отправится в знаменатель дроби

Это будет целая часть

Это отправится в числитель дроби



$$2\frac{1}{2}$$

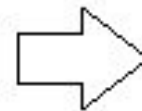


Выделение целой части из неправильной дроби

Рассмотрим ещё один пример на выделение целой части. Пусть требуется выделить целую часть в дроби $\frac{57}{6}$. Записываем деление уголком и решаем. Далее собираем смешанную дробь:

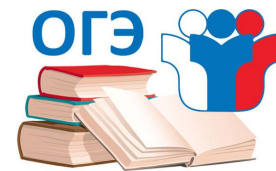
$$\begin{array}{r} 57 \overline{)6} \\ \underline{54} \\ 3 \end{array}$$

- Знаменатель дробной части
- Целая часть
- Числитель дробной части



$$9\frac{3}{6}$$

Получили: $\frac{57}{6} = 9\frac{3}{6} = 9\frac{1}{2}$



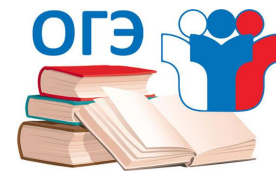
Замена смешанного числа неправильной дробью

Для того, чтобы заменить смешанное число неправильной дробью, нужно умножить знаменатель на целую часть и прибавить числитель, записать полученный результат в числитель, а знаменатель останется тем же.

В качестве примера рассмотрим замену смешанного числа $2\frac{1}{3}$ неправильной дробью.

Умножаем знаменатель 3 на целую часть 2 и прибавляем числитель 1. Записываем полученное выражение в числитель, а знаменатель останется тем же. Выполняем вычисления.

$$2\frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{3} = \frac{6 + 1}{3} = \frac{7}{3}$$



Замена смешанного числа неправильной дробью

Рассмотрим еще один пример. Переведем смешанное число $5\frac{2}{7}$ в неправильную дробь.

Умножаем знаменатель дробной части 7 на целую часть смешанного числа 5 и прибавляем числитель дробной части 2, а знаменатель оставляем прежним:

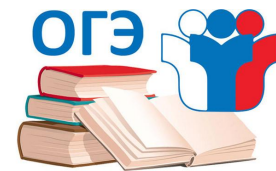
$$5\frac{2}{7} = \frac{7 \cdot 5 + 2}{7} = \frac{35 + 2}{7} = \frac{37}{7}$$



Сложение и вычитание

При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители складывают, а знаменатель оставляют тот же.

При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями из числителя уменьшаемого вычитают числитель вычитаемого, а знаменатель оставляют тот же.



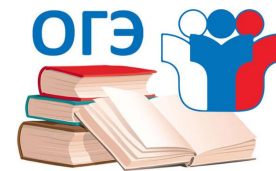
Пример 1.

Найдите значение выражения: $\frac{6}{11} + \frac{2}{11}$

Решение. Применяем правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{6}{11} + \frac{2}{11} = \frac{6+2}{11} = \frac{8}{11}$$

Ответ: $\frac{8}{11}$.



Сложение и вычитание

Пример 2.

Найдите значение выражения: $\frac{6}{11} - \frac{2}{11}$

Решение. Применяем правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{6}{11} - \frac{2}{11} = \frac{6-2}{11} = \frac{4}{11}$$

Ответ: $\frac{4}{11}$.



Чтобы сложить или вычесть дроби с разными знаменателями, надо сначала привести их к наименьшему общему знаменателю, а затем выполнить сложение или вычитание, применяя соответствующее правило сложения или вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.

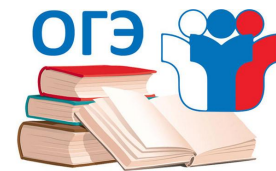
В некоторых случаях (если знаменатели – взаимно простые числа) общий знаменатель находится как произведение знаменателей данных дробей.

Пример 1. Найдите значение выражения: $\frac{5}{8} + \frac{7}{25}$

Решение. Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{25} = \frac{5 \cdot 25 + 7 \cdot 8}{8 \cdot 25} = \frac{125 + 56}{8 \cdot 25} = \frac{181}{200} = 0,905$$

Ответ: 0,905.



Сложение и вычитание

Если тема усвоена достаточно хорошо, лучше не просто находить произведение знаменателей данных дробей, а выбирать в качестве общего знаменателя их *наименьшее общее кратное*, когда это возможно.

Пример 2.

Найдите значение выражения: $\frac{17}{28} - \frac{11}{21}$

Решение. Заметим, что $28=7 \cdot 4$, а $21=7 \cdot 3$. Поэтому наименьшим общим знаменателем дробей является $7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$. Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\frac{17}{28} - \frac{11}{21} = \frac{17 \cdot 3}{28 \cdot 3} - \frac{11 \cdot 4}{21 \cdot 4} = \frac{51 - 44}{84} = \frac{7}{84} = \frac{1}{12}$$

Ответ: $\frac{1}{12}$

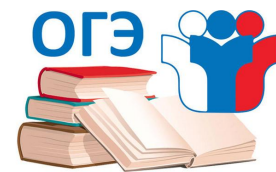


Сложение и вычитание

Пример 3. Сложим дроби $\frac{5}{18}$ и $\frac{7}{12}$.

Наименьший общий знаменатель дробей равен 36. Дополнительным множителем для первой дроби является число 2, а для второй — число 3.

$$\frac{5^{(2)}}{18} + \frac{7^{(3)}}{12} = \frac{5 \cdot 2 + 7 \cdot 3}{36} = \frac{10 + 21}{36} = \frac{31}{36}.$$



Умножение и деление

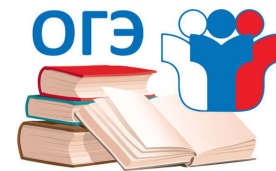
Чтобы умножить дробь на дробь, надо перемножить их числители и их знаменатели и первое произведение записать в числителе, а второе в знаменателе.

Пример 1. Выполним умножение: $\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}$

Решение. $\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{7 \cdot 3} = \frac{2}{21}$

Ответ: $\frac{2}{21}$

Очень часто при умножении дробей возникает возможность сокращения. Это позволяет получить более компактный ответ.



Умножение и деление

Пример 2. Выполним умножение: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2}$

Решение. Применим правило умножения дробей и выполним

сокращение дроби на 2: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{3}{5} = 0,6$

Ответ: 0,6.

Пример 3. Выполним умножение: $\frac{11}{14} \cdot \frac{21}{22}$

Решение. Для начала заметим, что числители и знаменатели дробей содержат пары чисел, которые можно сократить (11 и 22 делятся на 11, 21 и 14 делятся на 7).

$$\frac{11}{14} \cdot \frac{21}{22} = \frac{11 \cdot 21}{14 \cdot 22} = \frac{1 \cdot 21}{14 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Ответ: 0,75



Умножение и деление

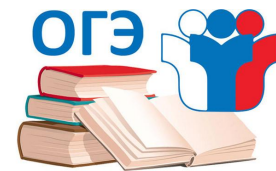
Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на дробь, обратную делителю.

Пример 1. Выполним деление: $\frac{5}{7} : \frac{3}{5}$

Решение. Применим правило деления дробей. Умножаем первую дробь на дробь, обратную второй. Грубо говоря, умножаем первую дробь на перевернутую вторую:

$$\frac{5}{7} : \frac{3}{5} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{5 \times 5}{7 \times 3} = \frac{25}{21} = 1 \frac{4}{21}$$

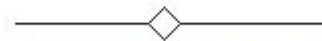
Ответ: $1 \frac{4}{21}$.



Ресурсы:



Математика с нуля



Пошаговое изучение
математики для
начинающих

<http://spacemath.xyz/>

<http://www.bymath.net/studyguide/ari/ari11.html>

