



Финансовые задачи на оптимальный выбор

(№ 17 ЕГЭ профильного уровня)

Подготовила: Быкова М.Г.,
учитель математики
МКОУ Купреевской СОШ

Задача №1



У фермера есть два поля, каждое площадью 10 га. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 500 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 5 000 р/ц, а свёклу – по цене 8 000 р/ц. Какой наибольший доход может получить фермер?

Решение

| 2 поле | Площадь | Урожайность | Выручка |
|-----------|---------|-------------|--|
| картофель | | 300 ц/га | |
| свёкла | 10 га | 500 ц/га | $10 \cdot 500 \cdot 8000 =$ 40 000 000 рублей |

| 1 поле | Площадь | Урожай | Выручка |
|-----------|-------------|----------|---|
| картофель | (10 - x) га | 500 ц/га | $500 \cdot 5000 \cdot (10 - x) = 25\,000\,000 -$ $2\,500\,000x$ рублей |
| свёкла | x га | 300 ц/га | $300 \cdot 8000 \cdot x = 2\,400\,000x$ рублей |
| Всего | | | $25\,000\,000 - 2\,500\,000x + 2\,400\,000$ $= 25\,000\,000 - 100\,000x$ |



Выручка **25 000 000 – 100 000x** будет наибольшей если $x = 0$. Следовательно выручка с 1 поля равна 25 000 000 рублей.

Наибольший доход = $40\,000\,000 + 25\,000\,000 = 65\,000\,000$ рублей

Ответ: 65 000 000 рублей

Задача №2

В двух областях работают по 160 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,3 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда. Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

| 1 область | | |
|-------------|--------------|--------|
| Кол-во раб | 160 чел | |
| | 5 час/ сутки | |
| доб. за час | Al | Ni |
| | 0,1 кг | 0,3 кг |

$$160 * 5 * 0,3 = 240 \text{ кг}$$

Общая масса доб.

металла = $240 + 40 = 280 \text{ кг}$.

Ответ : 280 кг.

| 2 область | | |
|--------------------|----------------------------|----------------------------|
| Кол-во раб | 160 чел | |
| | 5 час/ сутки | |
| | Al | Ni |
| | x кг треб. x^2 чел/часов | y кг треб. y^2 чел/часов |
| | m чел | (160-m) чел |
| | $x^2 = 5m$ | $y^2 = 5 * (160 - m)$ |
| Масса доб. металла | $X = \sqrt{5m}$ | $Y = \sqrt{5(160 - m)}$ |

$$f(m) = \sqrt{5m} + \sqrt{5(160 - m)}$$

$$f(80) = 20 + 20 = 40 \text{ кг}$$

$$f'(m) = 0$$

$$\sqrt{(800 - 5m)} - \sqrt{5m} = 0$$

$$10m = 800$$

$$m = 80$$



Задание № 3

В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля. Во второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля. Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

| | Al | | Ni | |
|---------|--------------|---------------|--------------|--------------------------------------|
| | Кол- во раб. | Кол- во мет . | Кол- во раб. | Кол- во мет . |
| 1 шахта | x | 5x | 20 - x | $2*5*(20-x)=$ 200-10x |
| 2 шахта | y | $2*5*y = 10y$ | 100 - y | $1*5*(100-y) = 500 -$ 5y |
| Всего | | 5x+10y | | $200-10x+500-5y$ $=700 - 10x -5y$ |



$$5x + 10y = 2(700 - 10x - 5y)$$

$$5x + 10y + 20x + 10y = 1400$$

$$25x + 20y = 1400 \quad | : 5$$

$$5x + 4y = 280$$

$$x = 56 - 4/5y \quad y = 70 - 5/4x$$

$$\begin{aligned} \text{СПЛАВ} &= 3(700 - 10x - 5y) = \\ &2100 - 30x - 15y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{СПЛАВ} &= 2100 - 30(56 - 4/5y) - 15y = \\ &2100 - 1680 + 24y - 15y = 420 + 9y \end{aligned}$$

При $x = 0$, y будет max. 

$$y = 70$$

$$\text{СПЛАВ} = 420 + 9 * 70 = 1050 \text{ кг.}$$

Ответ: 1050 кг.



Задание №4

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 квадратных метров и номера «люкс» площадью 40 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 квадратных метров. Предприниматель может определить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?

| | Кол-во | Площадь(кв. м) | Стоимость в сутки |
|-------------|----------------------|-------------------------------------|-------------------|
| стандартные | x | 30 | 4000 |
| люкс | y | 40 | 5000 |
| | $30x + 40y \leq 940$ | $30x + 40y \leq 940$ | $4000x + 5000y$ |
| | $3x + 4y \leq 94$ | $S = 4000x + 5000y = 1000(4x + 5y)$ | |

$$3(0,25S - 1,25y) + 4y \leq 94$$

$$0,75S - 3,75y + 4y \leq 94$$

$$0,75S + 0,25y \leq 94$$

$$0,75S \leq 94 - 0,25y$$

S ЗАВИСИТ ОТ (4x + 5y)

$$S = 4x + 5y \quad x = 0,25S - 1,25y$$



При $y=0$

31 стандартный номер

$31 * 4000 = 124000$ рублей

При $y = 1$

30 стандартных номеров и 1 люкс

$30 * 4000 + 1 * 5000 = 125000$ рублей

При $y = 2$

28 стандартных номеров и 2 люкса

$28 * 4000 + 2 * 5000 = 122000$ рублей

Ответ: 125000 рублей



Задание №5

Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0,5x^2 + x + 7$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

Решение

Затраты

$$q = 0,5x^2 + x + 7$$

$$px - 0,5x^2 - x - 7$$

$$-0,5x^2 + x(p - 1) - 7$$

Прибыль

$$px - q$$

$$X = -b/2a \quad x = - (p-1)/2 * (-0,5)$$

$$x = p - 1$$

$$Y = -0,5 (p-1)^2 + (p-1)^2 - 7 = 0,5 (p-1)^2 - 7 \quad \text{за 1 год}$$

$$\text{за 3 года: } 3 * (0,5 (p-1)^2 - 7) \geq 75$$

$$(0,5 (p-1)^2 - 7) \geq 75 : 3$$

$$0,5 (p-1)^2 - 7 \geq 25$$

$$0,5 (p-1)^2 \geq 32$$

$$(p-1)^2 \geq 64$$

$$(p - 9)(p + 7) \geq 0$$

$$p \geq 9$$

Ответ: 9 тыс.руб



**СПАСИБО
ЗА
ВНИМАНИЕ!!!**