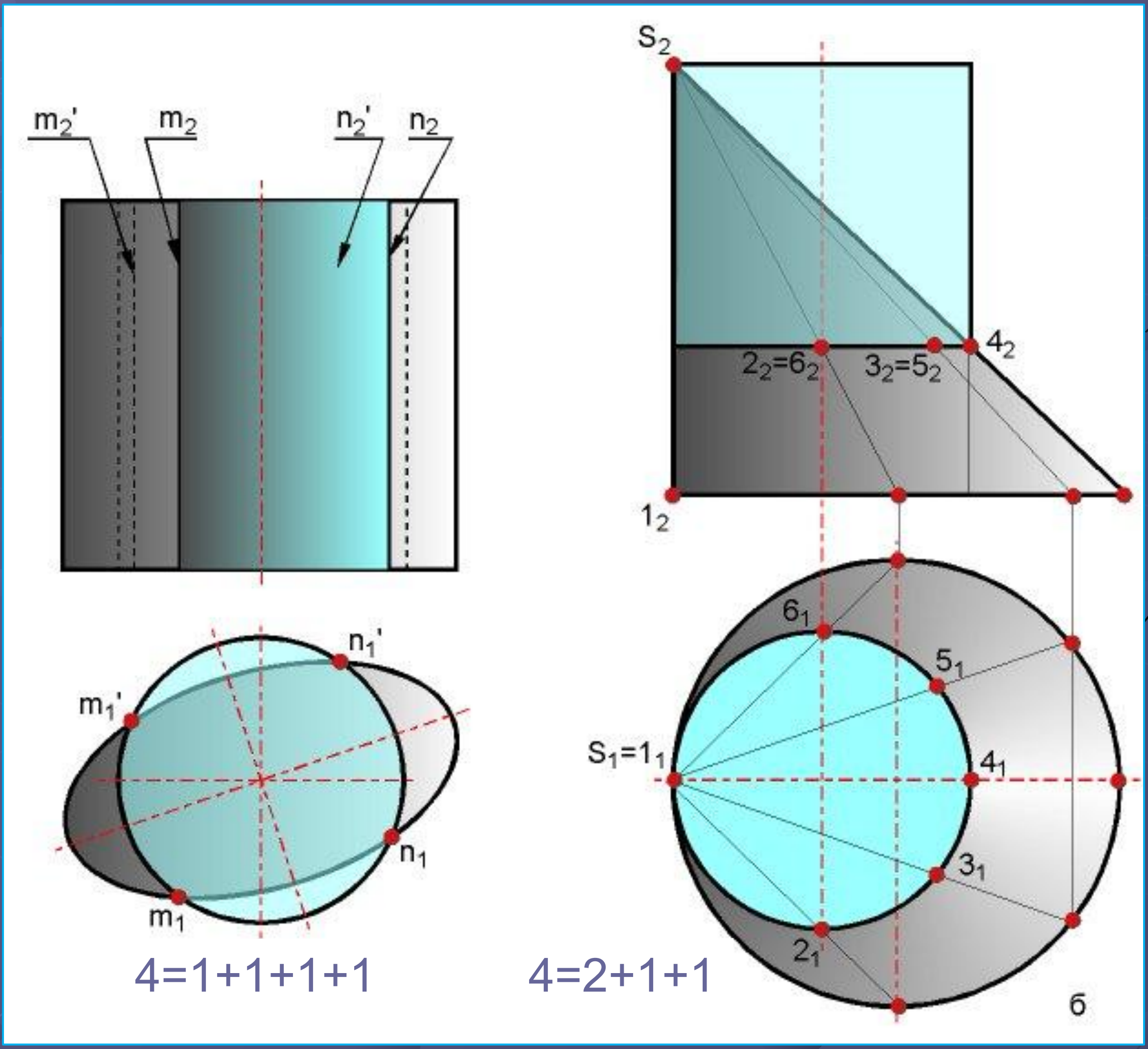
Особые случаи пересечения

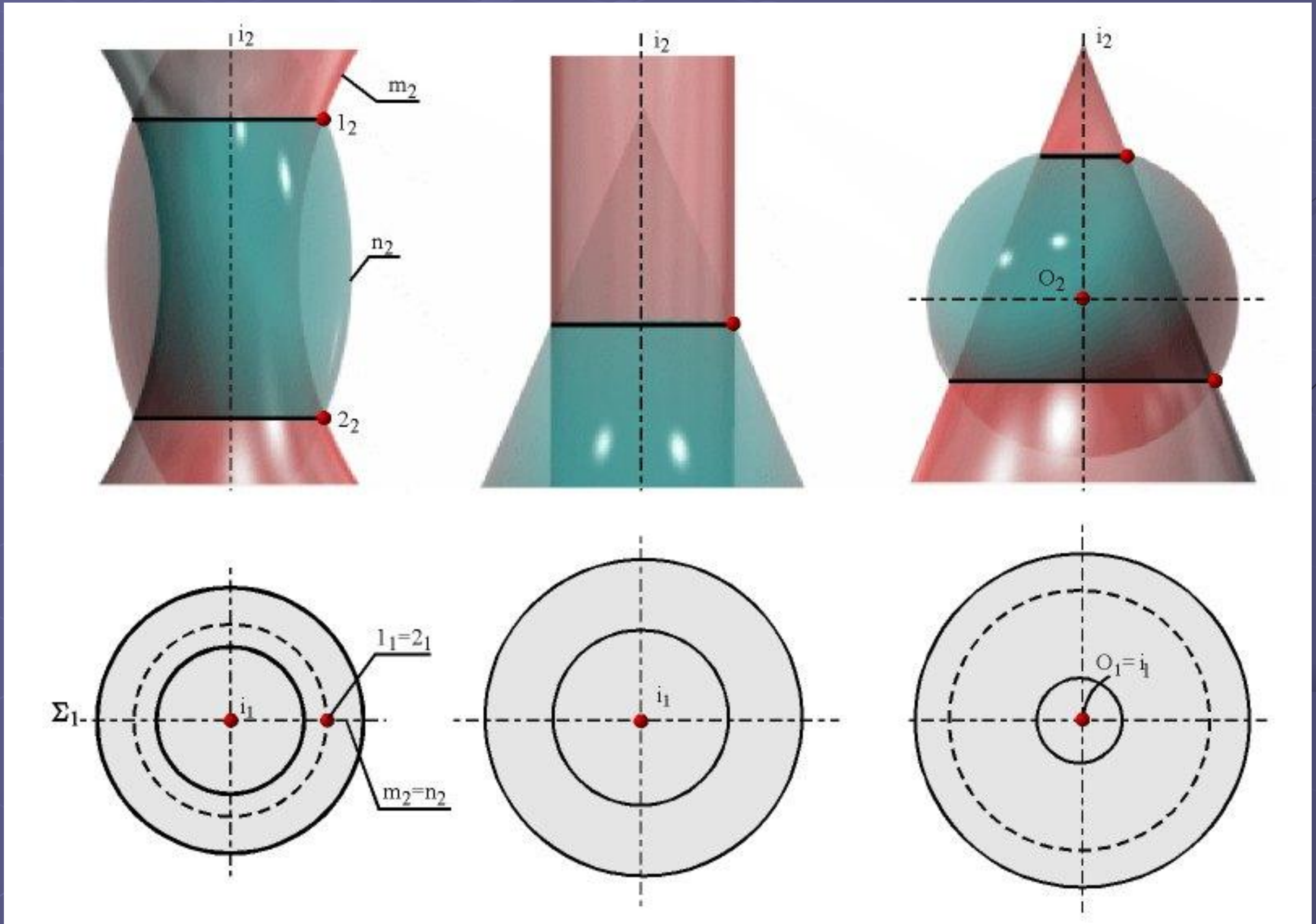
Две поверхности 2-ого порядка пересекаются в общем случае по кривой 4-ого порядка (2x2)

В особых случаях линия пересечения распадается на 2 и более, но порядок при этом не меняется.



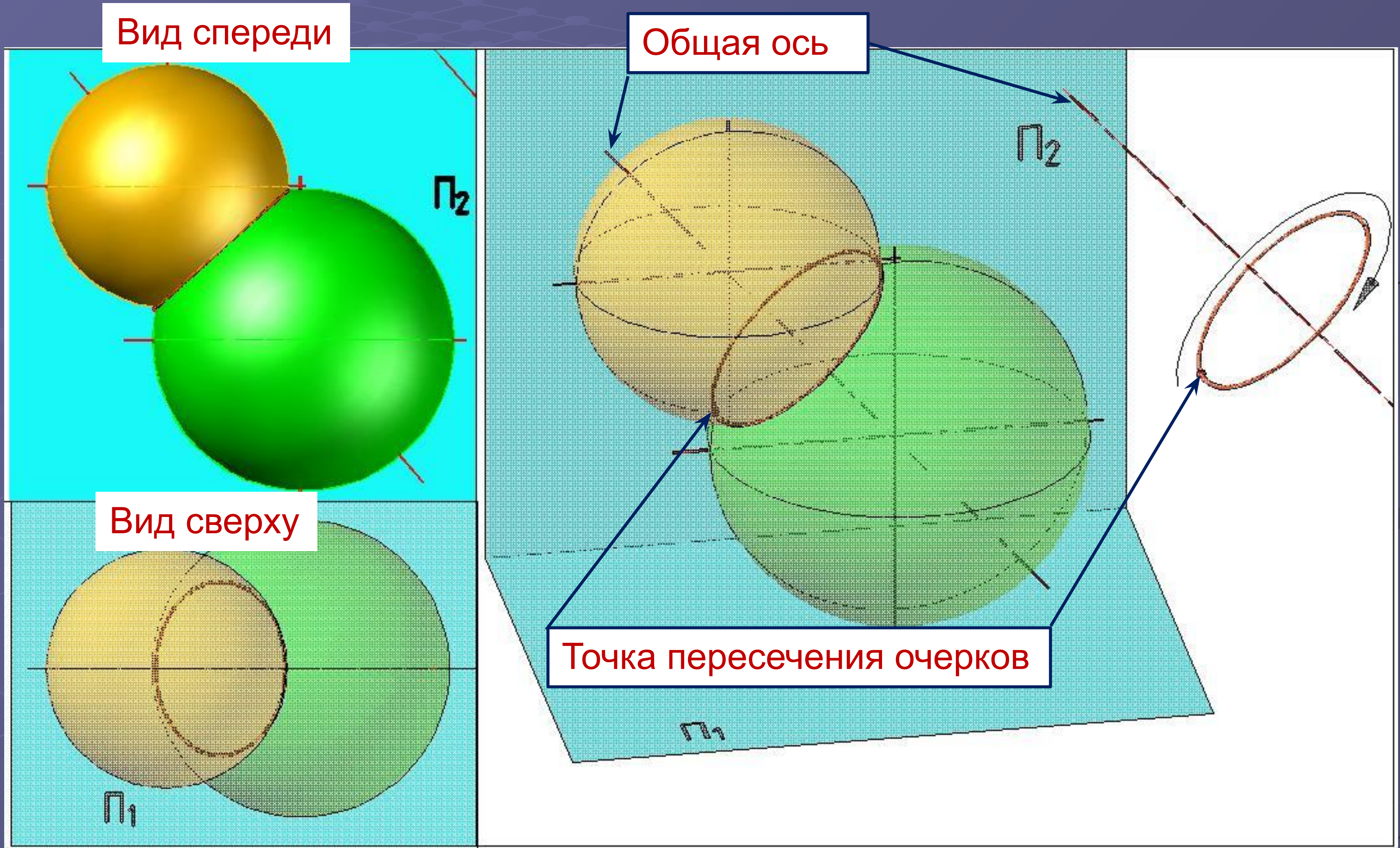
Пересечение соосных поверхностей вращения

Соосными называются поверхности вращения, имеющие общую ось. Соосные поверхности вращения пересекаться по <u>окружностям</u>.



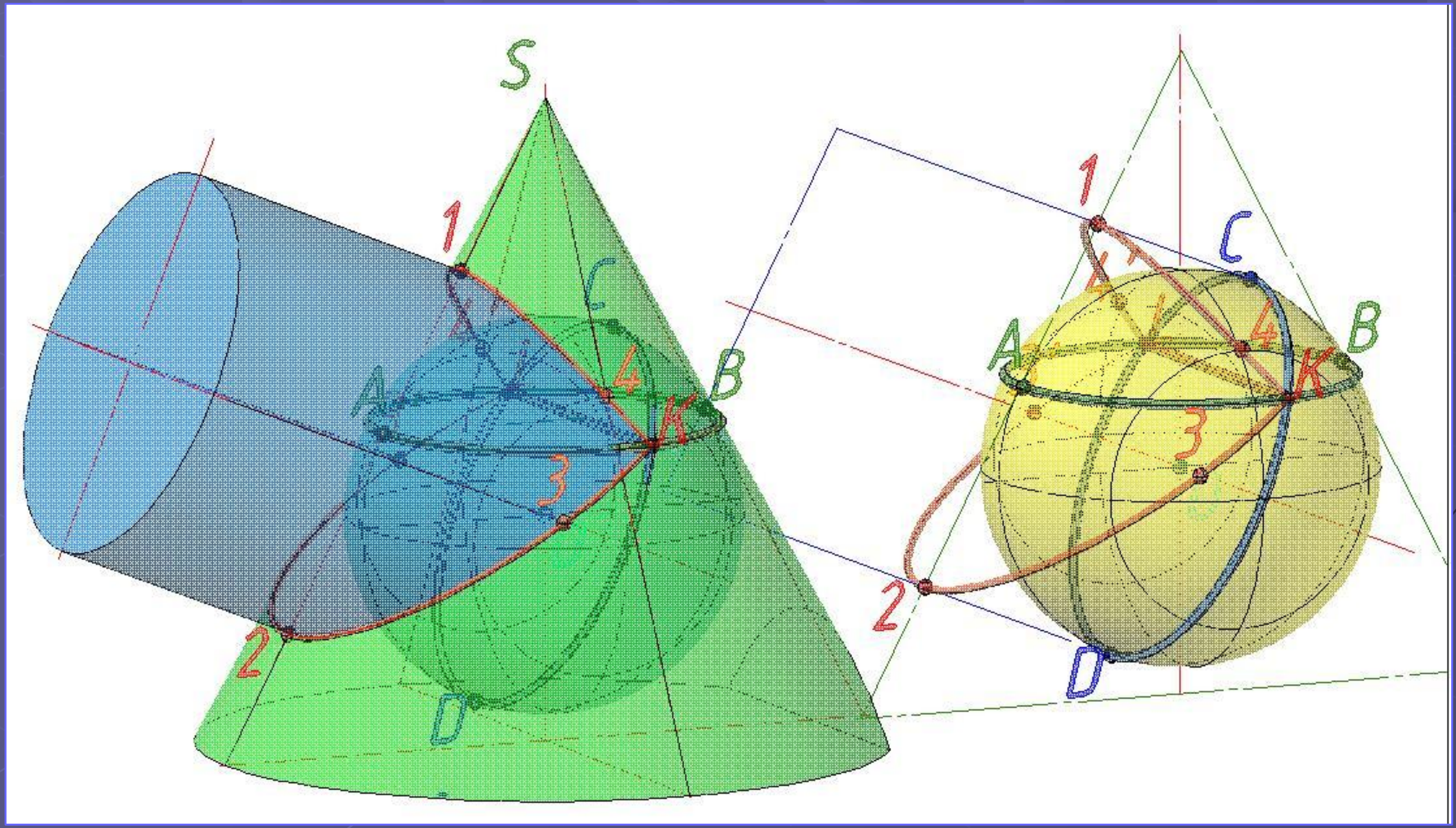
Пересечение соосных поверхностей вращения

Соосные сферы пересекаться по <u>окружности</u>.

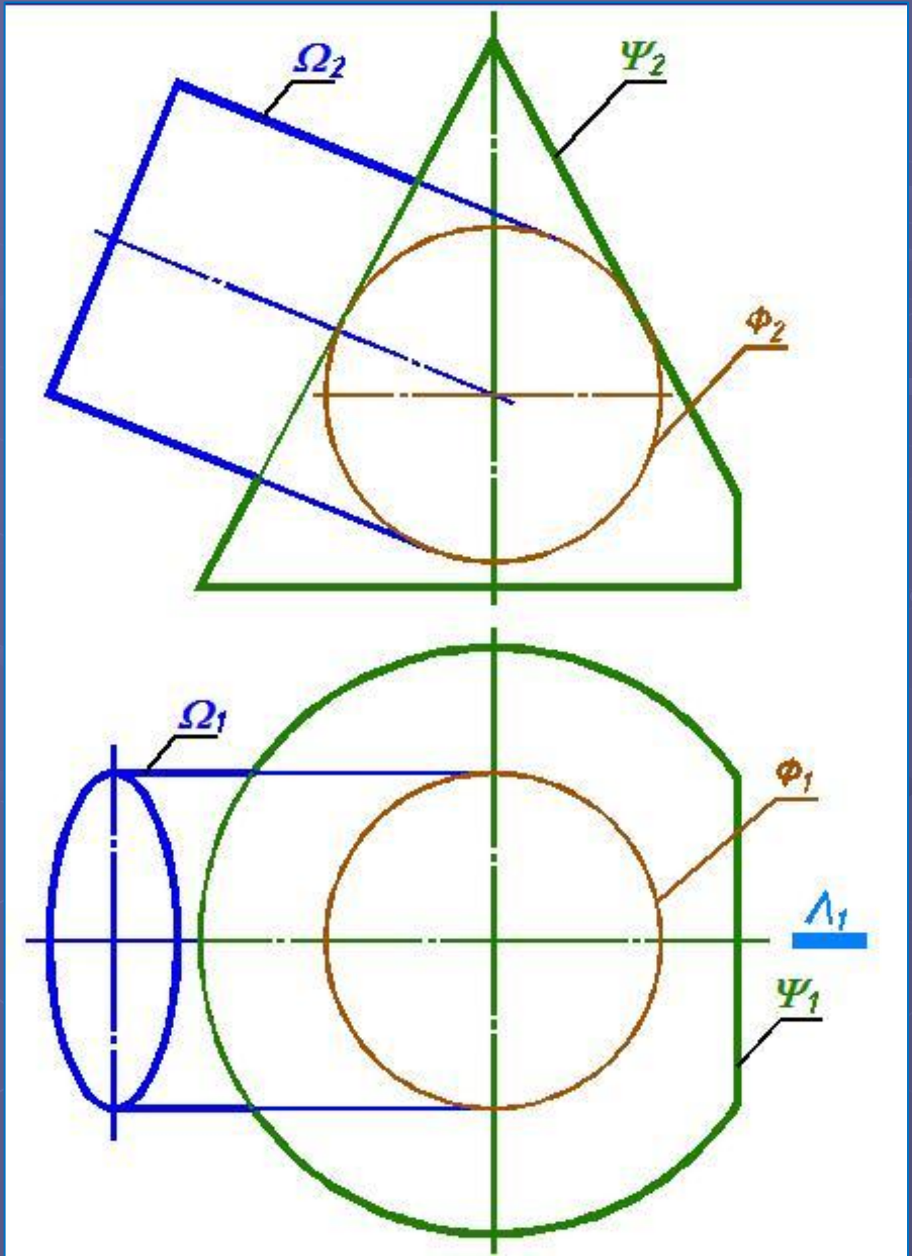


Теорема Монжа

Если две поверхности второго порядка описаны около третьей поверхности или вписаны в нее, то они пересекаются по двум плоским кривым, плоскости которых проходят через прямую (*KL*), соединяющую точки пересечения линий касания (*AB* и *CD*).



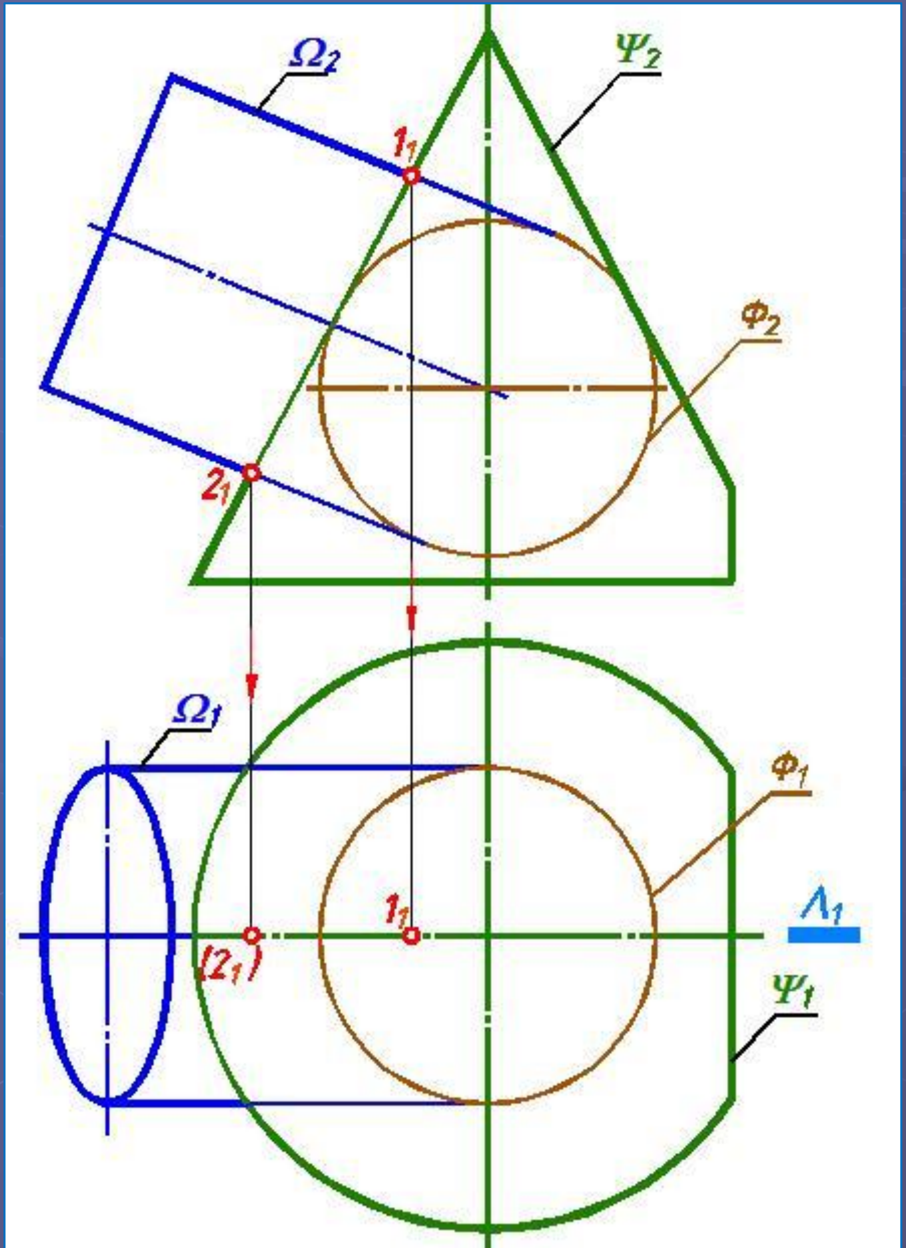
Теорема Монжа



Задача. Построить проекции линии пересечения поверхностей конуса (***Ψ***) и цилиндра(***Ω***). Определить видимость.

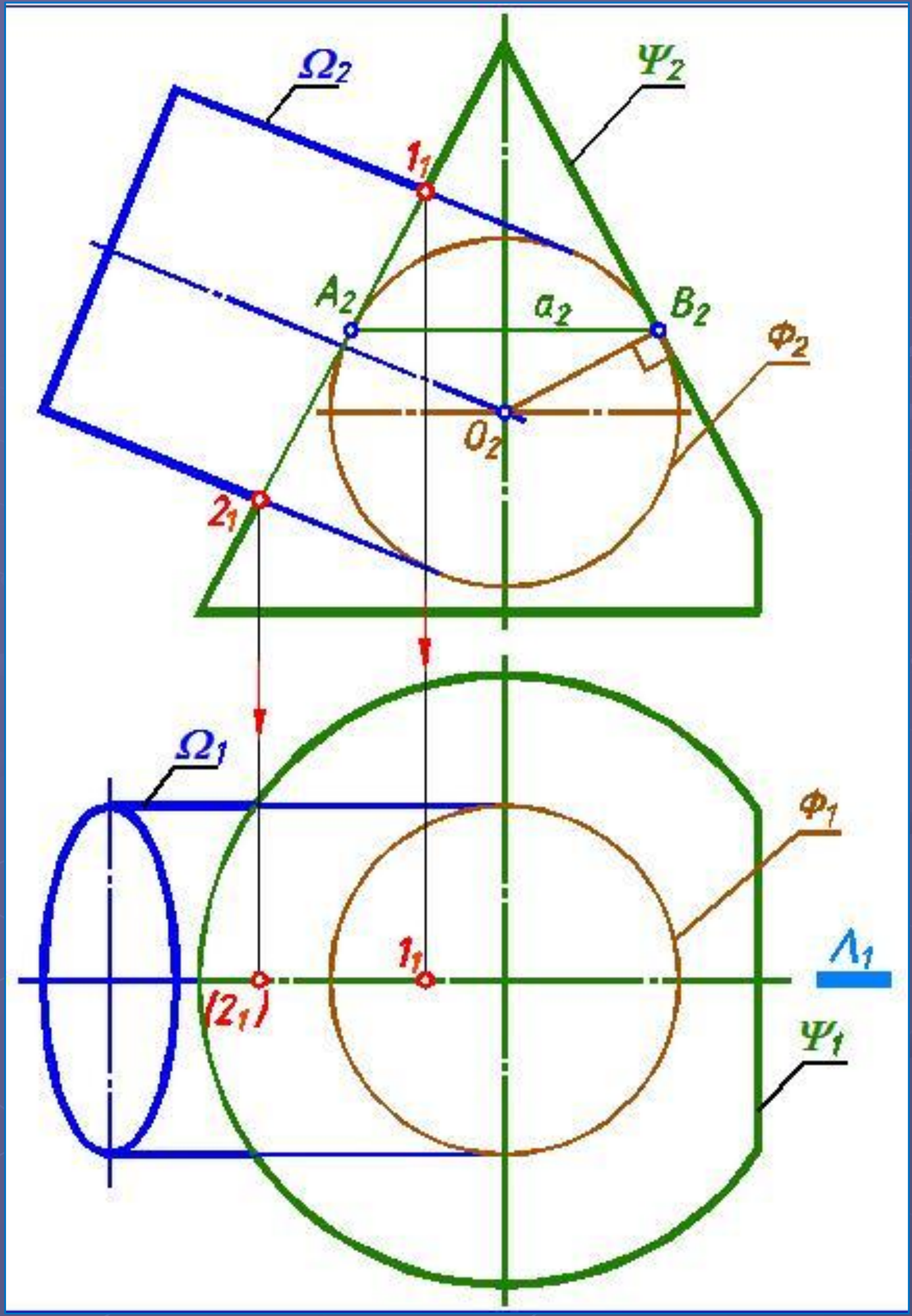
1. Заданы две поверхности вращения, описанные вокруг сферы ***Ф.***
2. На основании теоремы Монжа искомая линия пересечения - две плоские кривые второго порядка.

Теорема Монжа



3. Опорные точки. Экстремальные (они же очерковые относительно $П_2$) точки **1** и **2** построены с помощью общей плоскости симметрии ***Λ*** (очерк – ось).

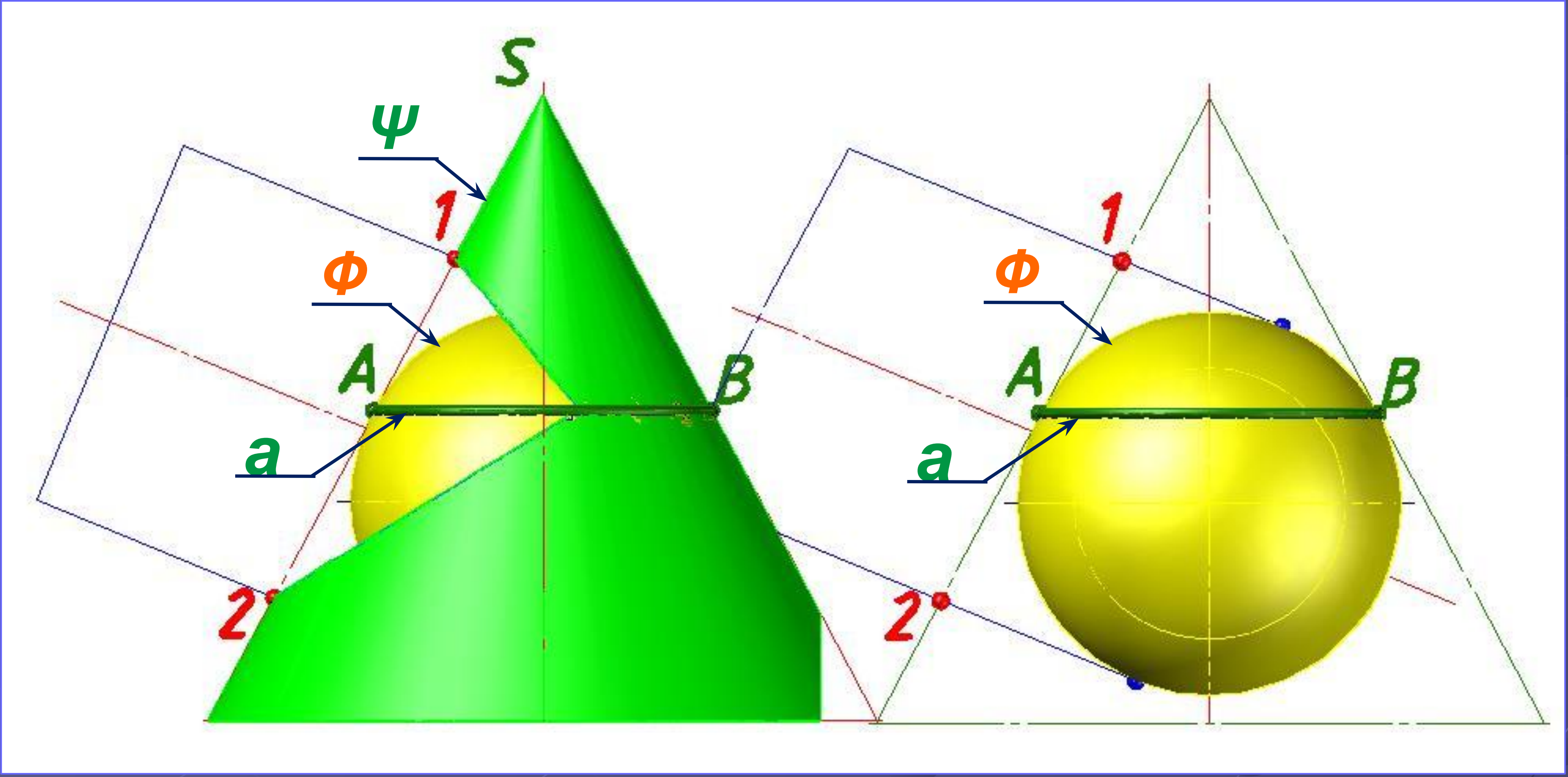
Теорема Монжа



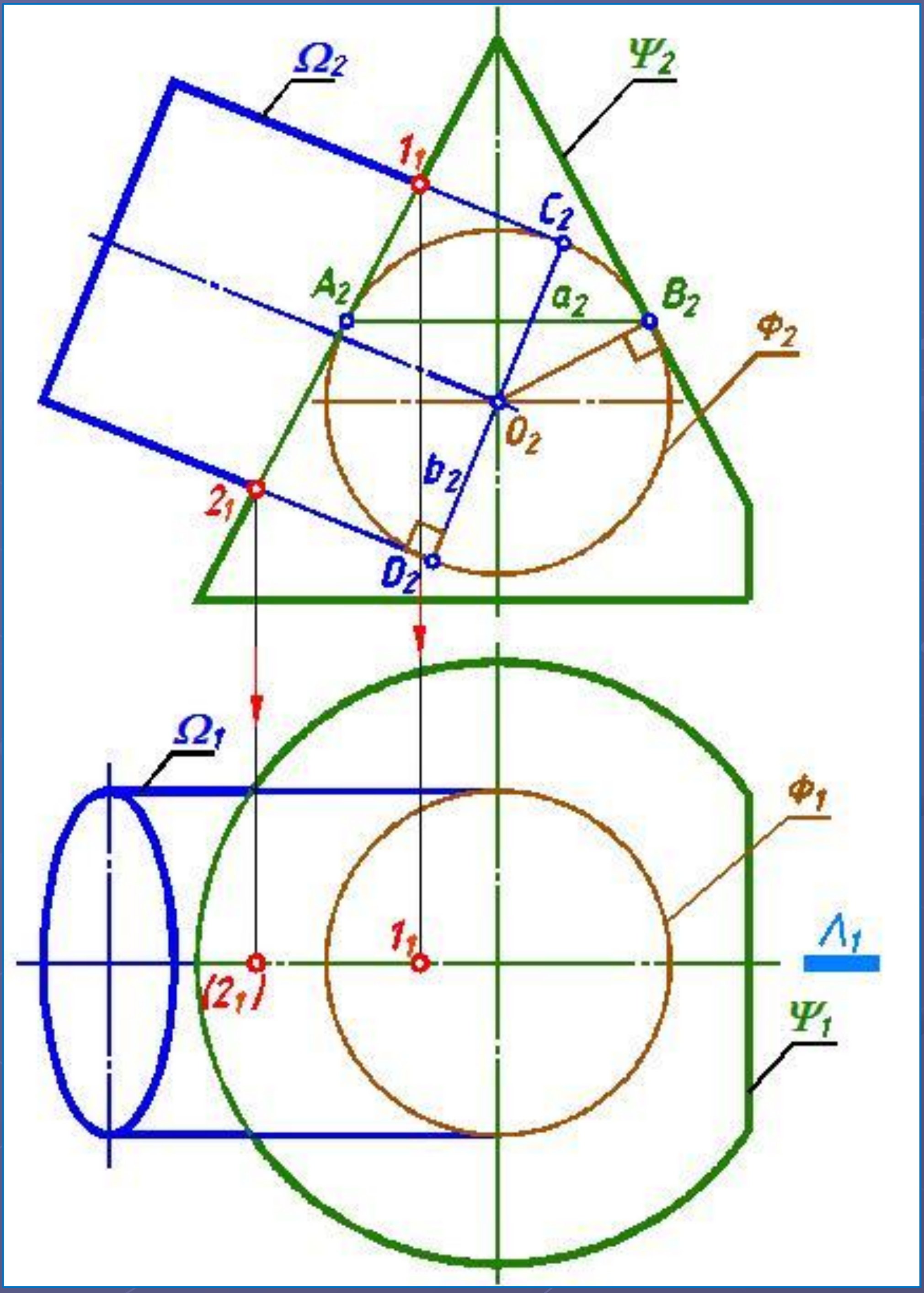
Находим линию **a(AB)** касания сферы **Ф** и конуса **Ψ**, соединив точки касания **A** и **B.**

Теорема Монжа

Находим линию ***а(АВ)*** касания сферы ***Ф*** и конуса ***Ψ***, соединив точки касания ***А*** и ***В***.



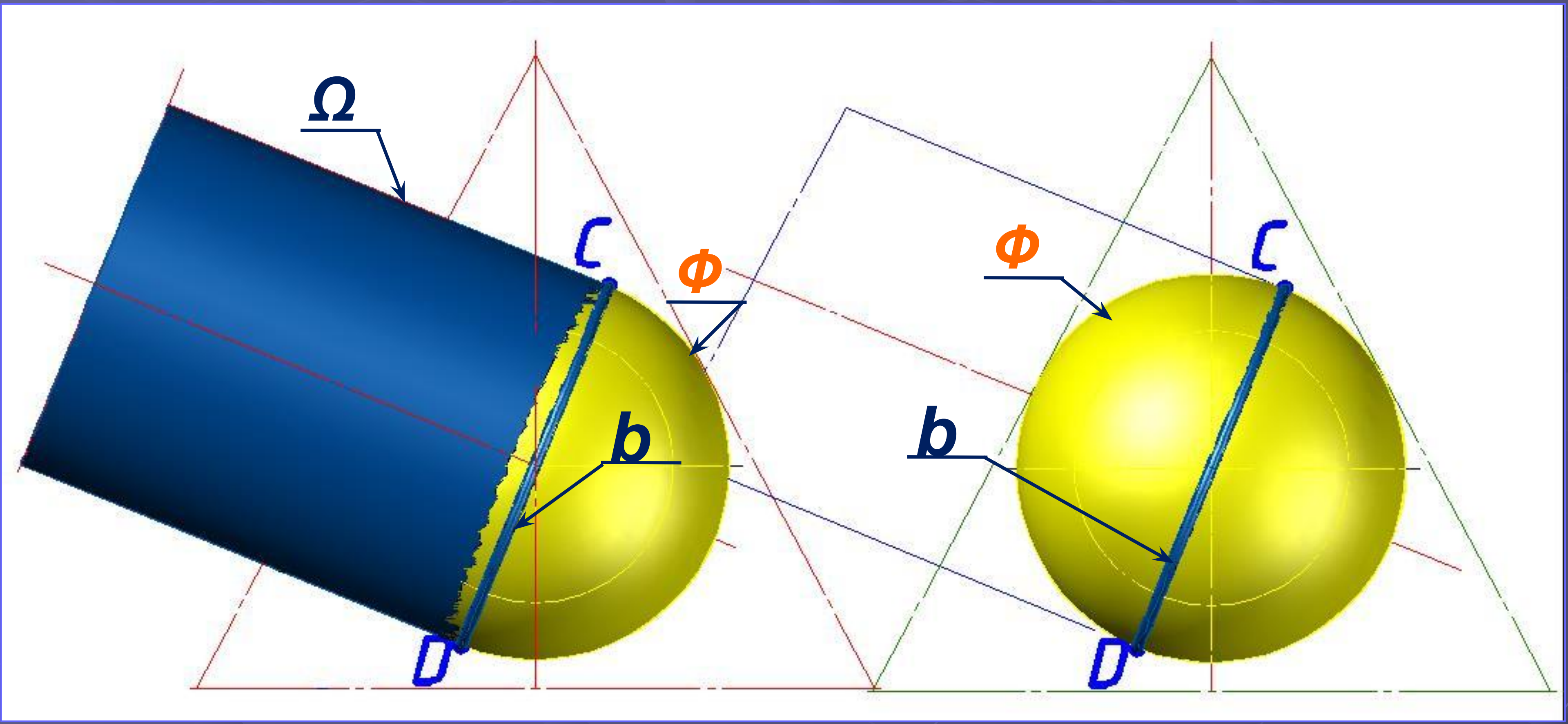
Теорема Монжа

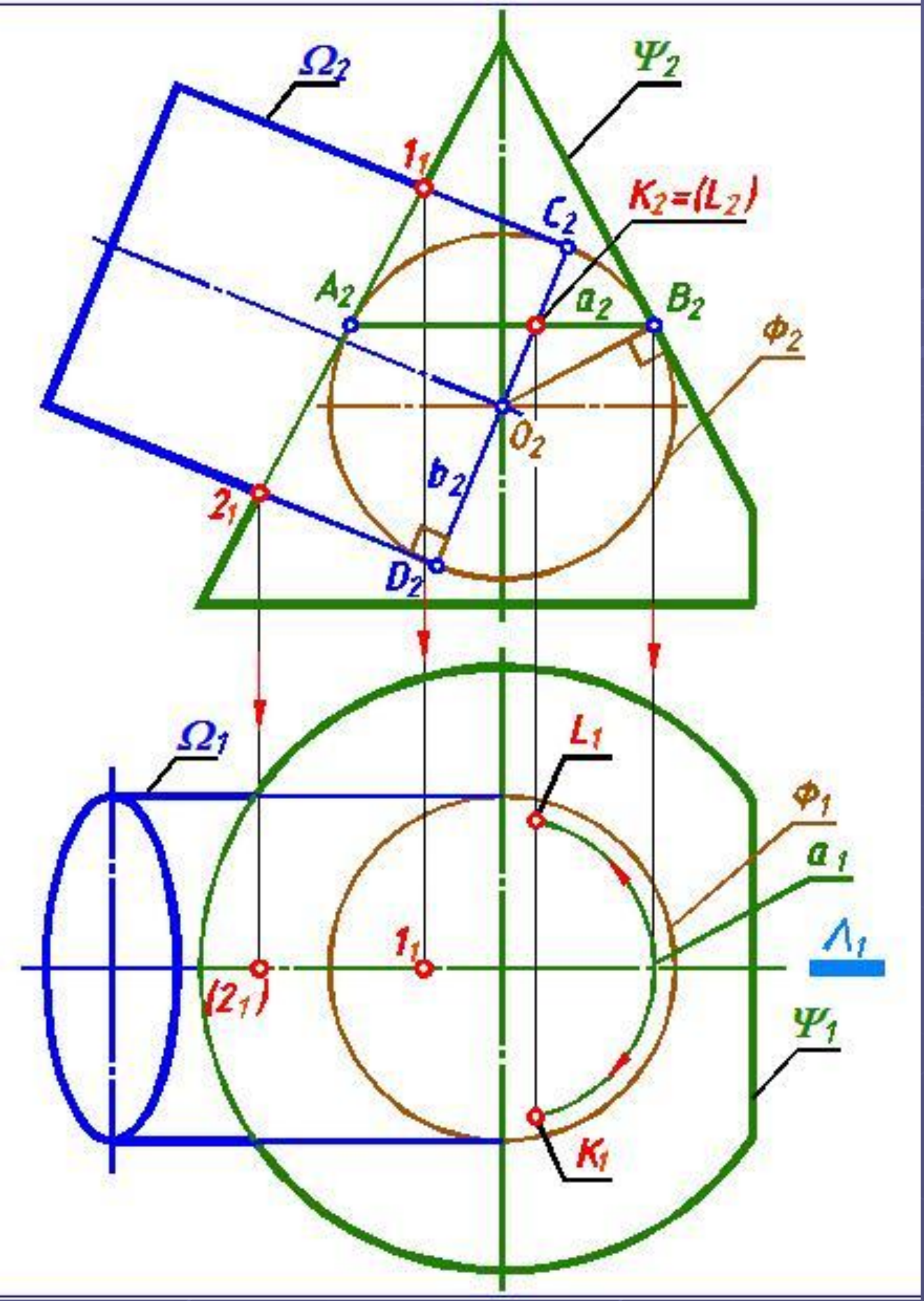


Находим линию **b(CD)** касания сферы ***Ф*** и цилиндра ***Ω***, соединив точки касания ***C*** и ***D***.

Теорема Монжа

Находим линию ***b***(***CD***) касания сферы ***Ф*** и цилиндра ***Ω***, соединив точки касания ***C*** и ***D***.



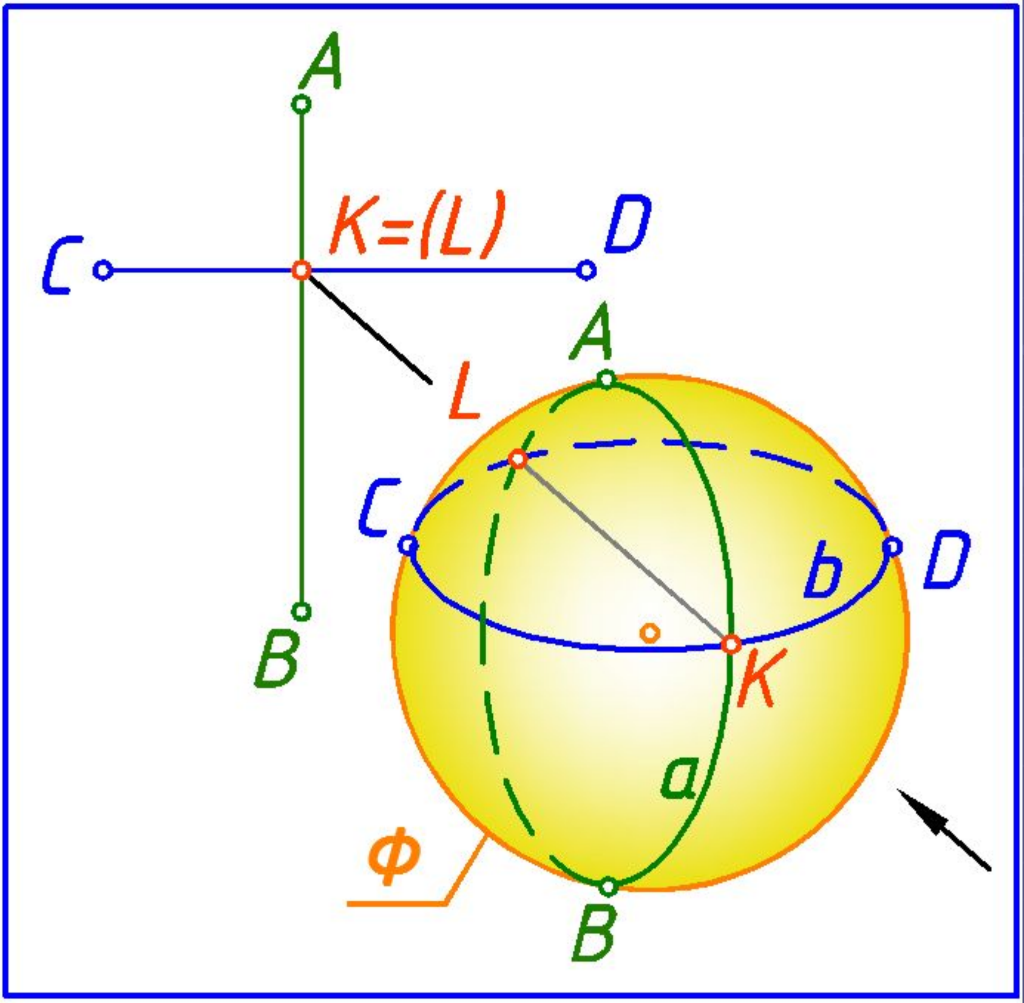


Теорема Монжа

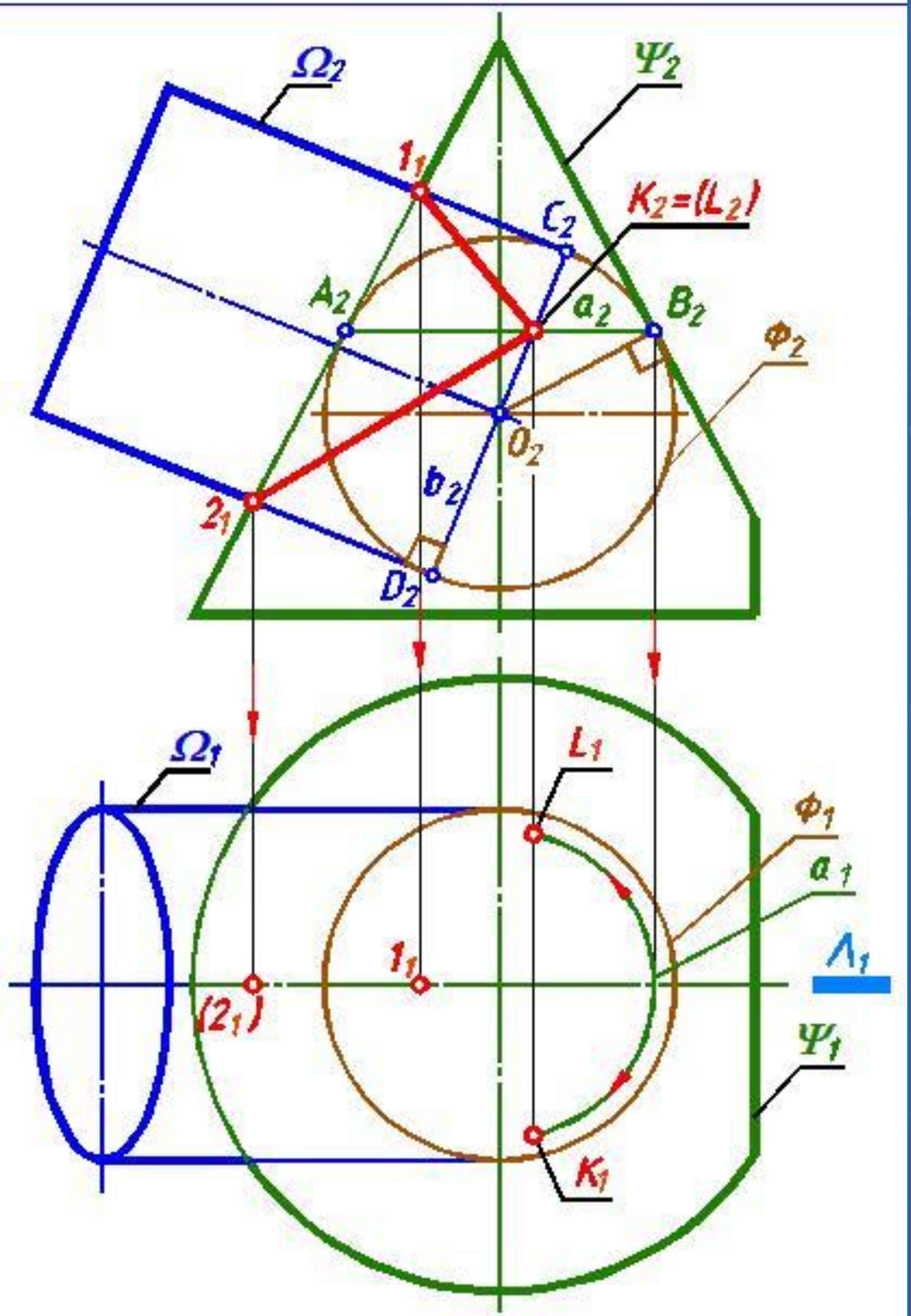
Определяем прямую ***KL***, соединяющую точки пересечения линий ***a(AB)*** и ***b(CD)*** касания сферы ***Ф*** с конусом ***Ψ*** и цилиндром ***Ω***.

Горизонтальные проекции точек ***K*** и ***L*** найдены из условия принадлежности их поверхности конуса ***Ψ*** с помощью параллели ***a*** (*радиус – от оси до очерка*).

Теорема Монжа



Сфера **Ф** касается конуса **Ψ Ω** по окружности ***a*(*AB*).**
Сфера **Ф** касается цилиндра **Ψ** по окружности ***b*(*CD*).**
Определяем отрезок ***KL***, в пересечении окружностей ***a*** (***AB***) и ***b*(*CD*).**
Окружности ***a*** и ***b*** на $П_2$ проецируются в отрезки *AB* и *CD*, а отрезок ***KL*** – в точку.

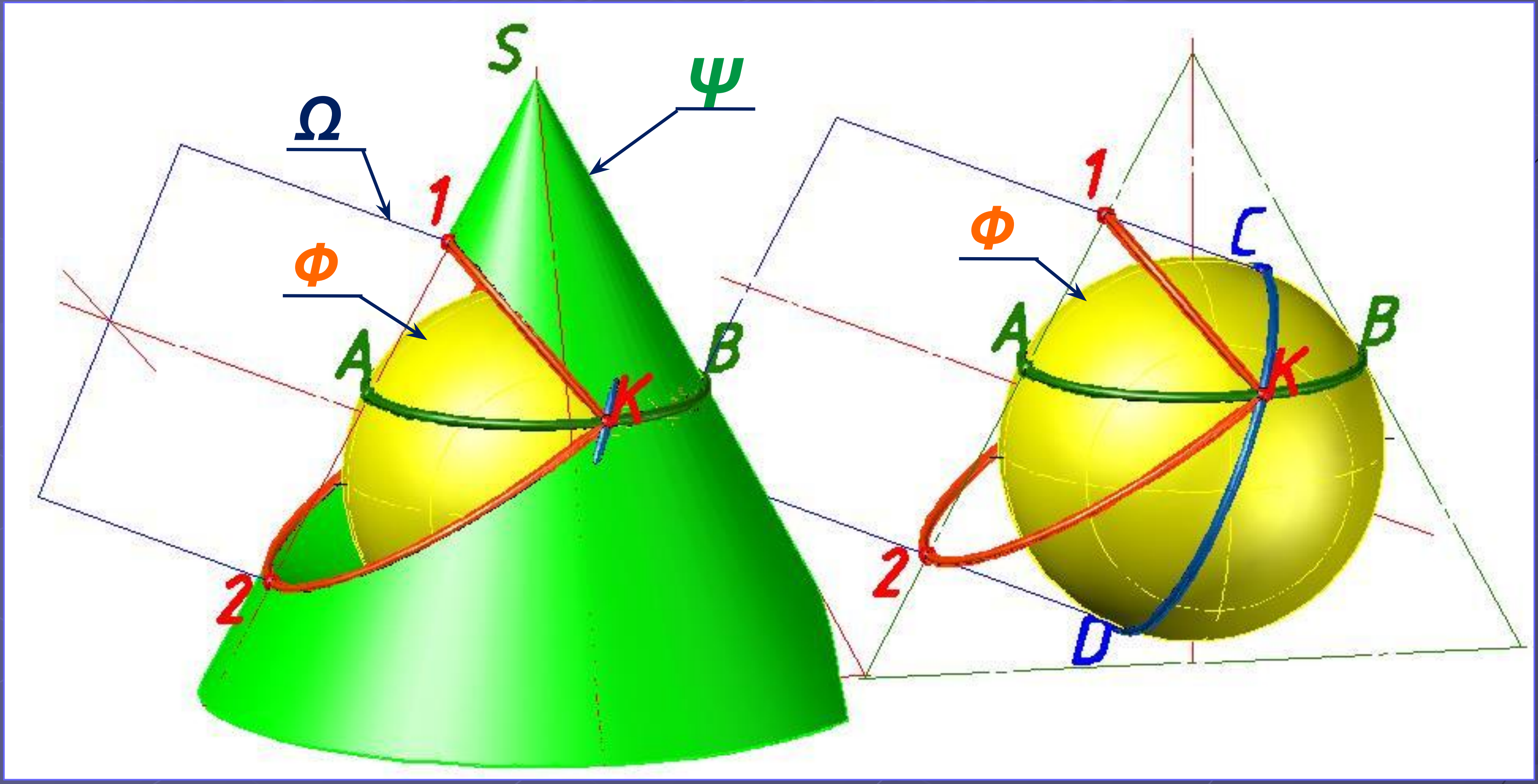


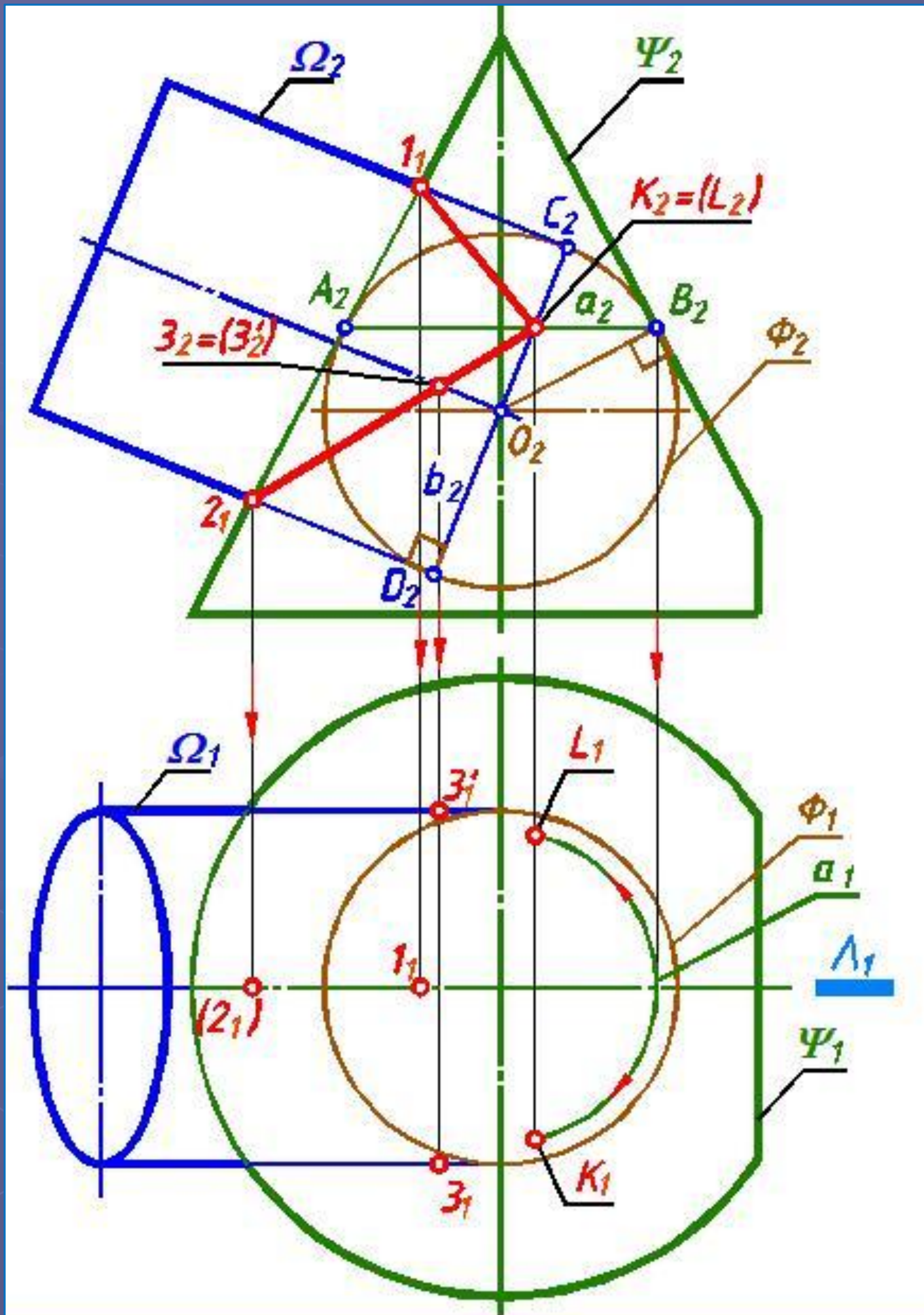
Теорема Монжа

На основании теоремы Монжа искомая линия пересечения распалась на <u>две</u> <u>плоские</u> <u>кривые</u> второго порядка, плоскости которых проходят через прямую ***KL*.**

Теорема Монжа

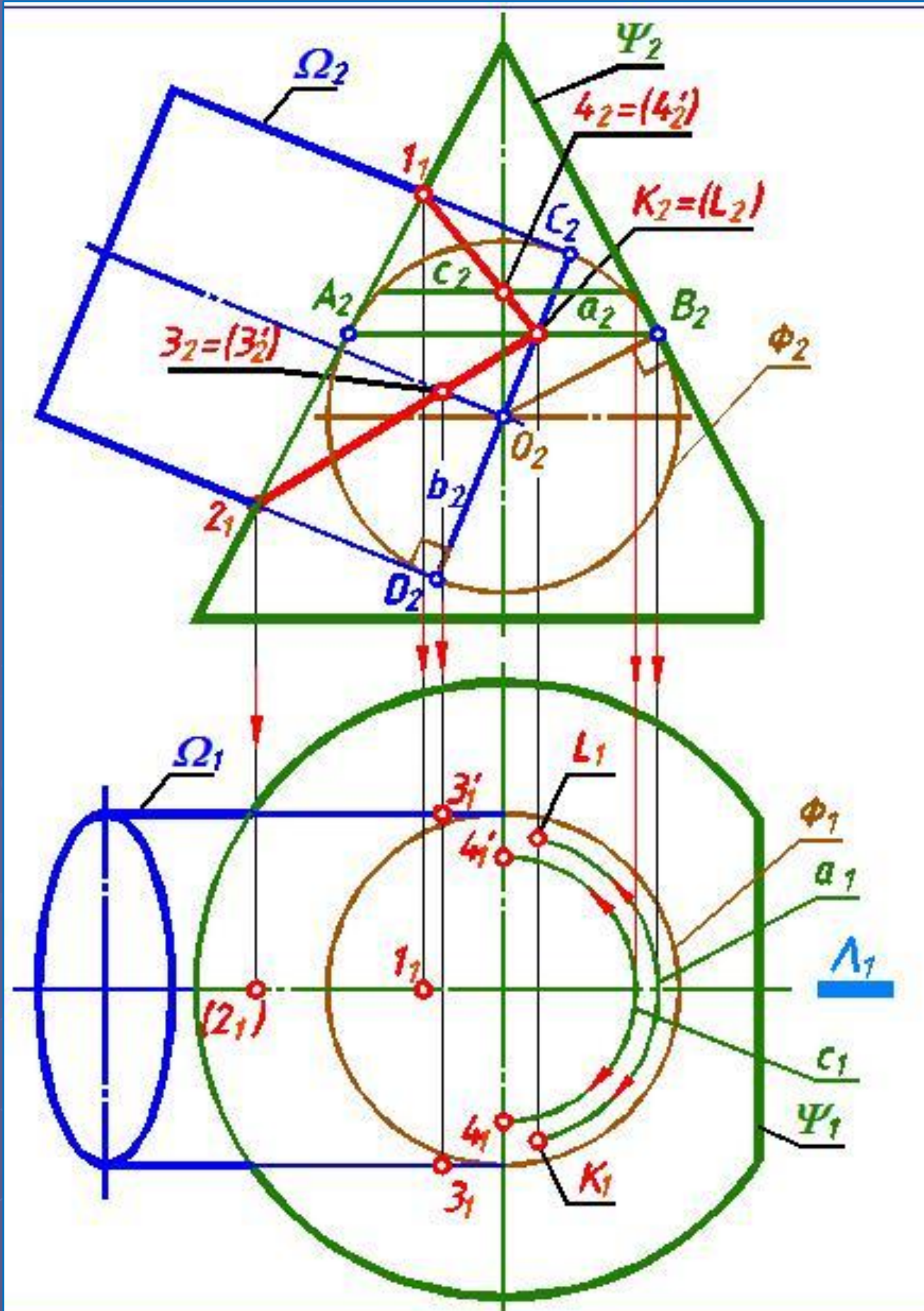
Линия пересечения распалась на <u>две</u> <u>плоские</u> <u>кривые</u> второго порядка, плоскости которых проходят через прямую ***KL*.**





Теорема Монжа

После построения проекции линии пересечения на $П_2$ находим очерковые относительно $П_1$ точки **3** и **3'** из условия принадлежности горизонтальным очерковым образующим цилиндра ***Ω*** (ось – очерк).

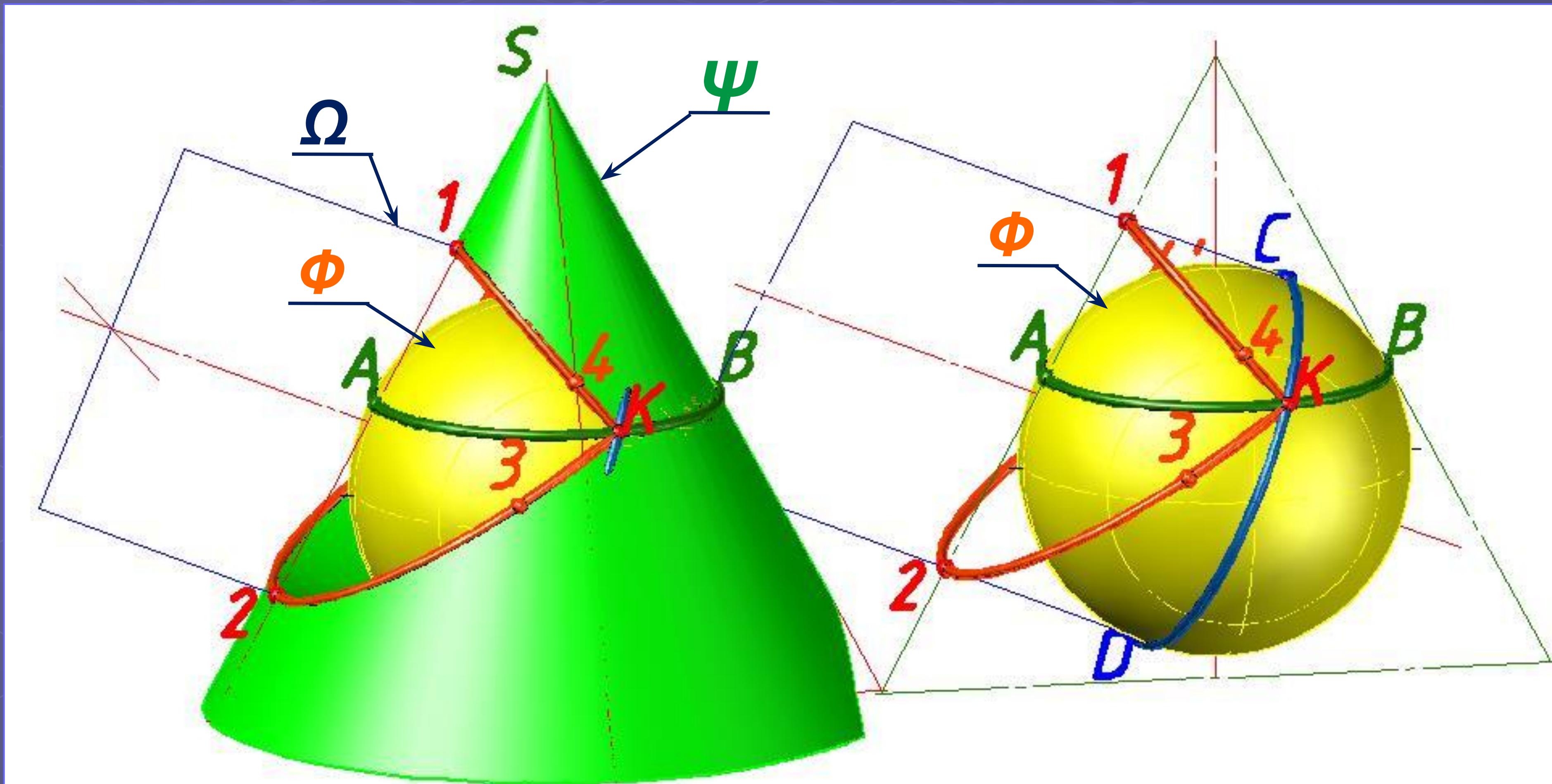


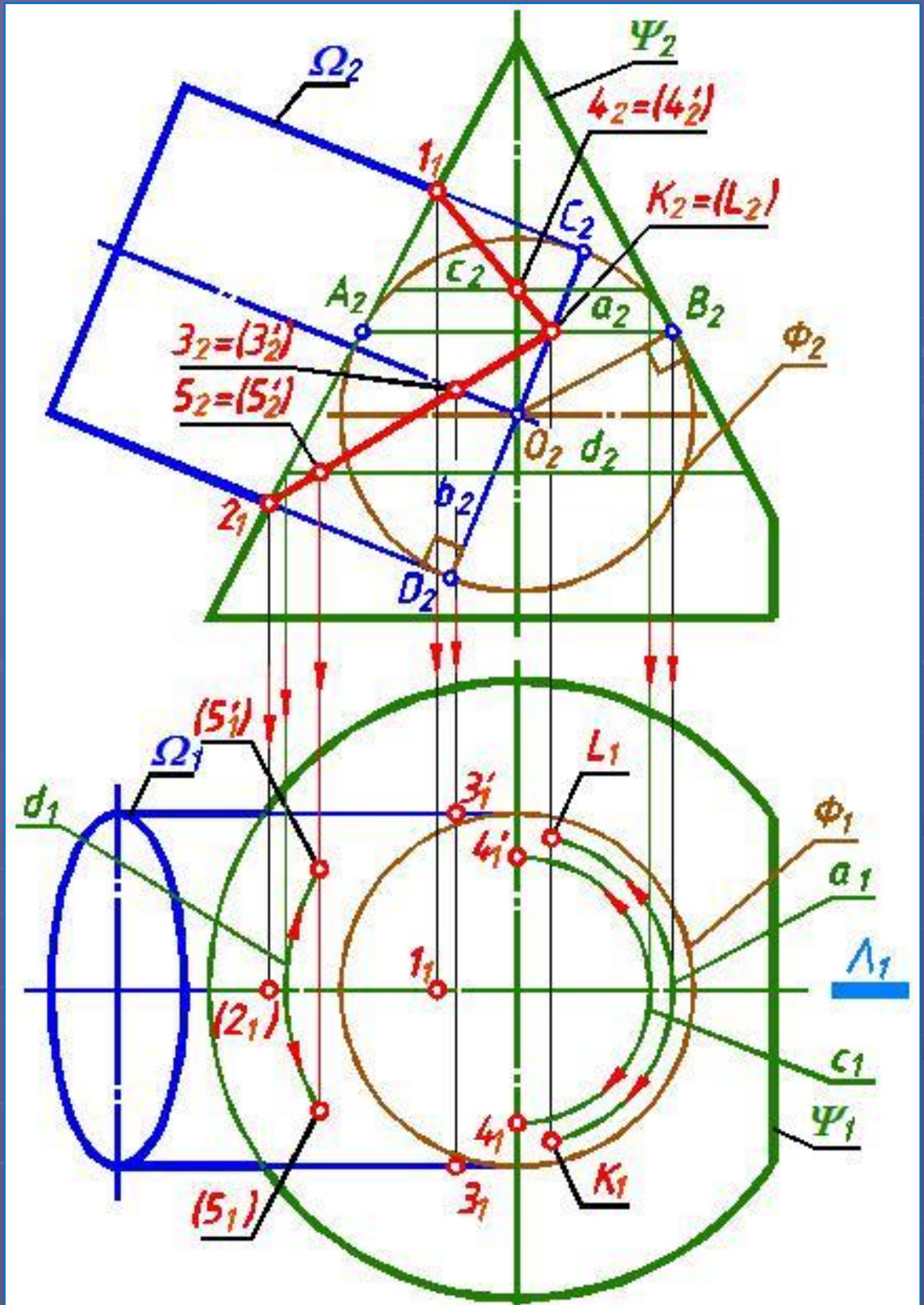
Теорема Монжа

Очерковые относительно $П_3$ точки **4**, и **4'** линии пересечения найдены из условия принадлежности их поверхности конуса ***Ψ*** с помощью параллели ***с*** (радиус от оси до очерка).

Теорема Монжа

Очерковые относительно $П_1$ точки **3** и **3'** .
Очерковые относительно $П_3$ точки **4**, и **4'** линии пересечения

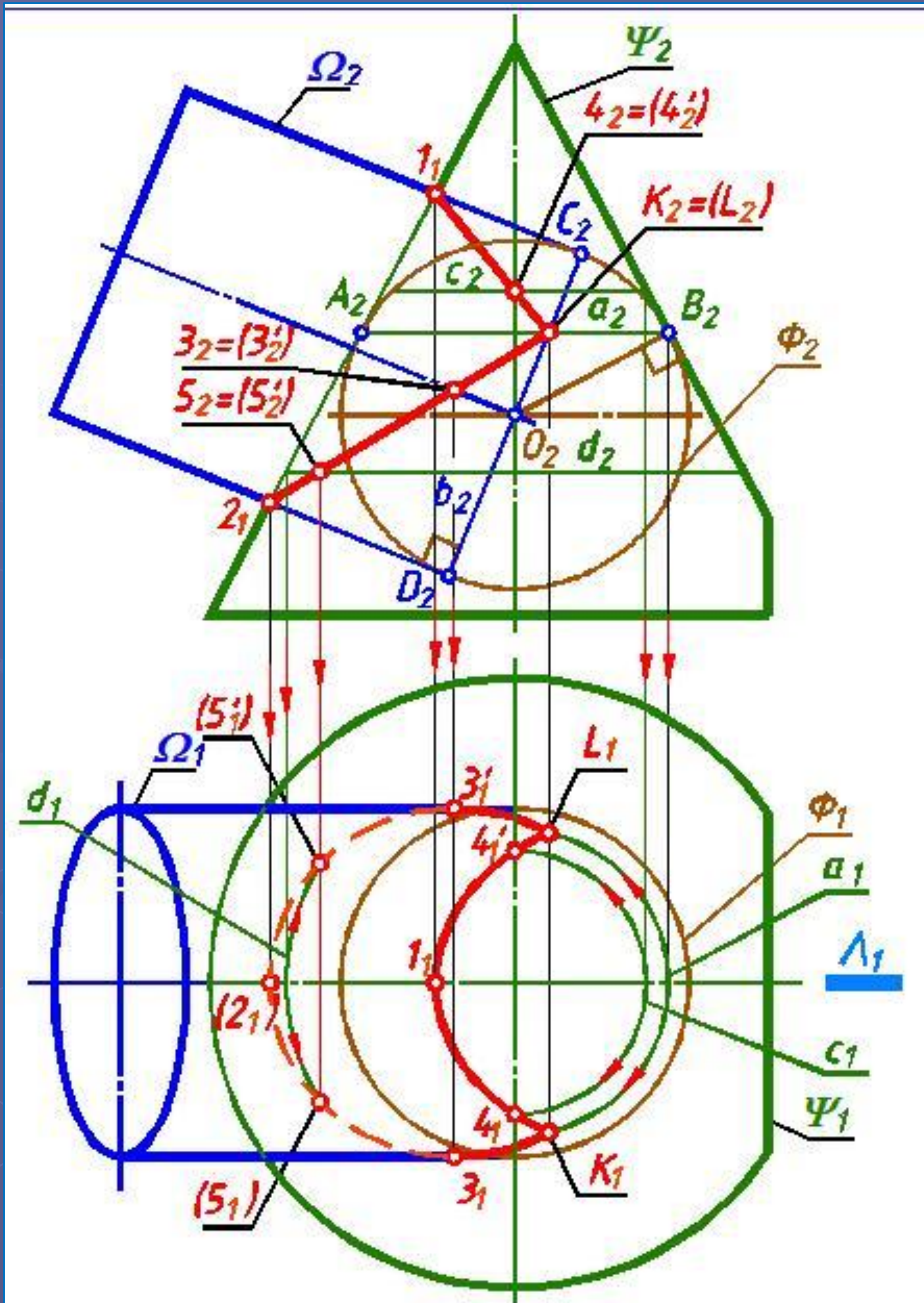




Теорема Монжа

4. Промежуточные точки **5**, и **5'** линии пересечения найдены из условия принадлежности их поверхности конуса ***Ψ*** с помощью параллели ***d*.**

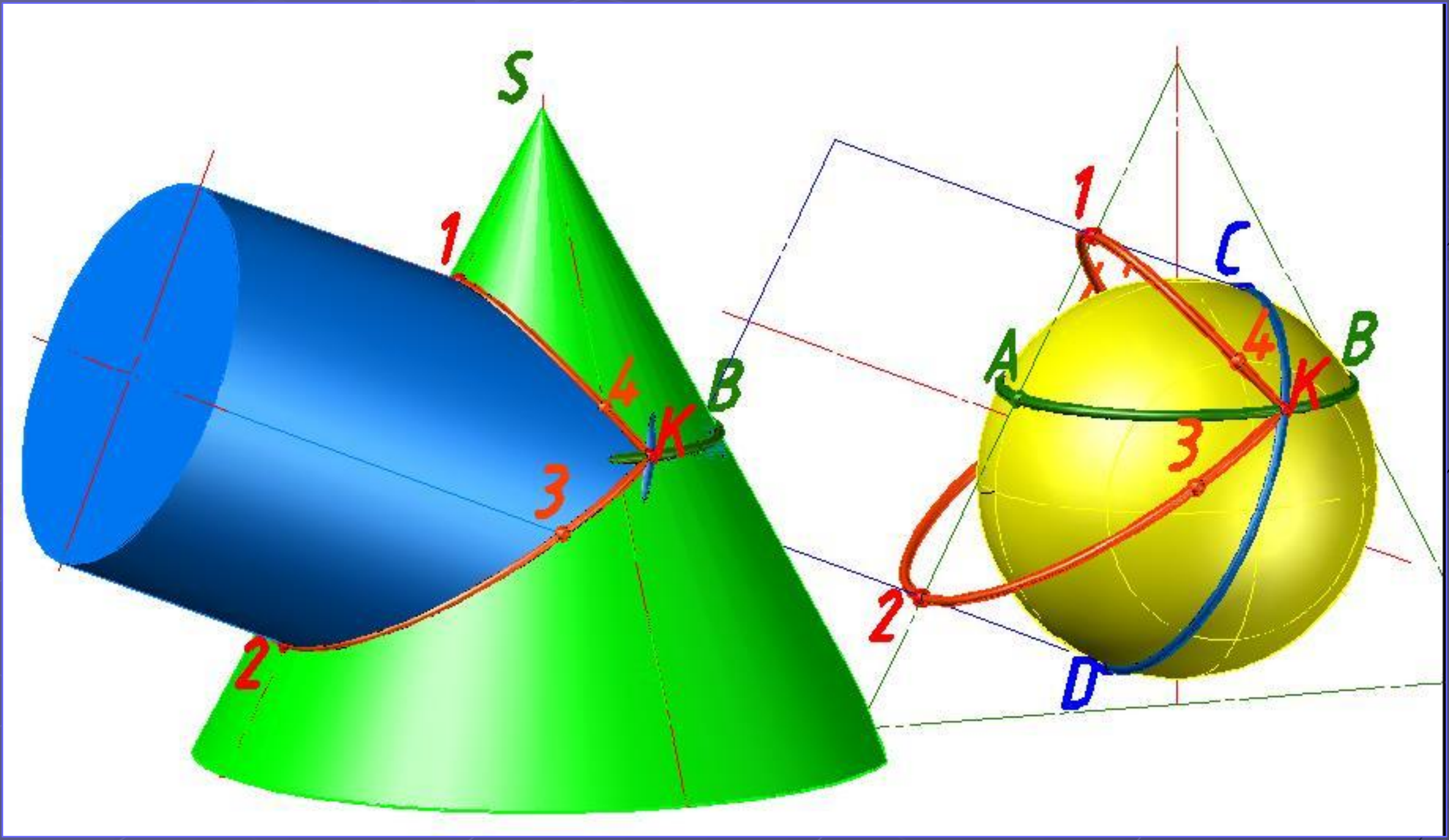
Теорема Монжа



5) Соединив полученные точки плавной кривой с учетом видимости, получим горизонтальную проекцию линии пересечения заданных поверхностей. Точки **3**, **3'** – точки смены видимости. Доводим очерк цилиндра ***Ω*** до этих точек.

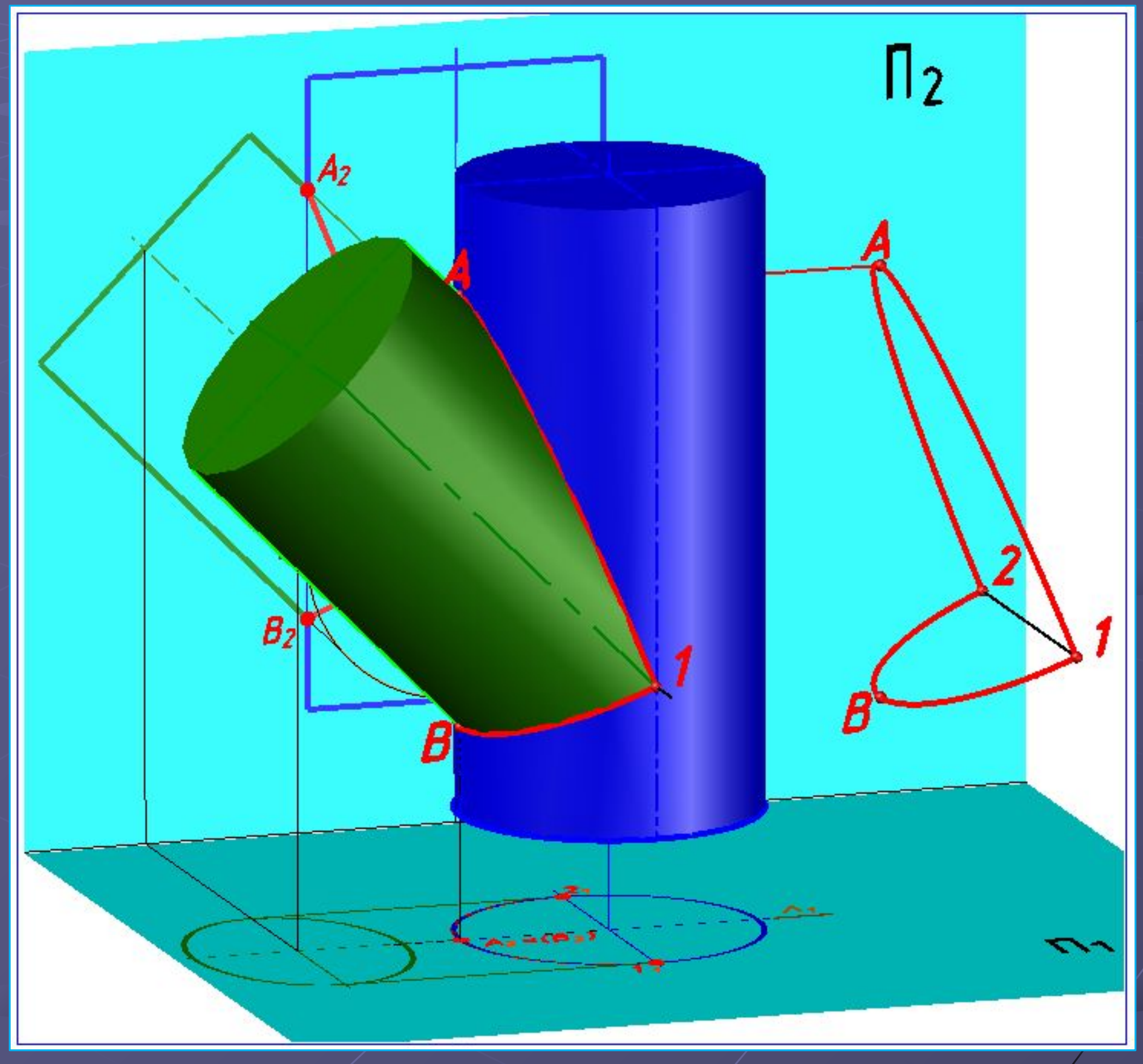
Теорема Монжа

Если две поверхности второго порядка описаны около сферы, то они пересекаются по двум плоским кривым

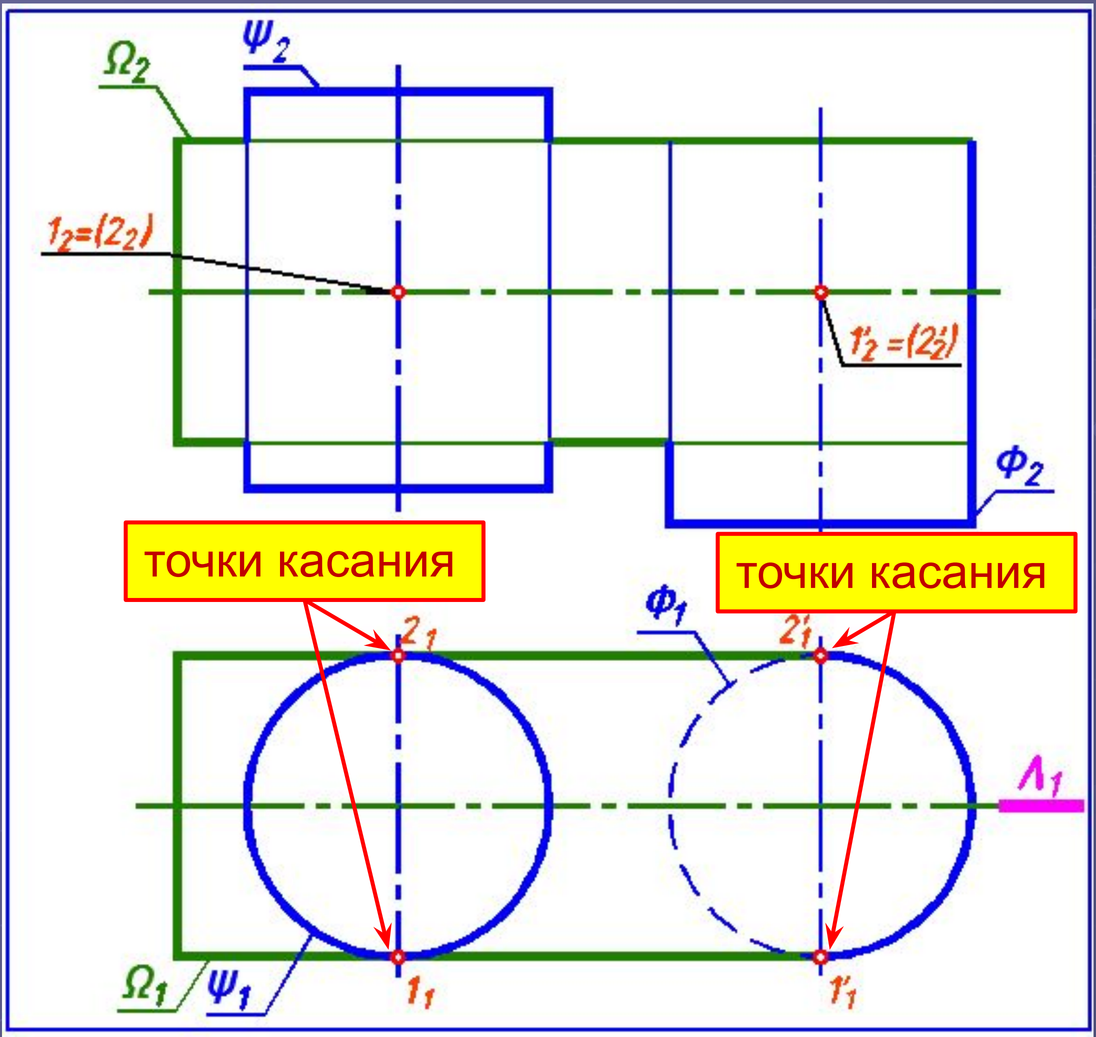


Теорема 2 (о двойном касании)

Если две поверхности второго порядка имеют касание в двух точках, то линия их пересечения распадается на две плоские кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания (1 и 2).



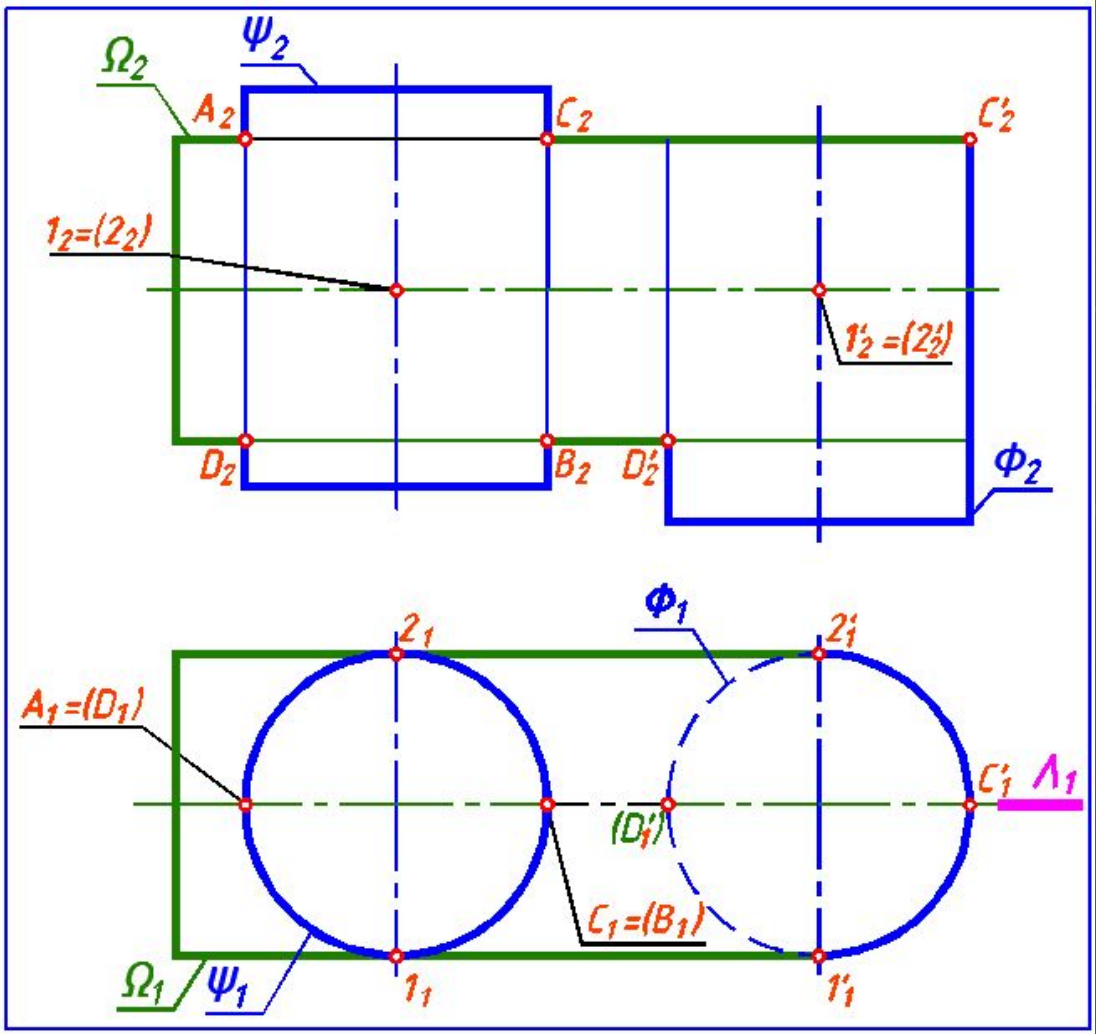
Теорема о двойном касании



Задача. Построить проекции линий пересечения горизонтального цилиндра (**Ω**) и вертикальных цилиндров (**Ψ**) и (**Φ**). Определить видимость.

1. Заданы поверхности второго порядка, имеющие точки касания ***1***, ***2***. Имеется общая плоскость симметрии ***Λ***, параллельная $П_2$.

Теорема о двойном касании

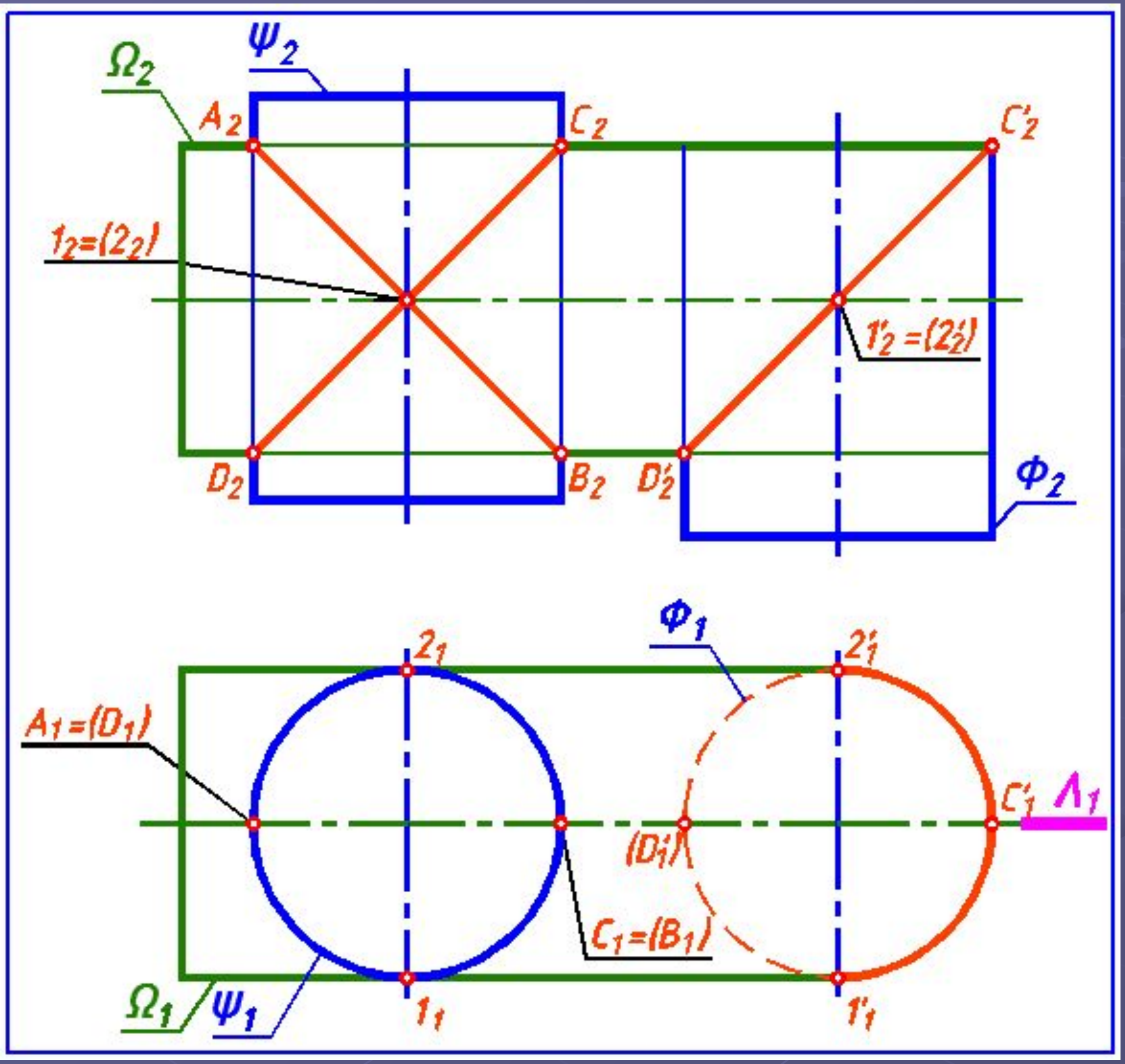


2. Линия пересечения цилиндров **Ω** и **Ψ**- две кривые второго порядка (эллипса), плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания ***1***, ***2***.

Линия пересечения цилиндров **Ω** и **Φ**- кривая второго порядка (эллипс), плоскость которой проходят через прямую, соединяющую точки касания ***1***, ***2***.

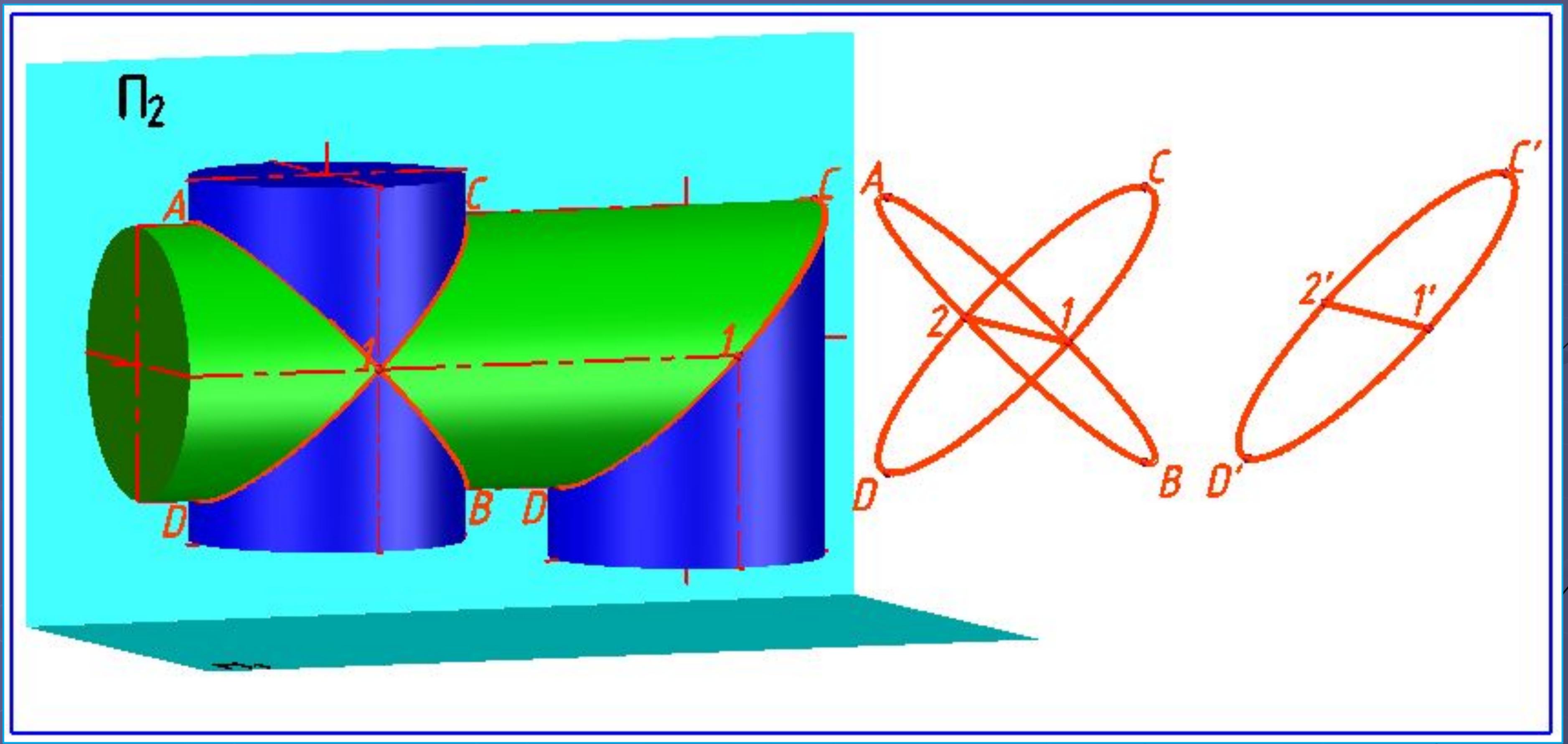
3. Опорные точки: ***A***, ***B***, ***C***, ***D***, ***C'***, ***D'*** - экстремальные (в тоже время очерковые), найдены с помощью общей плоскости симметрии ***Λ***.

Теорема о двойном касании



- Находим фронтальные проекции линий пересечения:
  от **A** до **B** через **1**, **2**;
  от **D** до **C** через **1**, **2**;
  от **D'** до **C'** через **1'**, **2'**.
- Горизонтальные проекции линий пересечения совпадают с проекциями вертикальных цилиндров.

Теорема о двойном касании



Теорема 2. Если две поверхности второго порядка имеют касание в двух точках, то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания (***1*** и ***2***).