

Позиционные задачи

Задачи, в которых определяют относительное положение или **общие элементы геометрических фигур (точки или линии)**

Вспомогательные позиционные задачи

- определение общих элементов простейших геометрических фигур **из условия принадлежности**

Первая позиционная задача

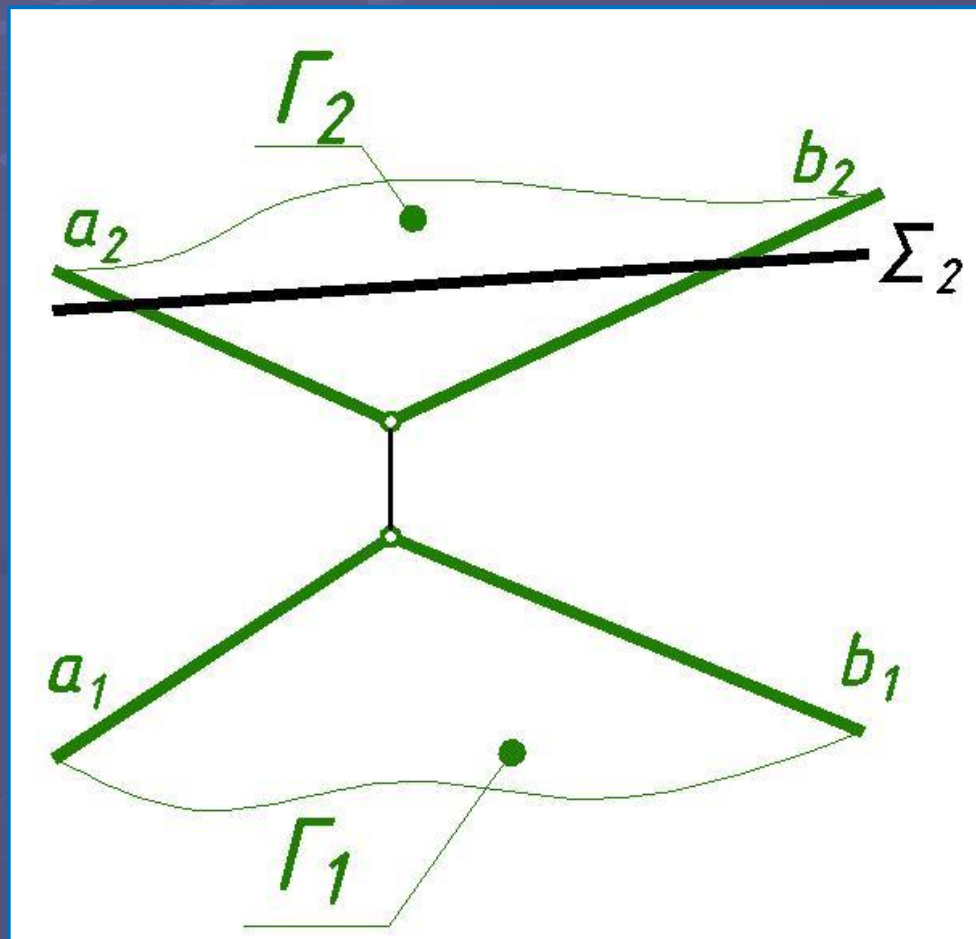
- определение точек пересечения линии и поверхности

Вторая позиционная задача

- определение линии пересечения поверхностей

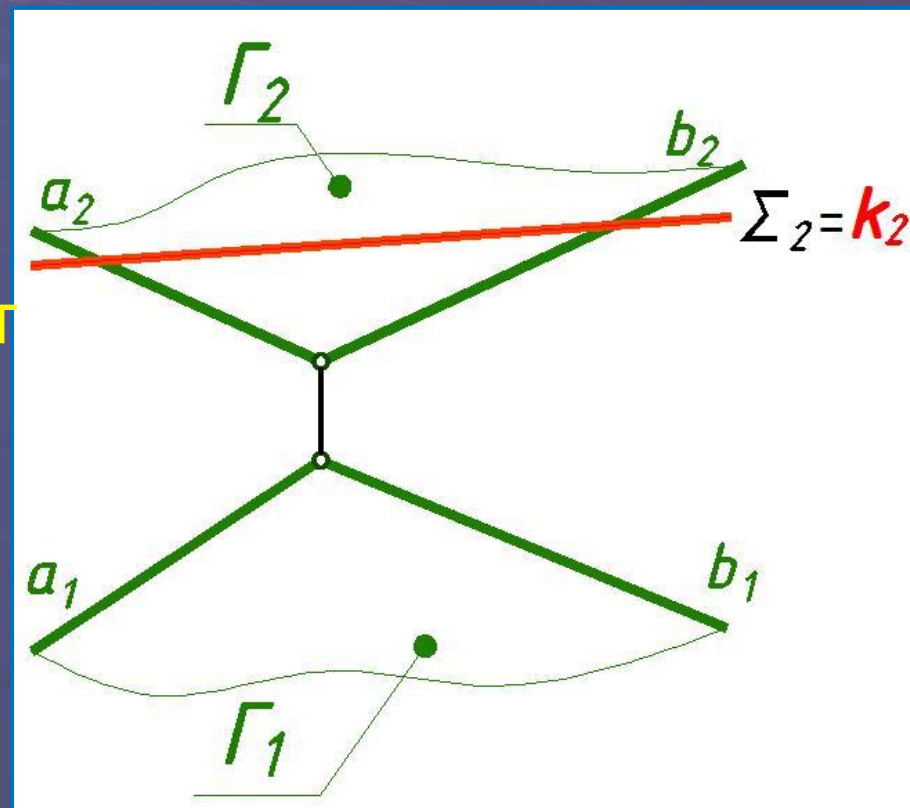
Задача. Построить **линию k**
пересечения **фронтально проецирующей**
плоскости Σ и **плоскости $\Gamma(a \cap b)$** общего
положения

Искомая **линия k**
пересечения двух
плоскостей **Σ** и **Γ**
является прямой,
одновременно
принадлежащей этим
плоскостям.



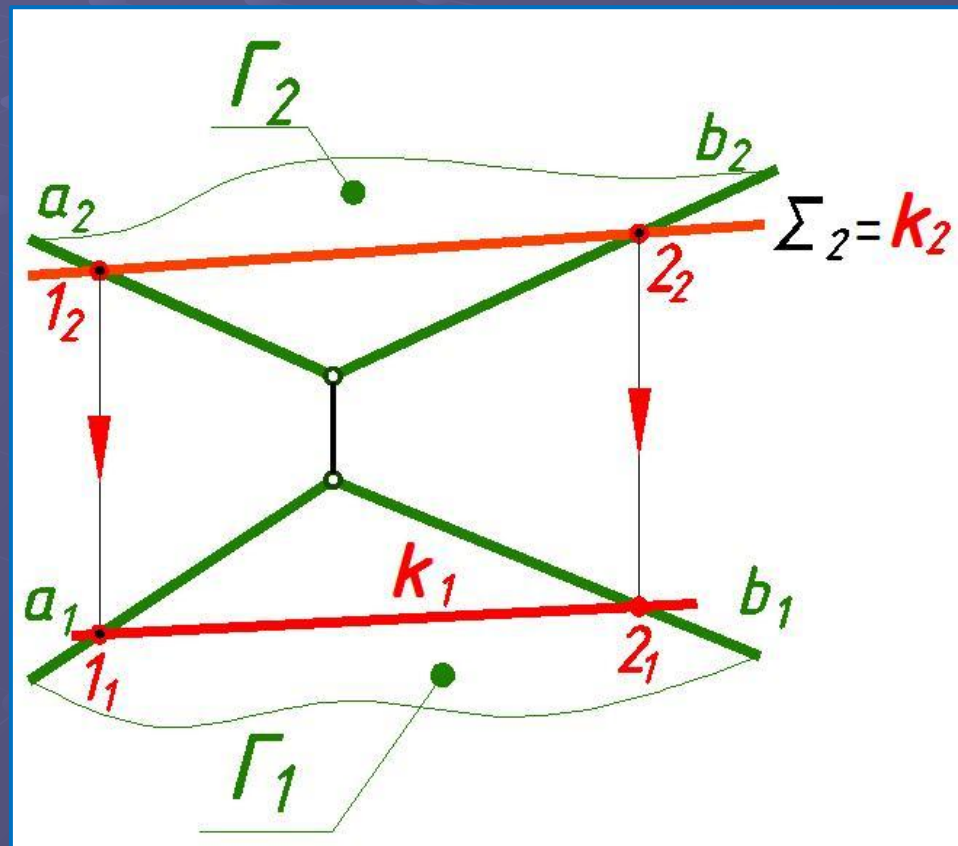
Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

Фронтальная проекция k_2 искомой линии k пересечения двух плоскостей Σ и T совпадает с фронтальной проекцией (Σ_2) проецирующей плоскости Σ .



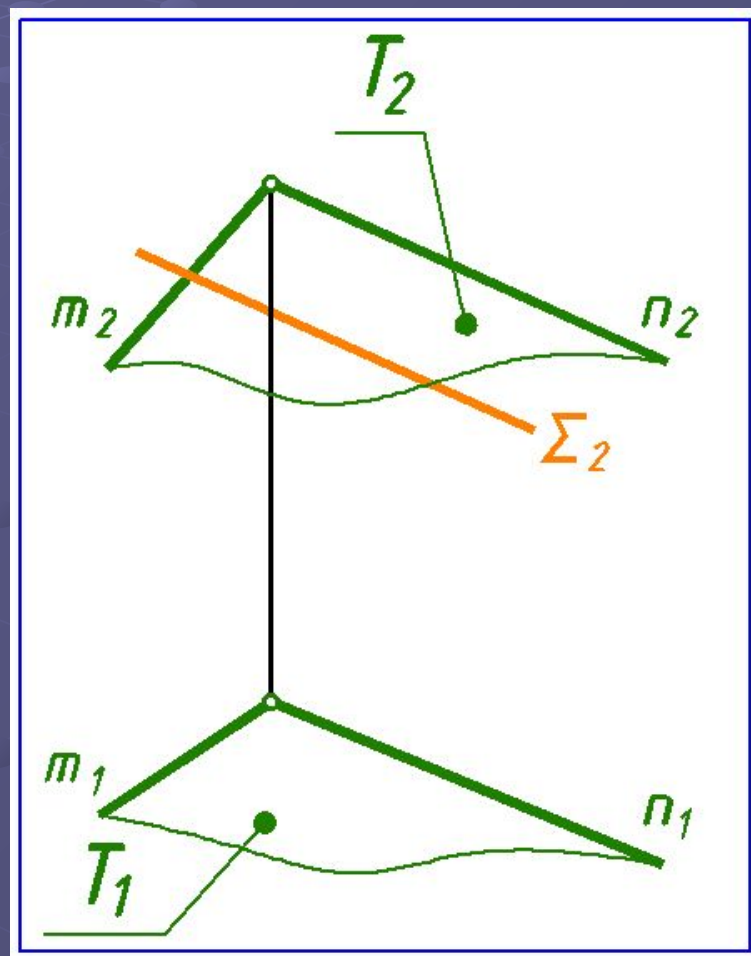
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскости $\Gamma(a \cap b)$ с плоскостью Σ

Искомая линия k
пересечения двух
плоскостей Σ и Γ
принадлежит плоскости Γ ,
так как имеет с ней общие
точки 1 и 2



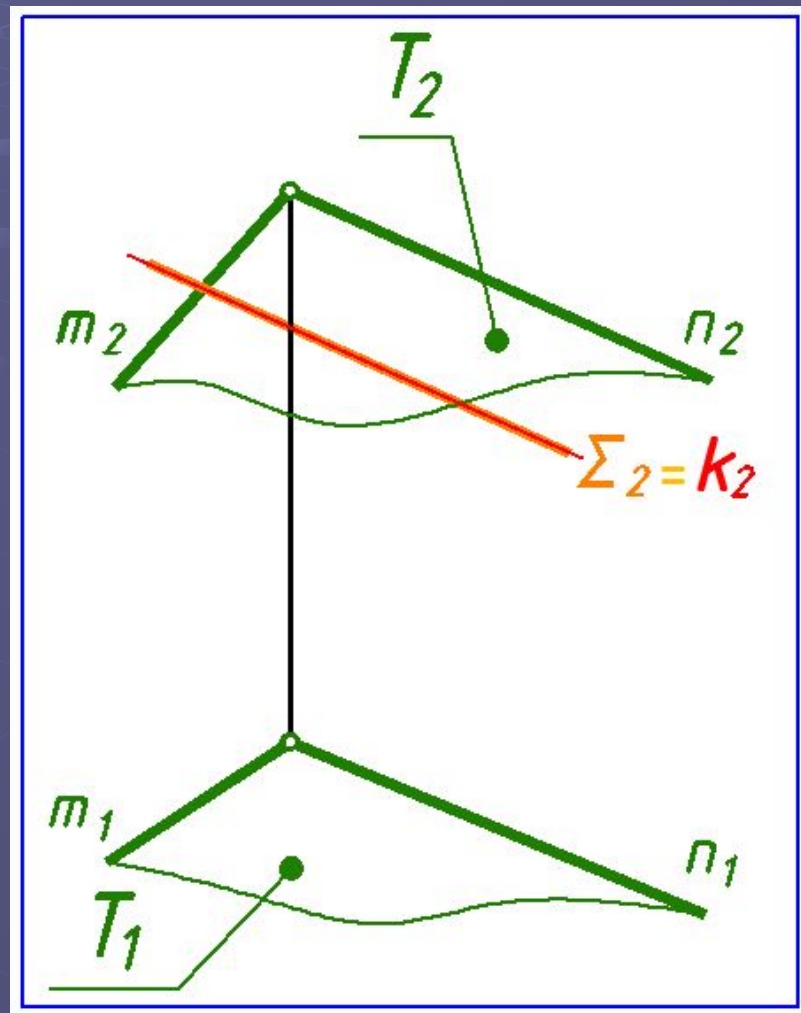
Построить **линию пересечения** плоскости
общего положения $T(m \cap n)$ с фронтально
проецирующей плоскостью Σ

Искомая **линия к**
пересечения двух
плоскостей Σ и T
является прямой,
одновременно
принадлежащей этим
плоскостям.



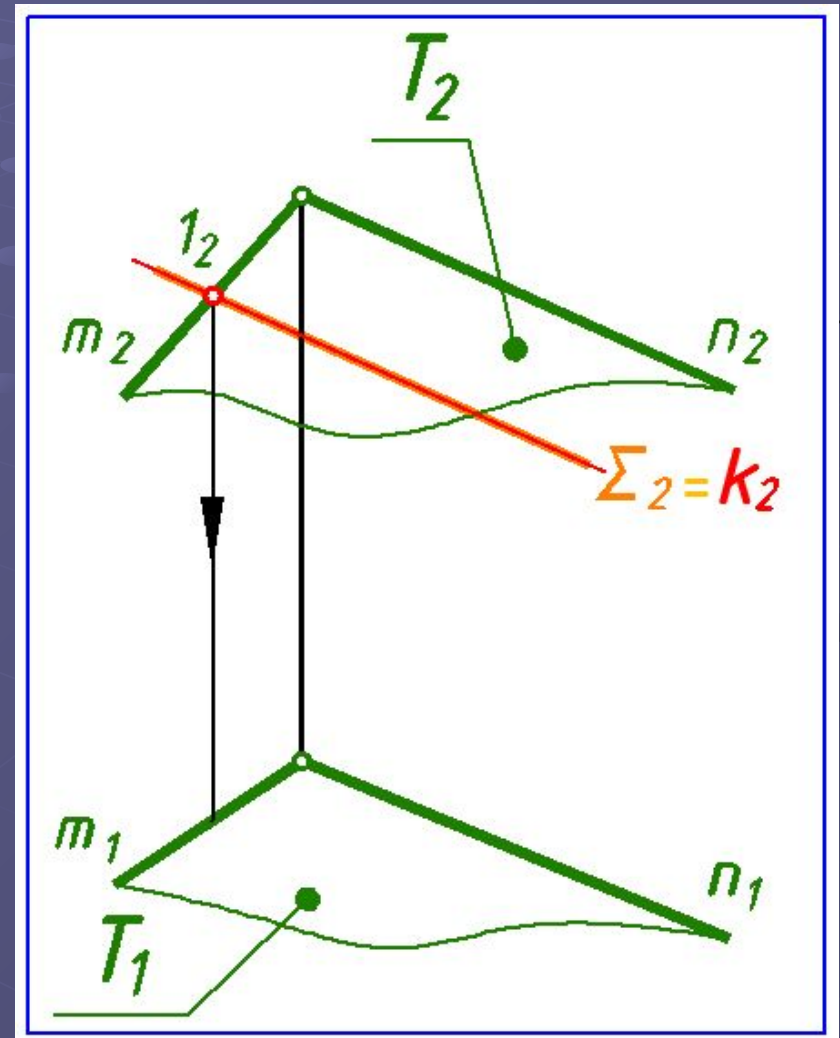
Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

Фронтальная проекция k_2 искомой линии k пересечения двух плоскостей Σ и T совпадает с фронтальной проекцией (Σ_2) проецирующей плоскости Σ .



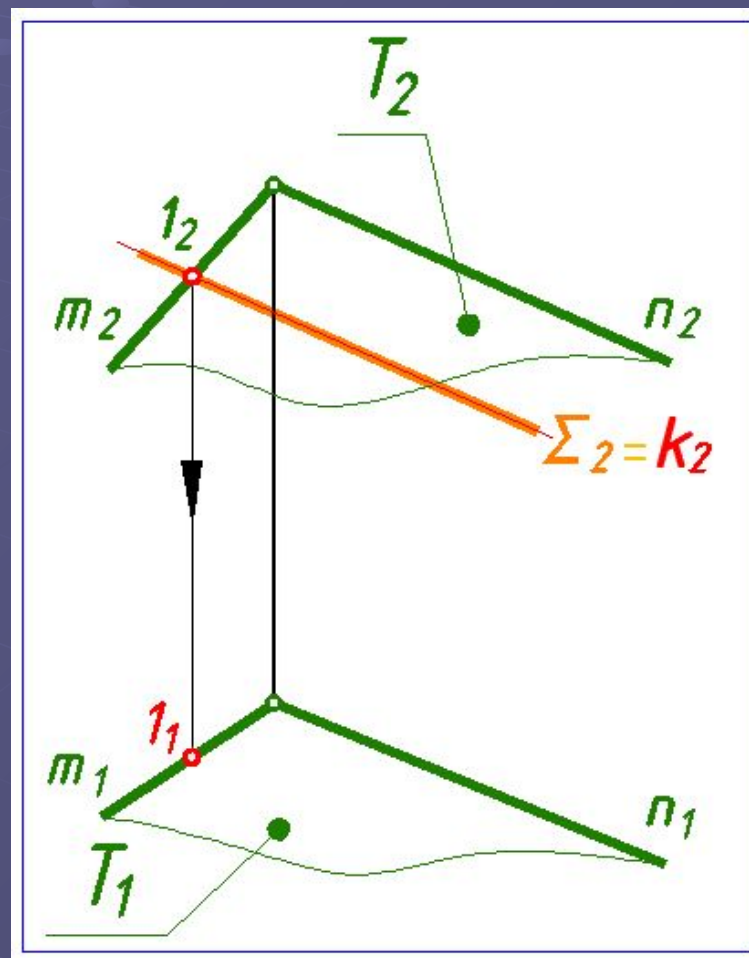
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

Искомая линия k
пересечения двух
плоскостей Σ и T
принадлежит плоскости T ,
так как имеет с ней общую
точку 1 и параллельна
прямой n , принадлежащей
плоскости T .



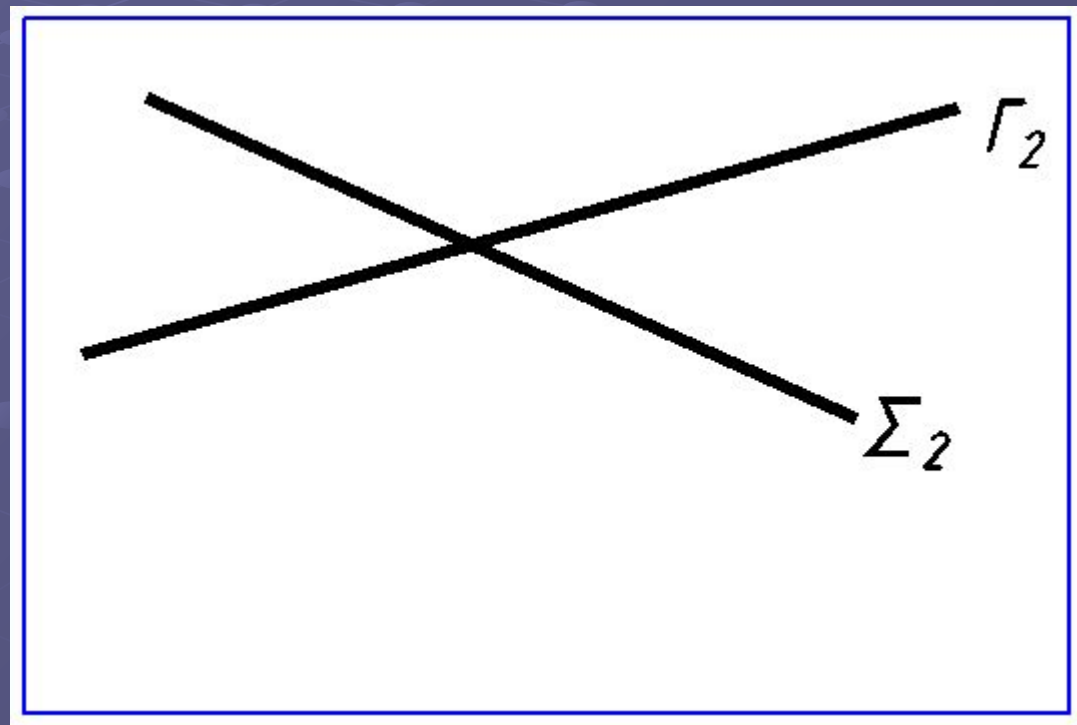
Построение **горизонтальной проекции**
линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с
плоскостью Σ

По **линии связи** по
принадлежности к прямой m
плоскости T ,
определим горизонтальную
проекцию (1_1) точки 1 .



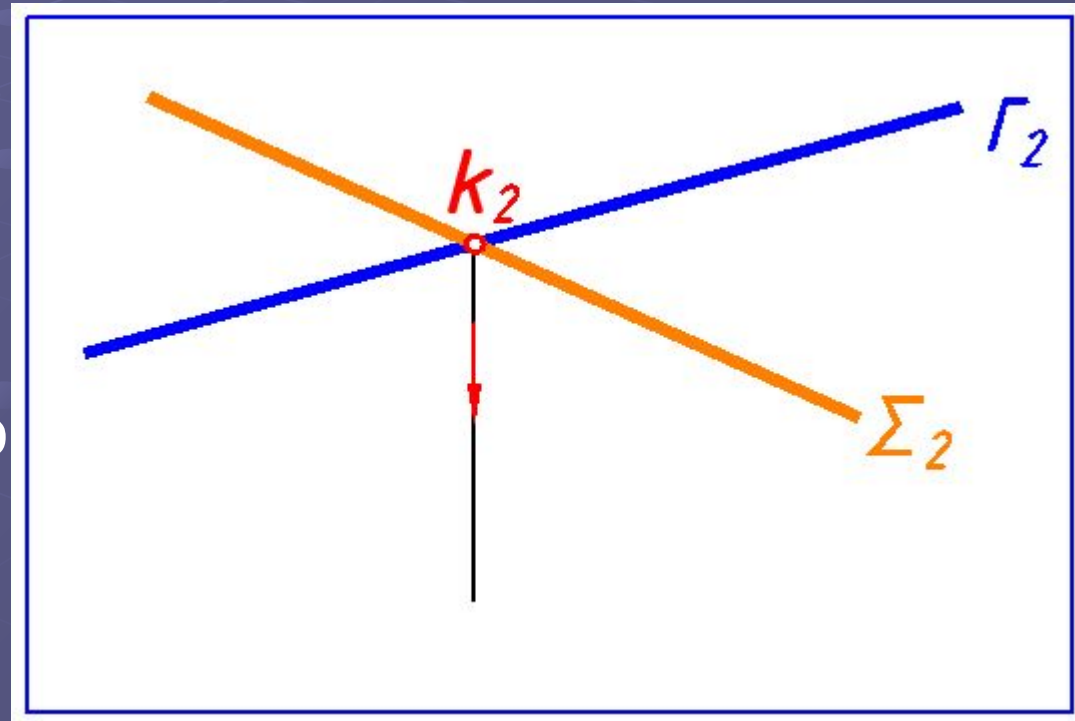
Построить линию k пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Γ .

Заданные плоскости пересекаются по линии k (k_2, k_1), одновременно принадлежащей плоскостям Σ и Γ .

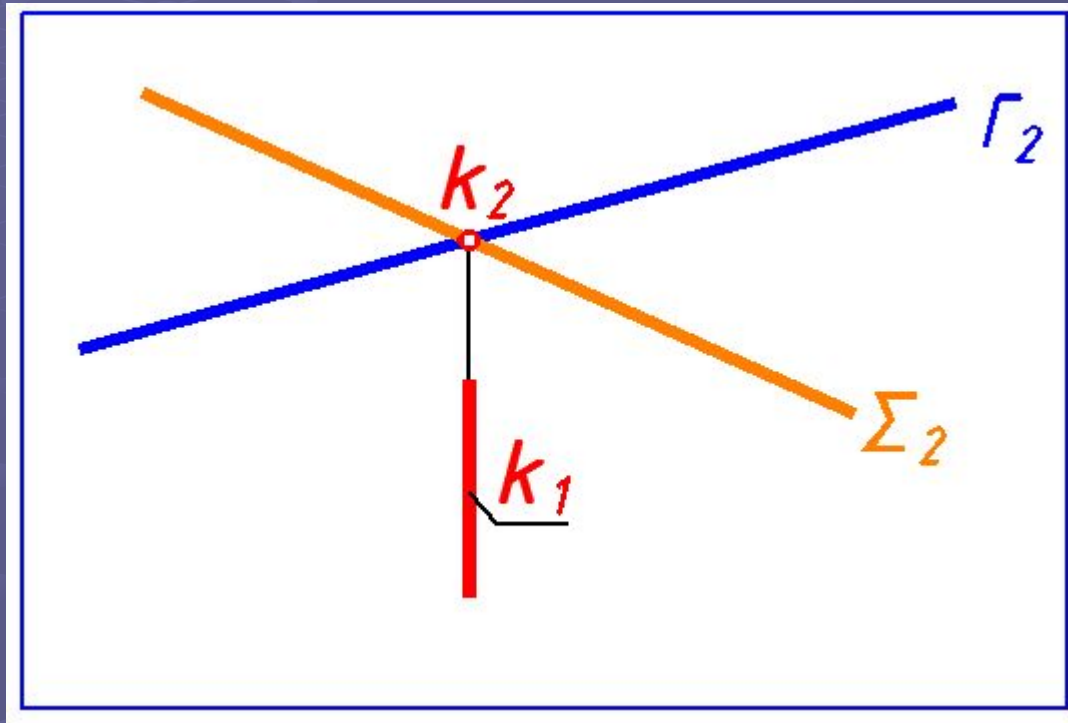


Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскостей Σ и Γ .

- Фиксируем фронтальную проекцию k_2 искомой линии k на пересечении фронтальных проекций Σ_2 и Γ_2 заданных плоскостей.
- Проведём вертикальную линию связи для построения горизонтальной проекции k_1 искомой линии пересечения.



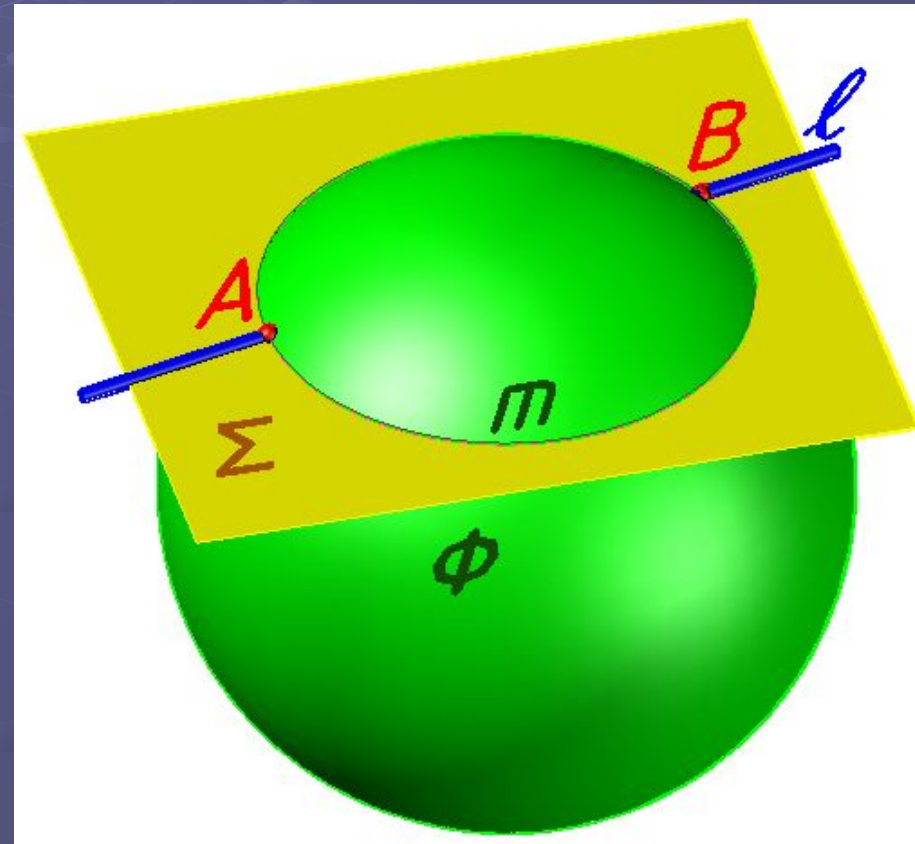
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскостей Σ и Γ .



Линия $k(k_2, k_1)$ пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Γ - фронтально проецирующая прямая. Её горизонтальная проекция k_1 по направлению совпадает с вертикальной линией связи.

Первая позиционная задача: определение точек пересечения линии и поверхности

- В зависимости от вида и взаимного расположения линии и поверхности, **точек** их пересечения может быть **одна** или **несколько**.
- Прямая линия с алгебраической поверхностью **n -го порядка** пересекается в **n точках**.
- В основу построения общих точек положен **способ вспомогательных поверхностей**.



Сущность способа вспомогательных поверхностей

Сущность способа состоит в том, что каждая из искомых точек (A , B) рассматривается как результат пересечения двух линий (l и m), принадлежащих вспомогательной поверхности (Σ).

Одна из них является заданной линией (l), а вторая - линией пересечения (m) вспомогательной (Σ) и заданной (Φ) поверхностей.

Схема решения задач на определение общих точек линии и поверхности

1. Через данную линию ℓ проводим вспомогательную поверхность Σ .

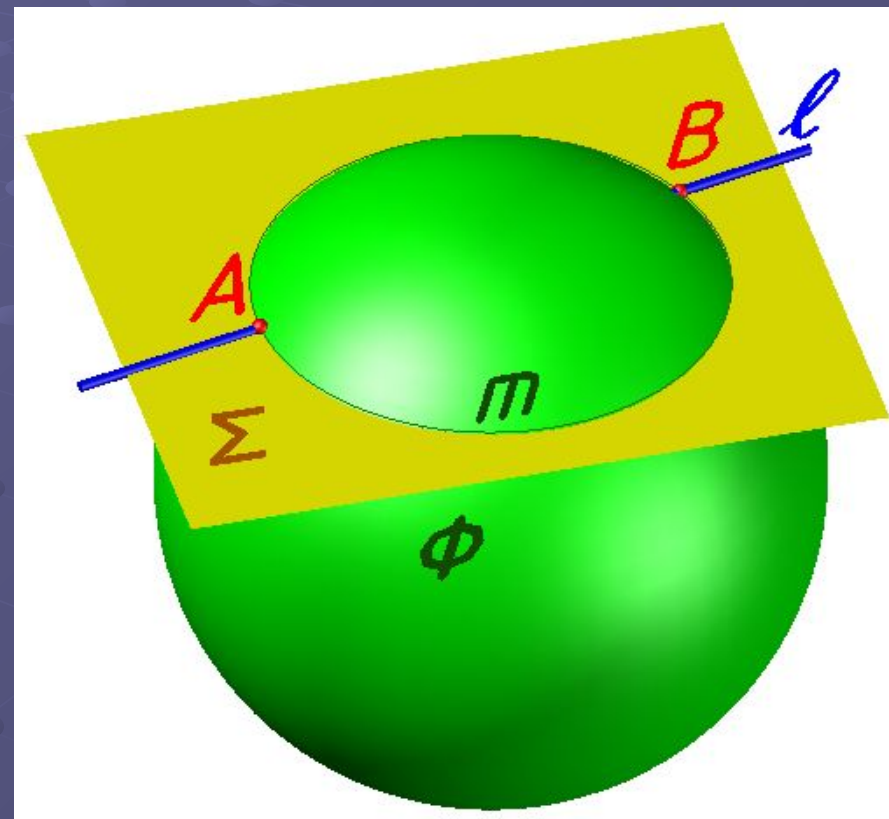
$$\Sigma \supset \ell$$

2. Определяем линию m пересечения вспомогательной Σ и заданной Φ поверхностей.

$$m = \Sigma \cap \Phi$$

3. Отмечаем точки A, B , пересечения линий ℓ и m , которые являются искомыми.

$$m \cap \ell = A, B$$



Алгоритм

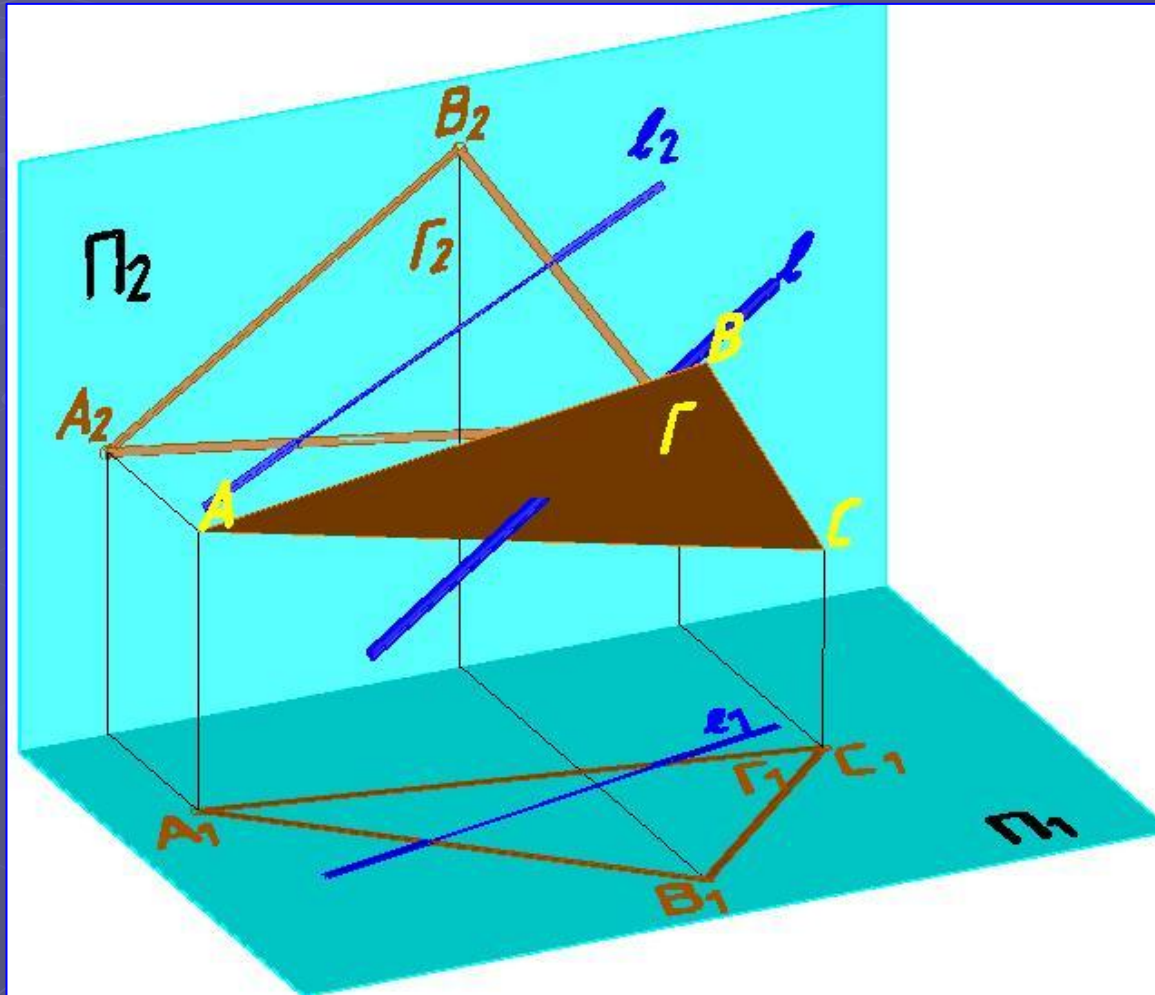
- Для конкретной задачи на основании общей схемы составляется алгоритм ее решения. **Алгоритмом называется совокупность однозначных последовательных операций, которые необходимо выполнить для решения данной задачи.**
- Схема преобразуется в алгоритм, если конкретизировать первый пункт, т. е. **точно указать вид и положение вспомогательной поверхности,** которая выбирается для определения точек пересечения заданных линии и поверхности.
- В качестве вспомогательных поверхностей наиболее часто применяют плоскости частного положения.

Первая позиционная задача

- определение точки пересечения линии
и плоскости

Задача

Построить точку K
пересечения прямой
 l плоскостью $\Gamma(ABC)$.
Определить
видимость проекций
прямой.
Записать алгоритм.



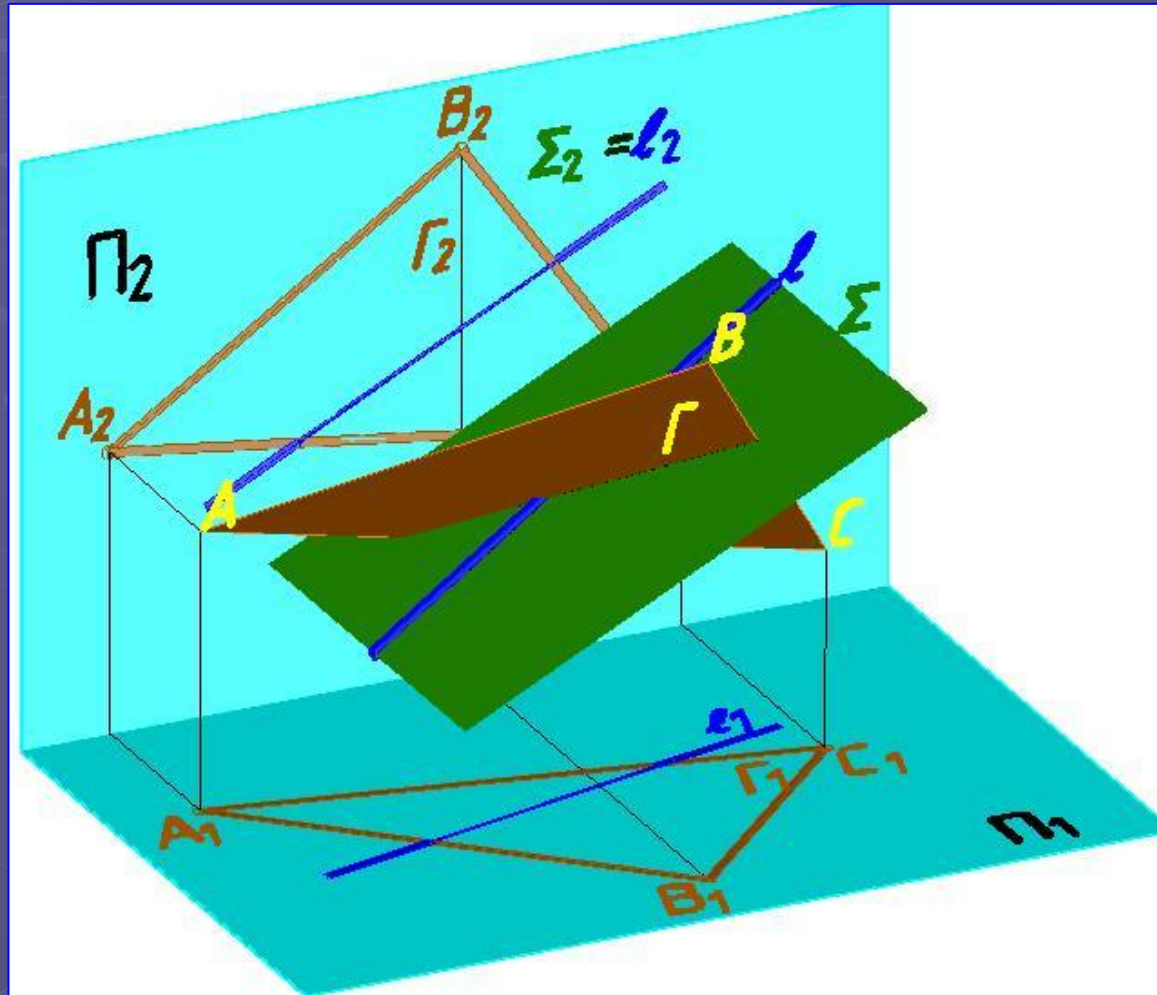
Первая позиционная задача

- определение точки пересечения линии
И плоскости

Алгоритм:

1. Через прямую l
проводим фронтально
проецирующую
плоскость Σ

$$l \subset \Sigma \perp \Pi_2$$



Первая позиционная задача

- определение точки пересечения линии
И плоскости

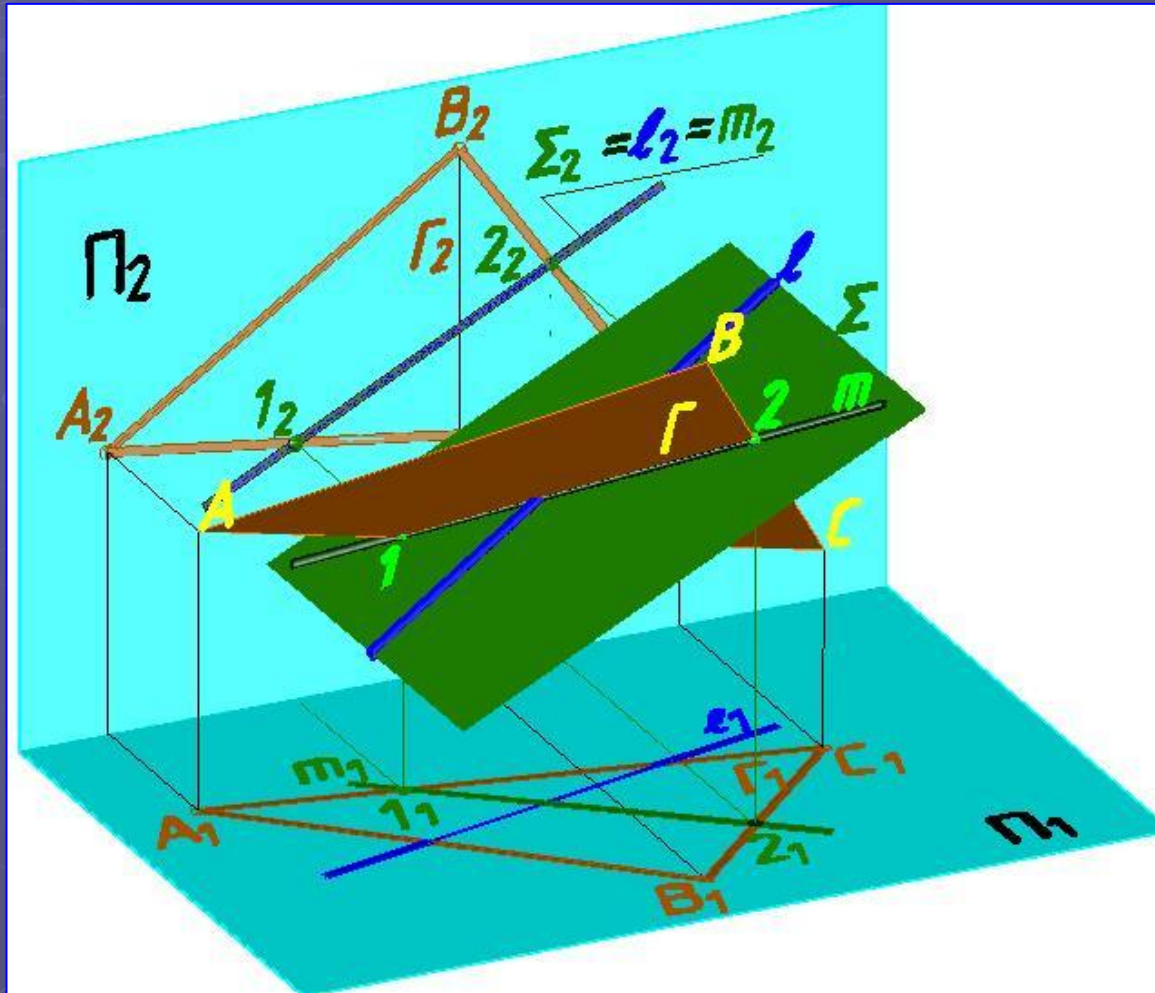
Алгоритм:

1. Через прямую l
проводим фронтально
проецирующую
плоскость Σ

$$l \subset \Sigma \perp \Pi_2$$

2. Определяем прямую
 $m(1,2)$ пересечения
плоскостей Γ и Σ ;

$$\Sigma \cap \Gamma = m(1,2)$$



Первая позиционная задача

- определение точки пересечения линии
и плоскости

Алгоритм:

1. Через прямую ℓ
проводим фронтально
проецирующую
плоскость Σ

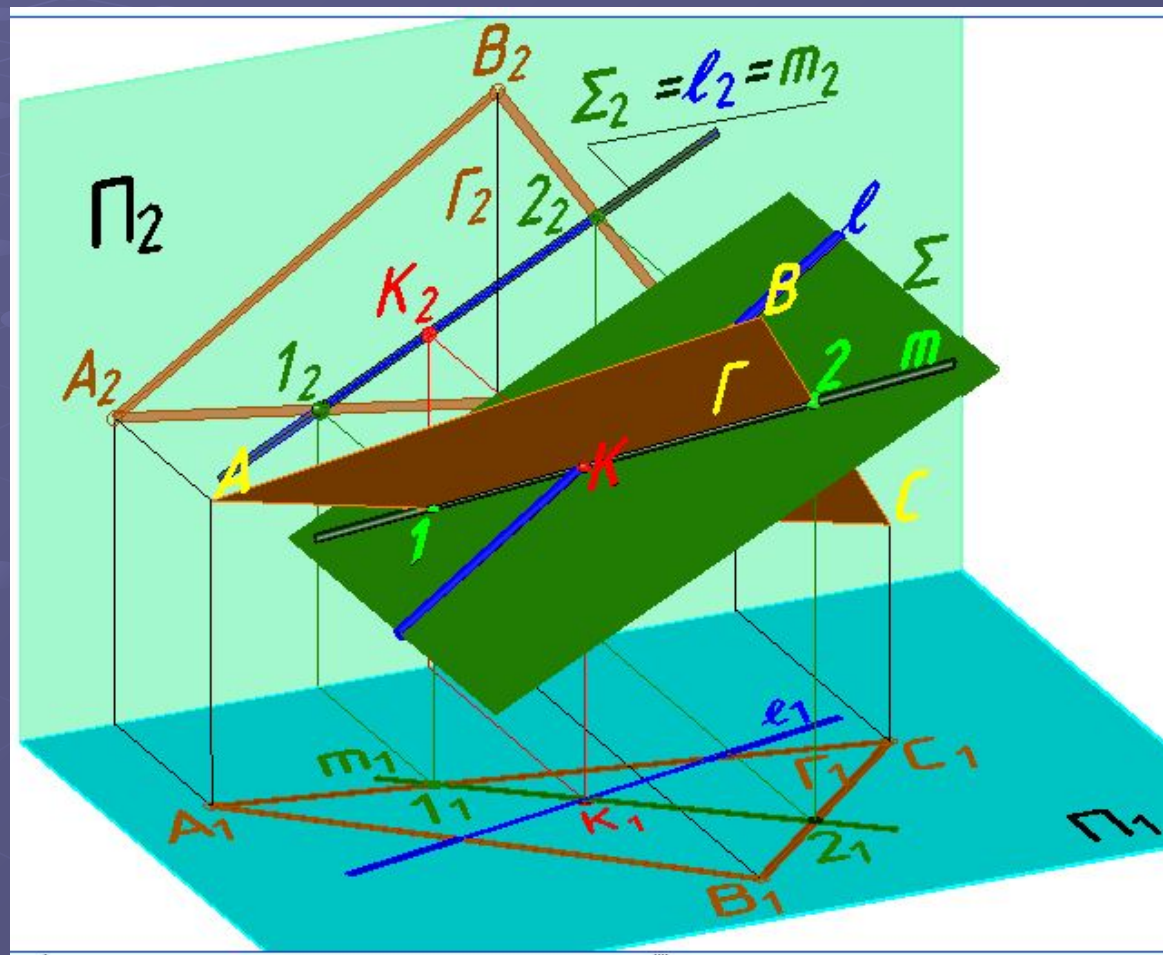
$$\ell \subset \Sigma \perp \Pi_2$$

2. Определяем прямую
 $m(1,2)$ пересечения
плоскостей Γ и Σ ;

$$\Sigma \cap \Gamma = m(1,2)$$

3. Отмечаем точку K
пересечения прямых
 $m(1,2)$ и ℓ , которая
является искомой

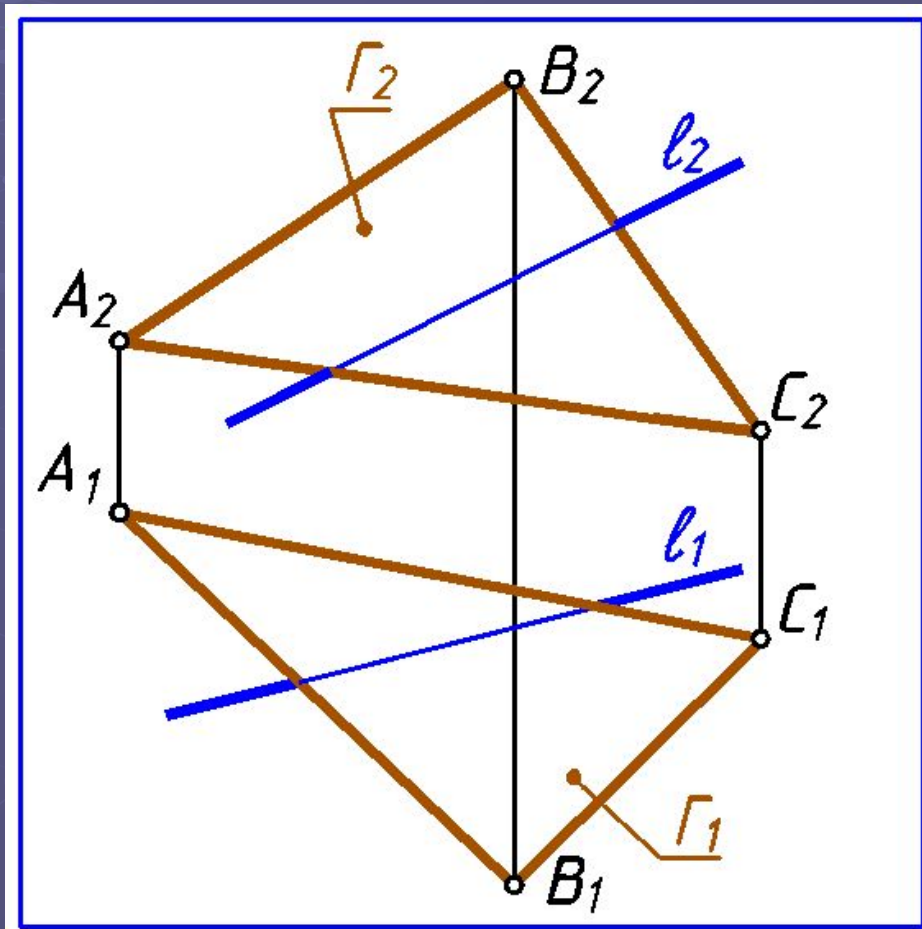
$$m(1,2) \cap \ell = K$$



Определение точки пересечения линии и плоскости

Задача

- Построить точку K пересечения прямой ℓ плоскостью $\Gamma(ABC)$.
- Определить видимость проекций прямой.
- Записать алгоритм.

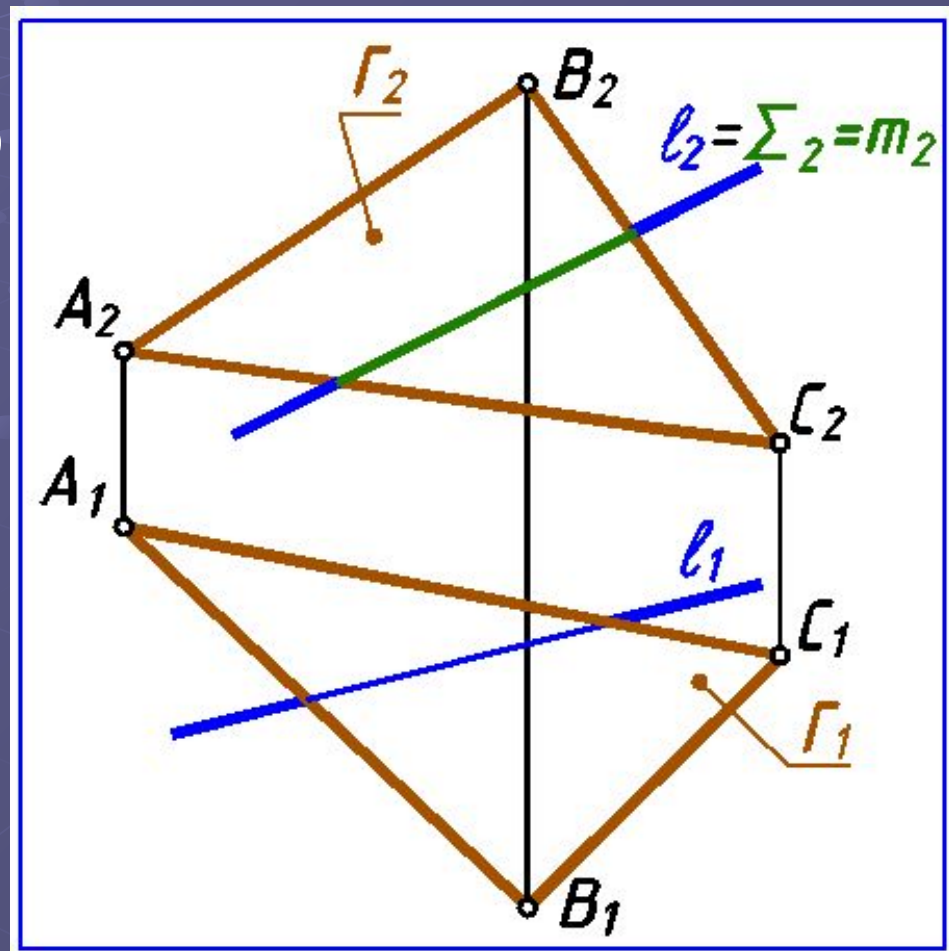


Введение вспомогательной проецирующей плоскости $\Sigma(\Sigma_2)$

Через прямую ℓ проводим
фронтально проецирующую
плоскость Σ

$$\ell \subset \Sigma \perp P_2$$

Проецирующая плоскость Σ
содержит проекцию m_2
линии пересечения с
плоскостью $\Gamma(\Gamma_2, \Gamma_1)$.

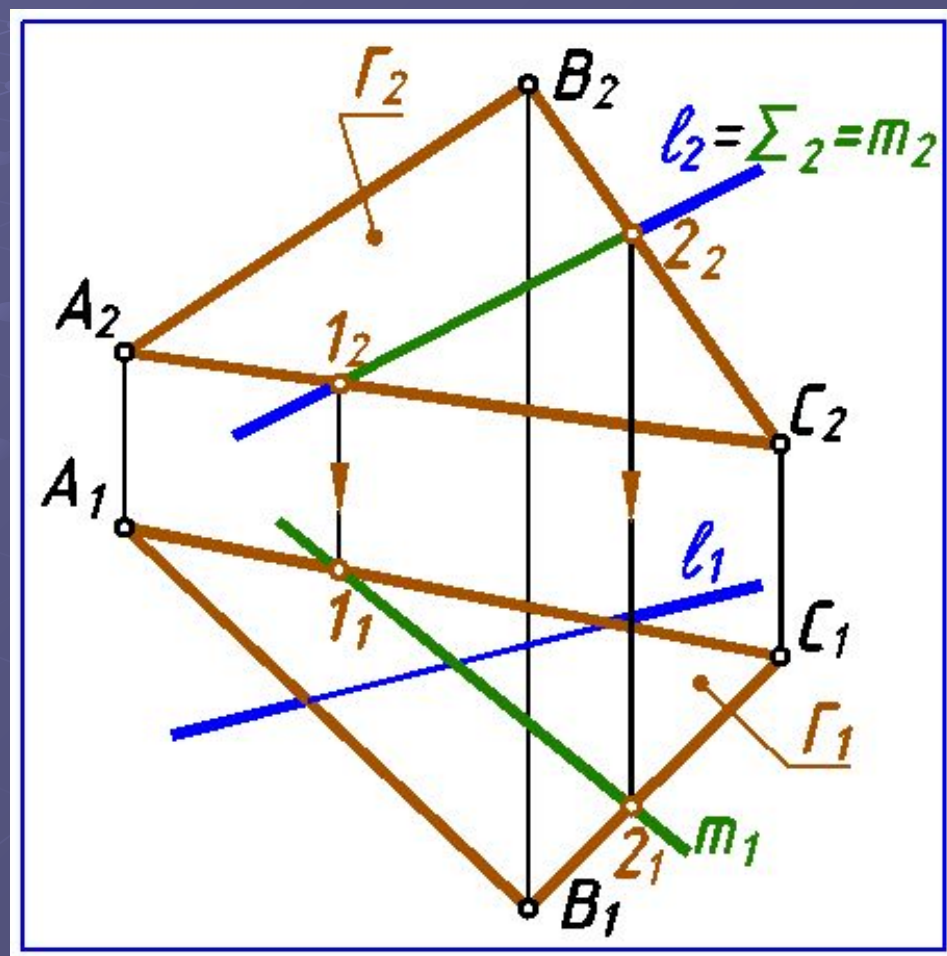


Построение горизонтальной проекции (m_1) линии пересечения плоскостей Σ и Γ

По линиям связи по принадлежности к $[AC]$ и $[BC]$ находим горизонтальные проекции 1_1 и 2_1 точек линии (m) пересечения плоскостей Σ и Γ .

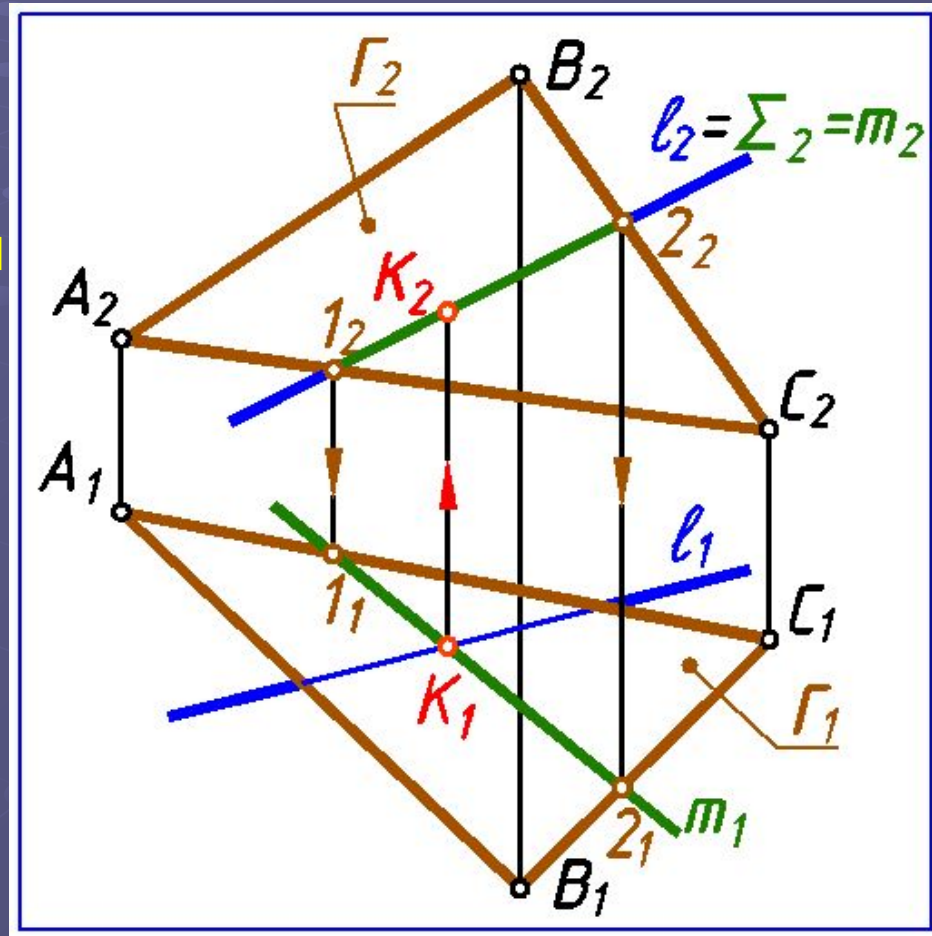
Через найденные точки проводим горизонтальную проекцию (m_1) линии m пересечения плоскостей Σ и Γ .

$$\Sigma \cap \Gamma = m(1,2)$$



Построение точки K пересечения прямой ℓ плоскостью $\Gamma(ABC)$.

Горизонтальную проекцию (K_1) точки K пересечения прямой ℓ плоскостью $\Gamma(ABC)$ фиксируем в пересечении горизонтальных проекций (m_1) и (ℓ_1) линий m и ℓ .
Фронтальную проекцию (K_2) точки K определим по линии связи по принадлежности прямой ℓ . ($K_2 \in \ell_2$)
 $K = m(1,2) \cap \ell$



Определение **видимости** проекций прямой линии ℓ

Считаем плоскость непрозрачной.
Плоскость **закрывает** часть линии,
находящуюся за ней.

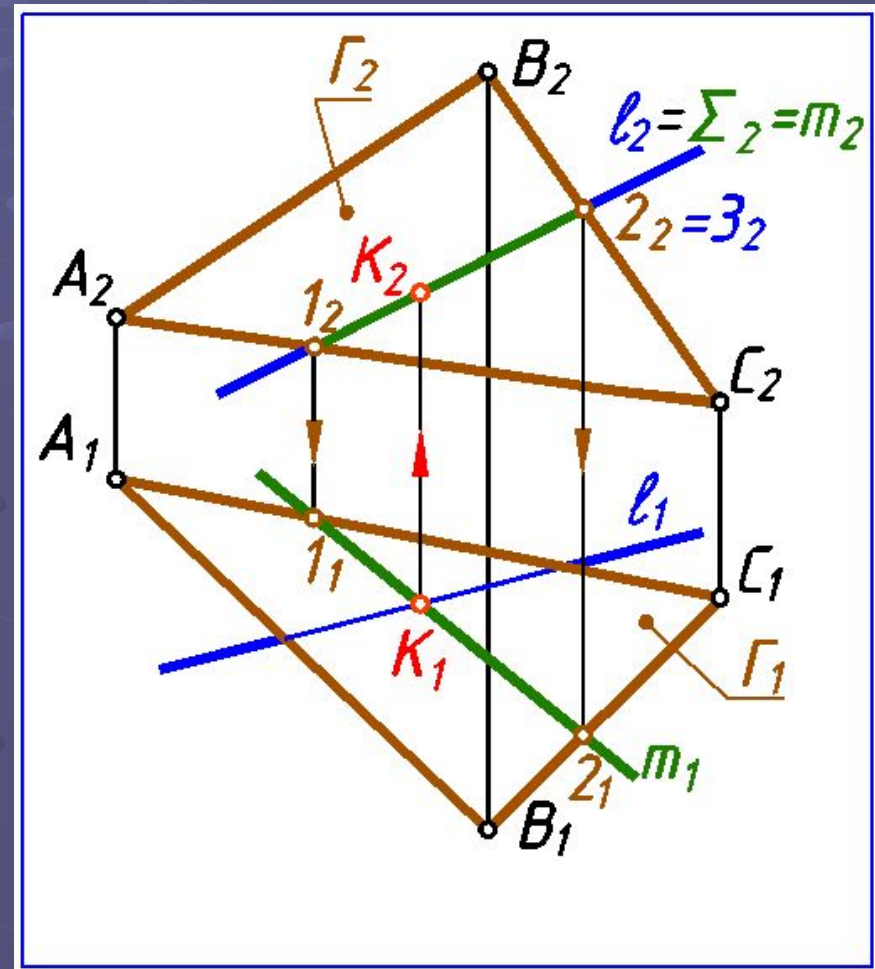
В точке пересечения **К** видимость
меняется на противоположную.

Видимость определяется **отдельно**
для каждой плоскости проекций.

Для определения видимости ℓ_2
прямой ℓ на Π_2 , выделяем
фронтально конкурирующие точки
2 и **3**.

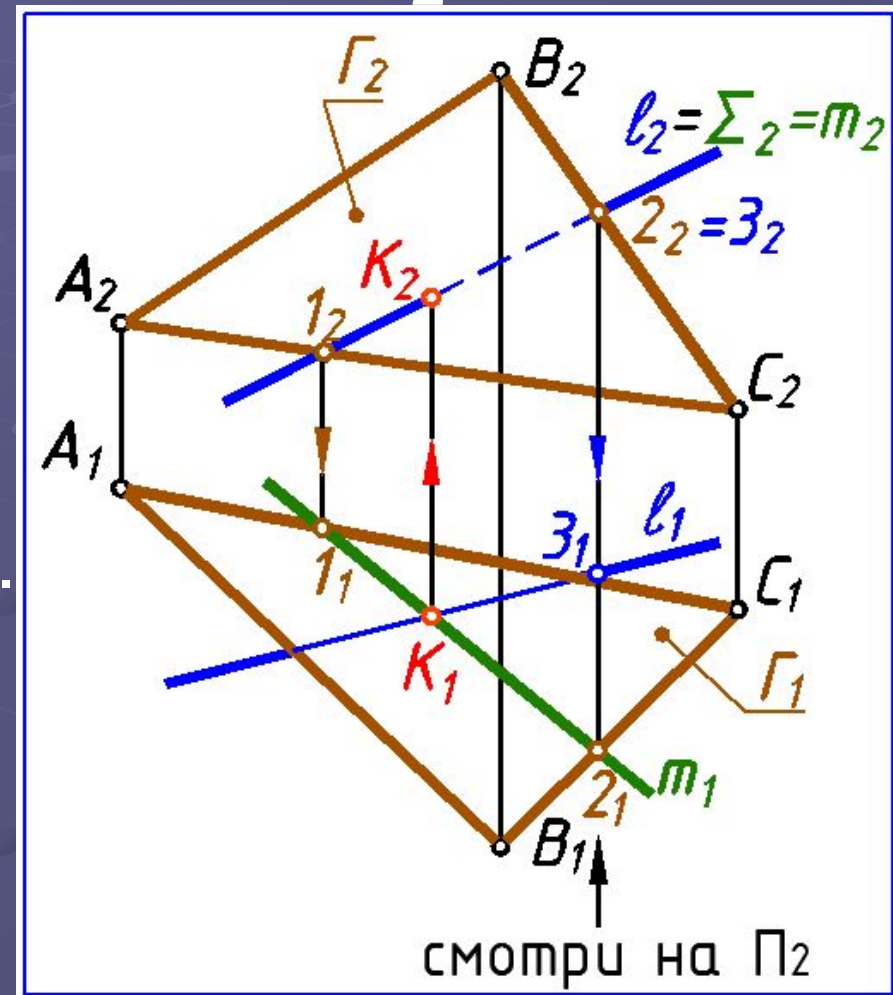
Точка **2** принадлежит плоскости Γ .

Точка **3** принадлежит прямой ℓ .



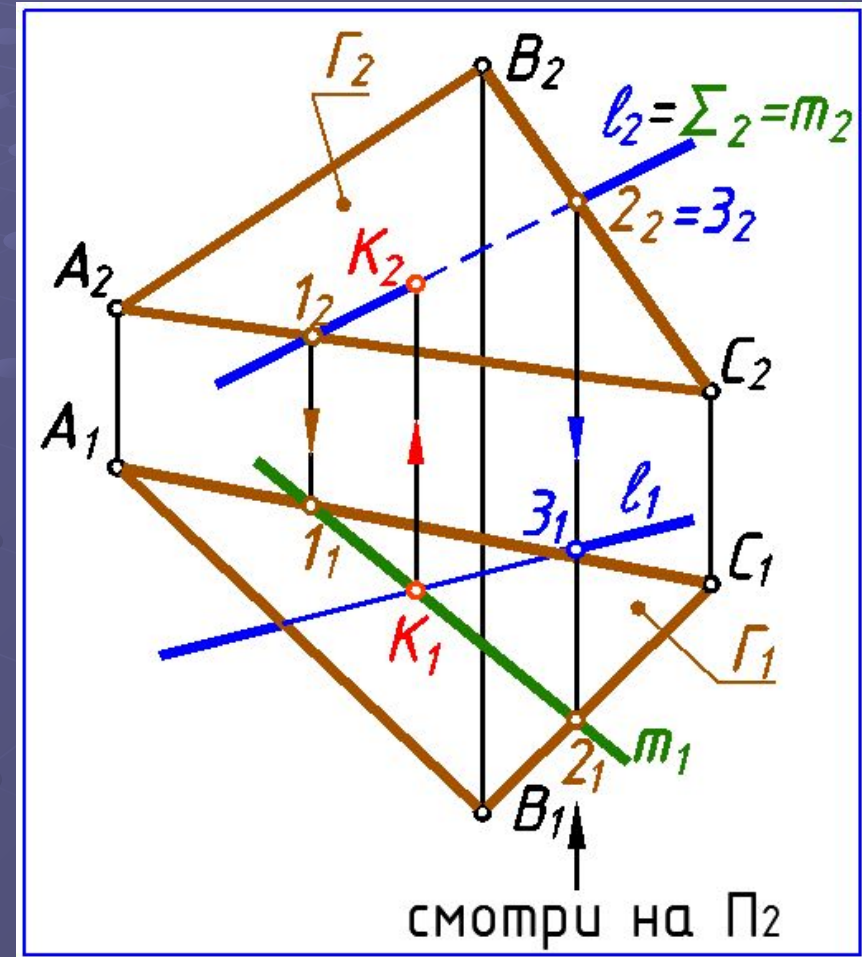
Определение **видимости** проекций прямой линии ℓ на Π_2

По линии связи по принадлежности ℓ_1 находим горизонтальную проекцию 3_1 фронтально конкурирующих точек 2 и 3 .



Определение **видимости** проекций прямой линии ℓ на Π_2

Точка **2**, принадлежащая $[BC]$ плоскости Γ , ближе к наблюдателю, чем точка **3** прямой ℓ . Следовательно, на Π_2 участок линии ℓ от точки **3** до точки пересечения **K** **невидимый** – вычерчиваем штриховой линией (штриховая - линия **невидимого контура**). После точки **K** линия ℓ видима – толстая (**основная**).



Определение **видимости** проекций прямой l на Π_1

Для определения
видимости горизонтальной
проекции (l_1) прямой l на
 Π_1 , **выделяем**
горизонтально
конкурирующие точки **4** и **5**.
Точка **4** принадлежит
плоскости Γ .
Точка **5** принадлежит
прямой l .

