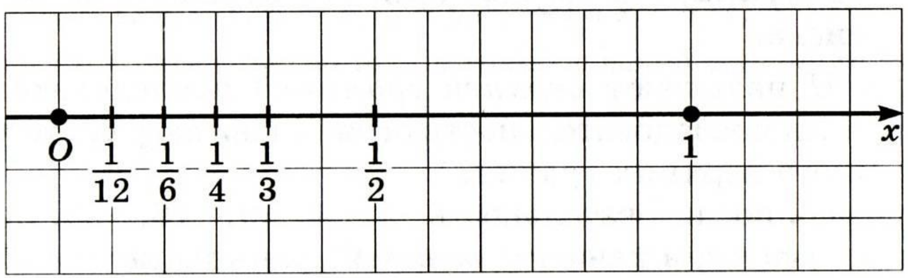
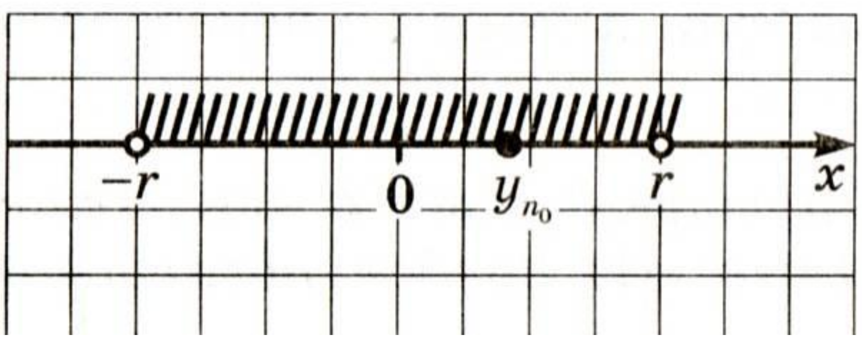
Предел последовательности

Работа учителя математики
Лицея №86
Даниловой С. Д

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$$



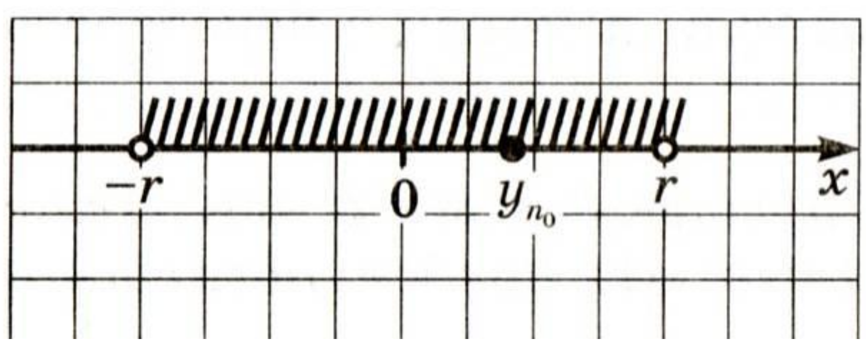
$$y_n=\frac{1}{n}$$



Все члены последовательности (y_n) как бы «сгущаются» около точки 0, то про такую последовательность говорят, что она сходится.

Определение

- Число b называют пределом последовательности (y_n) , если в любой заранее выбранной окрестности точки b содержатся все члены последовательности, начиная с некоторого номера.



Свойства сходящихся последовательностей

- 1.Если последовательность сходится, то только к одному пределу.
- 2.Если последовательность сходится, то она ограничена.
- 3.Если последовательность монотонна и ограничена, то она сходится.

Теоремы о пределах

- 1. $\lim\limits_{n\to\infty} q^n = 0, \text{если} \left|q\right| < 1$
- 2.Предел стационарной последовательности равен значению любого члена последовательности

$$\lim_{n\to\infty} C = C$$

Теоремы о пределах

- **Если** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = b, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = c$**, то**

1) предел суммы равен сумме пределов

$$\lim_{n\to\infty}(x_n + y_n) = b + c$$

2)предел произведения равен произведению пределов

$$\lim_{n\to\infty}(x_n y_n) = bc$$

3) предел частного равен частному пределов

$$\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = \frac{b}{c}$$

4)постоянный множитель можно вынести за знак предела

$$\lim_{n\to\infty}(kx_n) = kb$$

Пример 1

- Найти предел

$$x_n = \frac{1}{n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{n}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} = 0\cdot 0 = 0$$

Пример 2

- а) $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{5}{n^2}+\frac{7}{n}-2)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{7}{n}-\lim\limits_{n\to\infty}2=0+0-2=-2$

- б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2+6}{n^2-9}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{2n^2}{n^2}+\frac{6}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2}-\frac{9}{n^2}}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2+\frac{6}{n^2}}{1-\frac{9}{n^2}}=\frac{2}{1}=2$

Свойства пределов

- **Теорема1**. Если последовательность является частным двух многочленов одинаковой степени, то её предел при $n \to \infty$ равен частному коэффициентов при старших степенях.

  Теорема2. Если степень числителя меньше степени знаменателя, то предел последовательности при $n \to \infty$ равен 0

  Теорема3. Если степень числителя больше степени знаменателя, то предел последовательности при $n \to \infty$ равен бесконечности