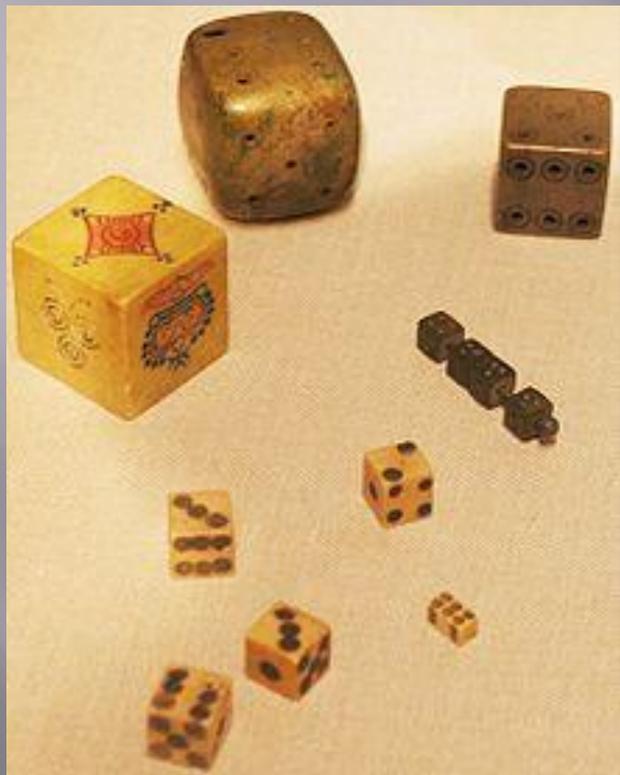


ИЗ ИСТОРИИ
ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТЕОРИИ
ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

Средневековая Европа и начало Нового времени



Первые задачи вероятностного характера возникли в различных азартных играх — костях, картах и др. Французский каноник XIII века Ришар де Фурниваль правильно подсчитал все возможные суммы очков после броска трёх костей и указал число способов, которыми может получиться каждая из этих сумм. Это число способов можно рассматривать как первую числовую меру ожидаемости события, аналогичную вероятности. До Фурниваля, а иногда и после него, эту меру часто подсчитывали неверно, считая, например, что суммы 3 и 4 очка равновероятны, так как оба могут получиться «только одним способом»: по результатам броска «три единицы» и «двойка с двумя единицами» соответственно. При этом не учитывалось, что три единицы в самом деле получаются только одним способом: $\sim 1+1+1$, а двойка с двумя единицами — тремя: $\sim 1+1+2; \backslash; 1+2+1; \backslash; 2+1+1$, так что эти события не

История возникновения теории вероятностей

Французский дворянин, некий господин де Мере, был азартным игроком в кости и страстно хотел разбогатеть. Он затратил много времени, чтобы открыть тайну игры в кости. Он выдумывал различные варианты игры, предполагая, что таким образом приобретет крупное состояние. Так, например, он предлагал бросать одну кость по очереди 4 раза и убеждал партнера, что по крайней мере один раз выпадет при этом шестерка. Если за 4 броска шестерка не выходила, то выигрывал противник.

В те времена еще не существовала отрасль математики, которую сегодня мы называем теорией вероятностей, а поэтому, чтобы убедиться, верны ли его предположения, господин Мере обратился к своему знакомому, известному математику и философу Б. Паскалю с просьбой, чтобы он изучил два знаменитых вопроса, первый из которых он попытался решить сам. Вопросы были такие :

Сколько раз надо бросать две игральные кости, чтобы случаев выпадения сразу двух шестерок было больше половины от общего числа бросаний?

Как справедливо разделить поставленные на кон двумя игроками деньги, если они по каким-то причинам прекратили игру преждевременно?

Паскаль не только сам заинтересовался этим, но и написал письмо известному математику П. Ферма, чем спровоцировал его заняться общими законами игры в кости и вероятностью выигрыша.

Таким образом, азарт и жажда разбогатеть дали толчок возникновению новой чрезвычайно существенной математической дисциплины: теории вероятностей. В разработке ее основ принимали участие математики такого масштаба, как Паскаль и Ферма, Гюйгенс (1629—1695), который написал трактата «О расчетах при азартных играх», Яков Бернулли (1654—1705), Муавр (1667—1754), Лаплас (1749— 1827), Гаусс (1777—1855) и Пуассон (1781—1840). В наше время теория вероятности используется почти во всех отраслях знаний: в статистике, синоптике (прогноз погоды), биологии, экономике, технологии, строительстве и т. д.



В обширной математической энциклопедии «Сумма арифметики, геометрии, отношений и пропорций» итальянца Луки Пачоли (1494) содержатся оригинальные задачи на тему: как разделить ставку между двумя игроками, если серия игр прервана досрочно. Пример подобной задачи: игра идёт до 60 очков, победитель получает всю ставку в 22 дуката, в ходе игры первый игрок набрал 50 очков, второй — 30, и тут игру пришлось прекратить; требуется справедливо разделить исходную ставку. Решение зависит от того, что понимать под «справедливым» разделом; сам Пачоли предложил делить пропорционально набранным очкам ($55/4$ и $33/4$ дуката); позднее его решение было признано ошибочным.

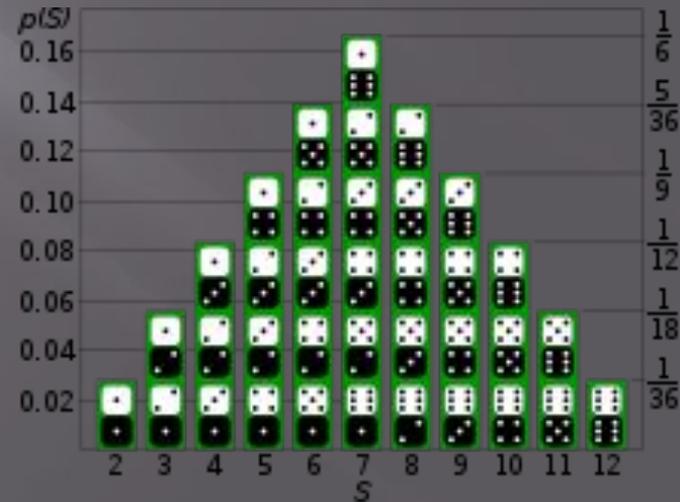
Распределение суммы очков после бросания двух костей

Крупный алгебраист XVI века Джероламо Кардано посвятил анализу игры содержательную монографию «Книга об игре в кости» (1526 год, опубликована посмертно). Кардано провёл полный и безошибочный комбинаторный анализ для значений суммы очков и указал для разных событий ожидаемое значение доли «благоприятных» событий: например, при бросании трёх костей доля случаев, когда значения всех 3 костей совпадают, равна $6/216$ или $1/36$. Кардано сделал проницательное замечание: реальное количество исследуемых событий может при небольшом числе игр сильно отличаться от теоретического, но чем больше игр в серии, тем доля этого различия меньше. По существу, Кардано близко подошёл к понятию вероятности:

Итак, имеется одно общее правило для расчёта: необходимо учесть общее число возможных выпадений и число способов, которыми могут появиться данные выпадения, а затем найти отношение последнего числа к числу оставшихся возможных выпадений.

Другой итальянский алгебраист, Никколо Тарталья, раскритиковал подход Пачоли к решению задачи о разделе ставки: ведь если один из игроков ещё не успел набрать ни одного очка, то алгоритм Пачоли отдаёт всю ставку его сопернику, но это трудно назвать справедливым, поскольку некоторые шансы на выигрыш у отстающего всё же имеются. Кардано и Тарталья предложили свои (различные) способы раздела, но впоследствии и эти способы были признаны неудачными.

Исследованием данной темы занимался и Галилео Галилей, написавший трактат «О выходе очков при игре в кости» (1718 год, опубликован посмертно). Изложение теории игры у Галилея отличается исчерпывающей полнотой и ясностью. В своей главной книге «Диалог о двух главнейших системах мира, птоломеевой и коперниковой» Галилей также указал на возможность оценки погрешности астрономических и иных измерений, причём заявил, что малые ошибки измерения вероятнее, чем большие, отклонения в обе стороны равновероятны, а средний результат должен быть близок к истинному значению измеряемой величины. Эти качественные рассуждения стали первым в истории предсказанием нормального распределения ошибок.



XVII век: Паскаль, Ферма, Гюйгенс

В XVII веке начало формироваться отчётливое представление о проблематике теории вероятностей и появились первые математические (комбинаторные) методы решения вероятностных задач. Основателями математической теории вероятностей стали Блез Паскаль и Пьер Ферма.

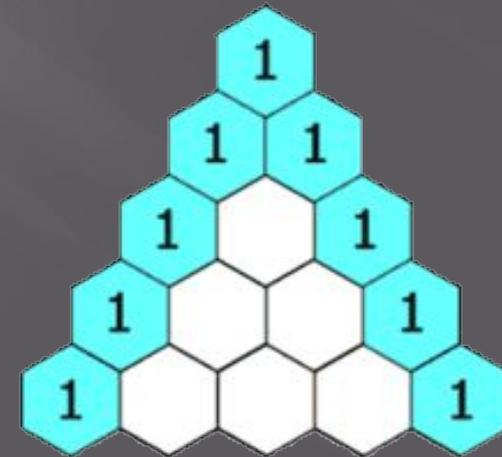
Перед этим математик-любитель шевалье де Мере обратился к Паскалю по поводу так называемой «задачи об очках»: сколько раз нужно бросать две кости, чтобы ставить на одновременное выпадение хотя бы раз двух шестёрок было выгодно? Паскаль и Ферма вступили в переписку друг с другом по поводу данной задачи и родственных вопросов (1654). В рамках этой переписки учёные обсудили ряд проблем, связанных с вероятностными расчётами; в частности, рассматривалась старая задача о разделе ставки, и оба учёных пришли к решению, что надо разделить ставку соответственно остающимся шансам на выигрыш. Паскаль указал де Мере на ошибку, допущенную им при решении «задачи об очках»: в то время как де Мере неверно определил равновероятные события, получив ответ: 24 броска, Паскаль дал правильный ответ: 25 бросков.

Паскаль в своих трудах далеко продвинул применение комбинаторных методов, которые систематизировал в своей книге «Трактат об арифметическом треугольнике» (1665). Опираясь на вероятностный подход, Паскаль даже доказывал (в посмертно опубликованных заметках), что быть верующим выгоднее, чем атеистом.

Гюйгенс, вначале использовал термин «стоимость», а термин «ожидание» появился впервые при переводе трактата Гюйгенса Ван Схоутеном на латинский язык и стал общепринятым в науке.

В книге большое число задач, некоторые с решениями, другие «для самостоятельного решения». Из последних особый интерес и оживлённое обсуждение вызвала «задача о разорении игрока». В несколько обобщённом виде она формулируется так: у игроков А и В есть a и b монет соответственно, в каждой игре выигрывается одна монета, вероятность выигрыша А в каждой игре равна p , требуется найти вероятность полного его разорения. Полное общее решение «задачи о разорении» дал Абрахам де Муавр полвека спустя (1711). В наши дни вероятностная схема «задачи о разорении» используется при решении многих задач типа «случайное блуждание».

Гюйгенс проанализировал и задачу о разделе ставки, дав её окончательное решение: ставку надо разделить пропорционально вероятностям выигрыша при продолжении игры. Он также впервые применил вероятностные методы к демографической статистике и показал, как рассчитать среднюю продолжительность жизни.



Гюйгенс проанализировал и задачу о разделе ставки, дав её окончательное решение: ставку надо разделить пропорционально вероятностям выигрыша при продолжении игры. Он также впервые применил вероятностные методы к демографической статистике и показал, как рассчитать среднюю продолжительность жизни.

К этому же периоду относятся публикации английских статистиков Джона Граунта (1662) и Уильяма Петти (1676, 1683). Обработав данные более чем за столетие, они показали, что многие демографические характеристики лондонского населения, несмотря на случайные колебания, имеют достаточно устойчивый характер — например, соотношение числа новорождённых мальчиков и девочек редко отклоняется от пропорции 14 к 13, невелики колебания



т конкретных случайных причин. Эти данные Граунт также впервые составил таблицы смертности — шественность к восприятию новых идей. таблицы вероятности смерти как функции возраста.

Вопросами теории вероятностей и её применения к демографической статистике занялись также Иоганн Худде и Ян де Витт в Нидерландах, которые в 1671 году также составили таблицы смертности и использовали их для вычисления размеров пожизненной ренты. Более подробно данный круг вопросов был изложен в 1693 году Эдмундом Галлеем

XIX век.

Общие тенденции и критика.

В XIX веке число работ по теории вероятностей продолжало расти, были даже компрометирующие науку попытки распространить её методы далеко за разумные пределы — например, на область морали, психологии, правоприменения и даже богословия. В частности, валлийский философ Ричард Прайс, а следом за ним и Лаплас, считали возможным рассчитать по формулам Байеса вероятность предстоящего восхода Солнца, Пуассон пытался провести вероятностный анализ справедливости судебных приговоров и достоверности показаний свидетелей. Философ Дж. С. Милль в 1843 году, указав на подобные спекулятивные применения, назвал исчисление вероятностей «позором математики». Эта и другие оценки свидетельствовали о недостаточной строгости обоснования теории вероятностей.

Математический аппарат теории вероятностей тем временем продолжал совершенствоваться. Основной сферой её применения в тот период была математическая обработка результатов наблюдений, содержащих случайные погрешности, а также расчёты рисков в страховом деле и других статистических параметров. Среди главных прикладных задач теории вероятностей и математической статистики XIX века можно назвать следующие:

найти вероятность того, что сумма независимых случайных величин с одинаковым (известным) законом распределения находится в заданных пределах. Особую важность эта проблема представляла для теории ошибок измерения, в первую очередь для оценки погрешности наблюдений;

установление статистической значимости различия случайных значений или серий таких значений. Пример: сравнение результатов применения нового и старого видов лекарств для принятия решения о том, действительно ли новое лекарство лучше;

исследование влияния заданного фактора на случайную величину (факторный анализ).

Уже к середине XIX века формируется вероятностная теория артиллерийской стрельбы. В большинстве крупных стран Европы были созданы национальные статистические организации. В конце века область применения вероятностных методов начала успешно распространяться на физику, биологию, экономику, социологию.

Применение теории вероятности в XIX-XX веках.

В 19 и 20 столетиях теория вероятностей проникает сначала в науку (астрономию, физику, биологию), потом в практику (сельское хозяйство, промышленность, медицину), и наконец, после изобретения компьютеров, в повседневную жизнь любого человека, пользующегося современными средствами получения и передачи информации. Проследим применение в различных областях.

1. Астрономия.

Именно для использования в астрономии был разработан знаменитый “метод наименьших квадратов” (Лежандр 1805, Гаусс 1815). Главной задачей, для решения которой он был первоначально использован, стал расчет орбит комет, который приходилось производить по малому числу наблюдений. Ясно, что надежное определение типа орбиты (эллипс или гипербола) и точный расчет ее параметров оказывается трудным, так как орбита наблюдается лишь на небольшом участке. Метод оказался эффективным, универсальным, и вызвал бурные споры о приоритете. Его стали использовать в геодезии и картографии. Сейчас, когда искусство ручных расчетов утрачено, трудно представить, что при составлении карт мирового океана в 1880-х годах в Англии методом наименьших квадратов была численно решена система, состоящая из примерно 6000 уравнений с несколькими сотнями неизвестных.

2. Физика.

Во второй половине 19 века была в работах Максвелла, Больцмана и Гиббса была развита статистическая механика, которая описывала состояние разряженных систем, содержащих огромное число частиц (порядка числа Авогадро). Если раньше понятие распределения случайной величины было преимущественно связано с распределением ошибок измерения, то теперь распределенными оказались самые разные величины – скорости, энергии, длины свободного пробега.

3. Биометрия.

В 1870-1900 годах бельгиец Кетле и англичане Френсис Гальтон и Карл Пирсон основали новое научное направление – биометрию, в которой впервые стала систематически и количественно изучаться неопределенная изменчивость живых организмов и наследование количественных признаков. В научный оборот были введены новые понятия – регрессии и корреляции.

Итак, вплоть до начала 20 века основные приложения теории вероятности были связаны с научными исследованиями. Внедрение в практику – сельское хозяйство, промышленность, медицину произошло в 20 веке.

4. Сельское хозяйство.

В начале 20 века в Англии была поставлена задача количественного сравнения эффективности различных методов ведения сельского хозяйства. Для решения этой задачи была развита теория планирования экспериментов, дисперсионный анализ. Основная заслуга в развитии этого уже чисто практического использования статистики принадлежит сэру Рональду Фишеру, астроному по образованию, а в дальнейшем фермеру, статистику, генетику, президенту английского Королевского общества. Современная математическая статистика, пригодная для широкого применения в практике, была развита в Англии (Карл Пирсон, Стьюдент, Фишер). Стьюдент впервые решил задачу оценки неизвестного параметра распределения без использования байесовского подхода.

5. Промышленность.

Введение методов статистического контроля на производстве (контрольные карты Шухарта). Сокращение необходимого количества испытаний качества продукции. Математические методы оказываются уже настолько важными, что их стали засекречивать. Так книга с описанием новой методики, позволявшей сократить количество испытаний (“Последовательный анализ” Вальда), была издана только после окончания второй мировой войны в 1947 году.

6. Медицина.

Широкое применение статистических методов в медицине началось сравнительно недавно (вторая половина 20 века). Развитие эффективных методов лечения (антибиотики, инсулин, эффективная анестезия, искусственное кровообращение) потребовало достоверных методов оценки их эффективности. Возникло новое понятие “Доказательная медицина”. Начал развиваться более формальный, количественный подход к терапии многих заболеваний – введение протоколов, guidelines.

С середины 1980-х годов возник новый и важнейший фактор, революционизировавший все приложения теории вероятностей – возможность широкого использования быстрых и доступных компьютеров. Почувствовать всю громадность произошедшего переворота можно, если учесть, что один современный персональный компьютер превосходит по быстродействию и памяти все компьютеры СССР и США, имевшиеся к 1968 году, времени, когда уже были осуществлены проекты, связанные со строительством атомных электростанций, полетами на Луну, созданием термоядерной бомбы. Сейчас методом прямого экспериментирования можно получать результаты, которые ранее были недоступны – *thinkingofunthinkable*.

7. Биоинформатика.

Начиная с 1980-х годов количество известных последовательностей белков и нуклеиновых кислот стремительно возрастает. Объем накопленной информации таков, что только компьютерный анализ этих данных может решать задачи по извлечению информации.

8. Экономика и банковское дело.

Широкое применение имеет теория риска. Теория риска есть теория принятия решений в условиях вероятностной неопределенности. С математической точки зрения она является разделом теории вероятностей, а приложения теории риска практически безграничны. Наиболее продвинута финансовая область приложений: банковское дело и страхование, управление рыночными и кредитными рисками, инвестициями, бизнес-рисками, телекоммуникациям. Развиваются и нефинансовые приложения, связанные с угрозами здоровью, окружающей среде, рисками аварий и экологических катастроф, и другими направлениями.

Спасибо за внимание!

Презентацию
подготовили
Ученицы 8 «а» класса
Средней школы №407
Шалапанова Дарья
и Восютинская Ксения