
Эволюционные поверхности



ГОУ ВПО ИНАКА

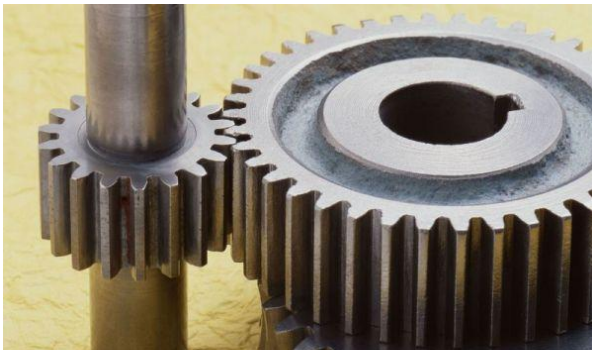
Курс лекций по дисциплине:

«Основы теории режущих инструментов»

Эвольвентные поверхности в деталях машин

Цилиндрические зубчатые колеса

Прямозубые – Эвольвентная
цилиндрическая поверхность

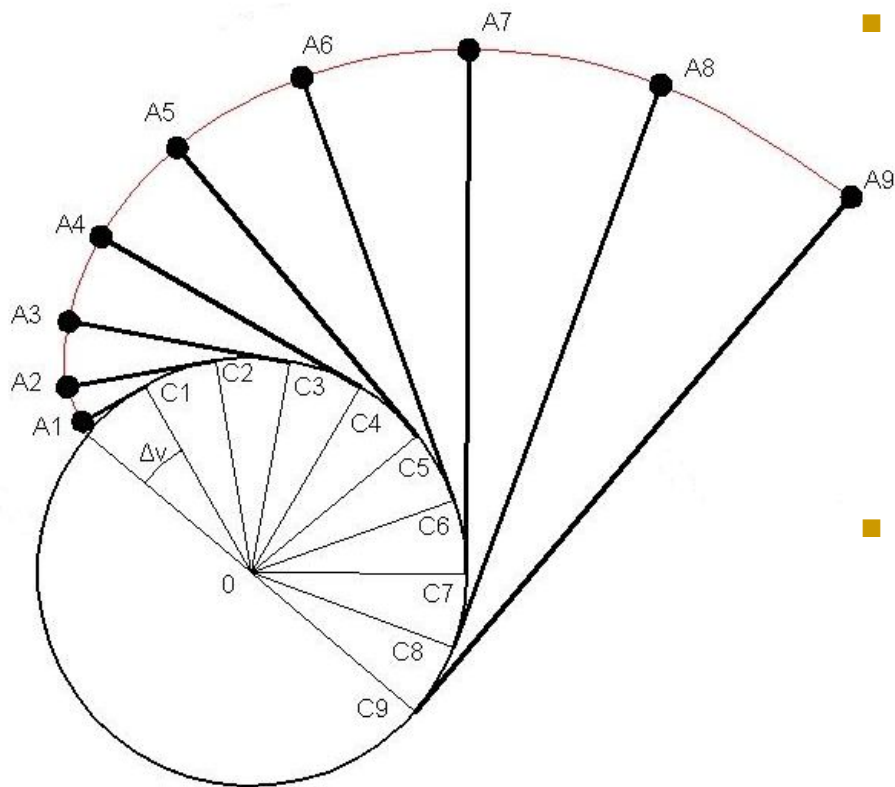


Косозубые – Эвольвентная
винтовая поверхность



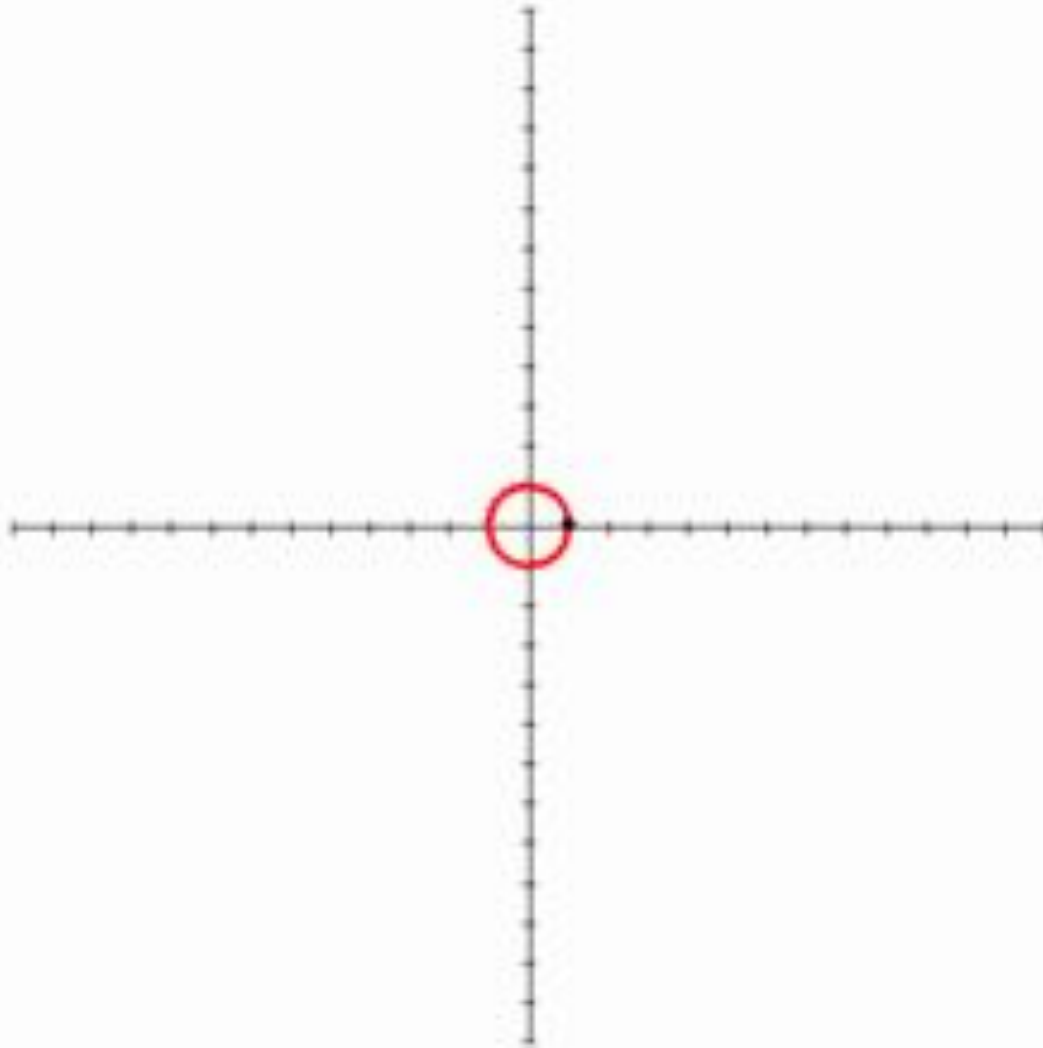
Конические прямозубые колеса –
Эвольвентная коническая поверхность

Эвольвента окружности

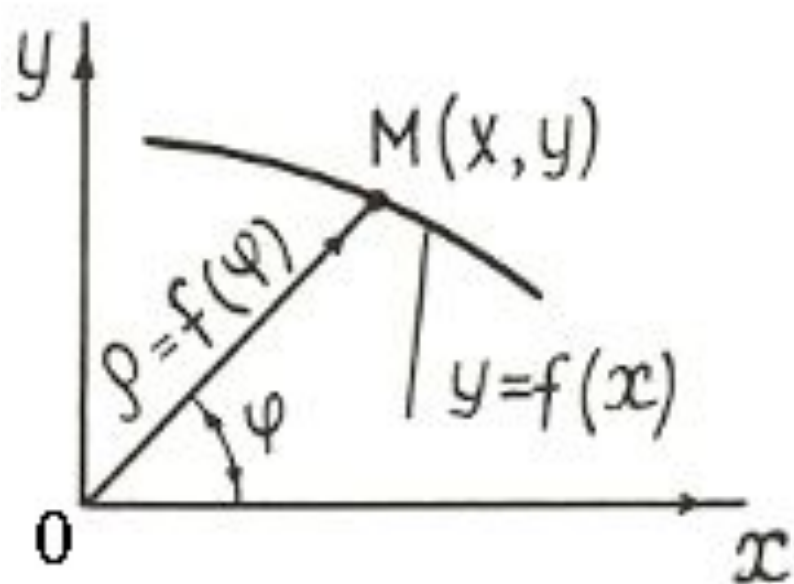


- **Эвольвента окружности** представляет собой траекторию любой точки прямой линии, перекатываемой по окружности без скольжения;
- Окружность по которой перекатывается прямая называется **основной окружностью**.

Образование эвольвенты окружности



Прямоугольная и полярная система координат

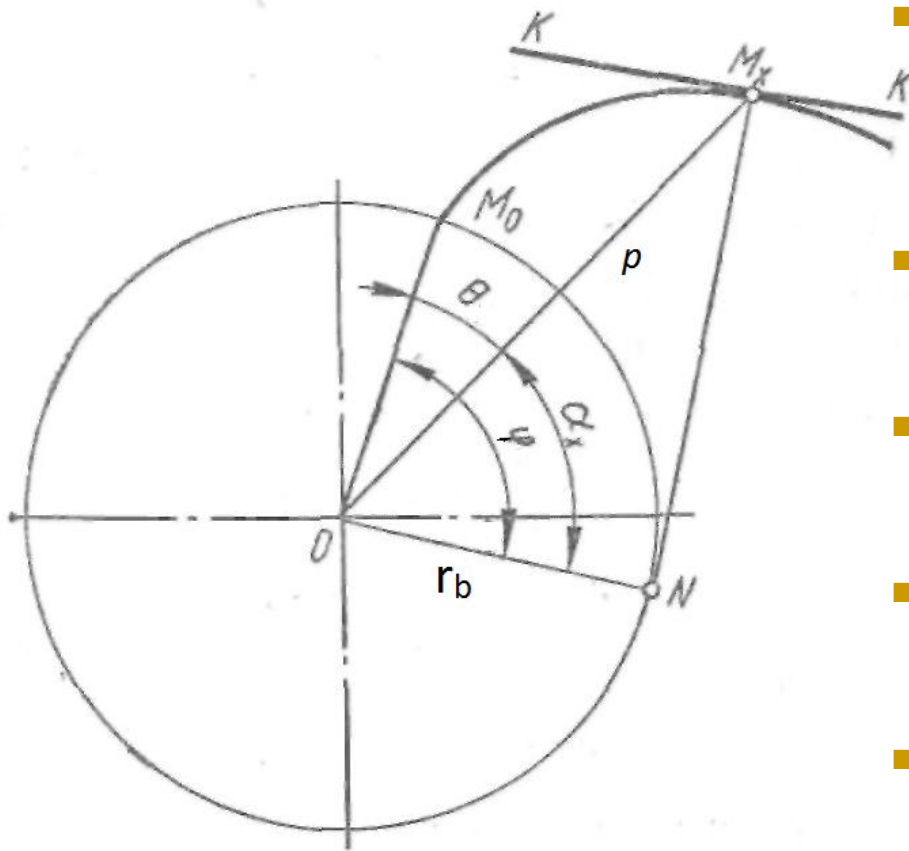


- В прямоугольной (декартовой) системе координат положение точки определяется координатами X и Y;
- В полярной системе координат – радиусом ρ и угловым положением ϕ .

$$X = \rho \cos \theta \quad Y = \rho \sin \theta$$

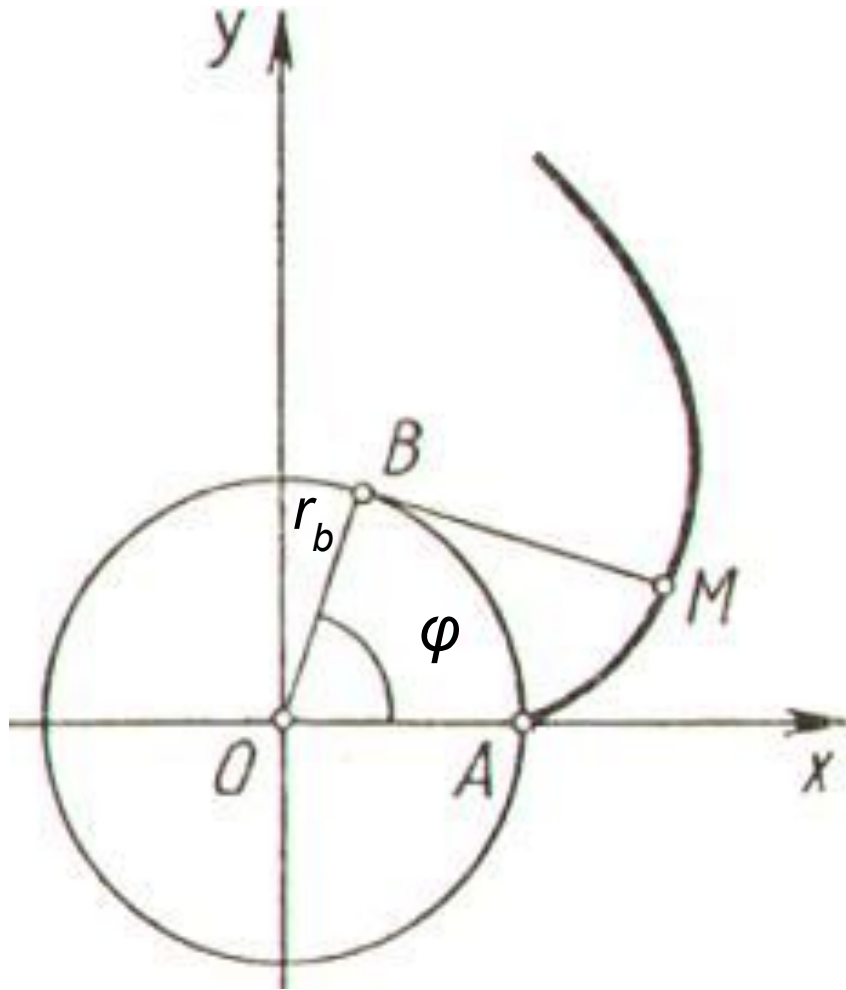
$$\rho = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad \cos \theta = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{Y}{X}$$

Уравнение эвольвенты в полярной системе координат



- OM_0 – соответствует началу угловой координат;
- r – радиус текущей точки;
- θ – угловое положение текущей точки;
- ϕ – угол развернутости эвольвенты;
- α_x – угол давления эвольвенты.

Уравнения эвольвенты окружности



- В параметрическом виде уравнения эвольвенты окружности выглядят следующим образом:

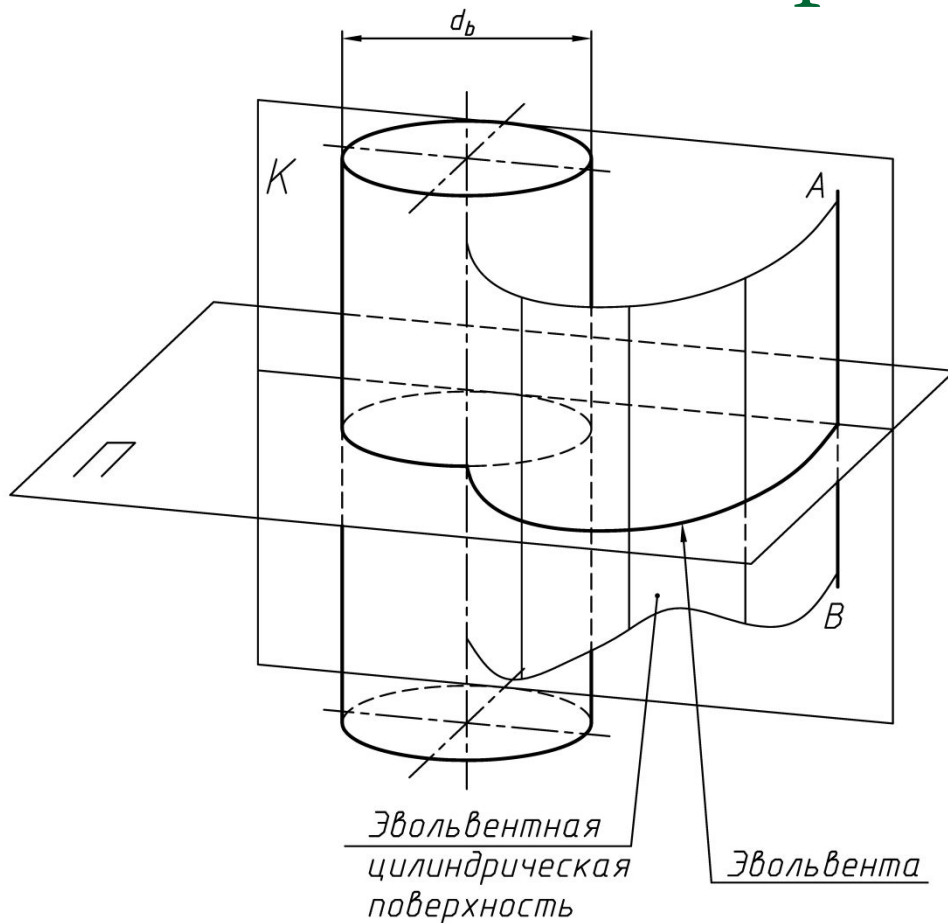
$$x = r_b (\cos \varphi + \varphi \sin \varphi)$$

$$y = r_b (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi)$$

r_b – радиус основной окружности;

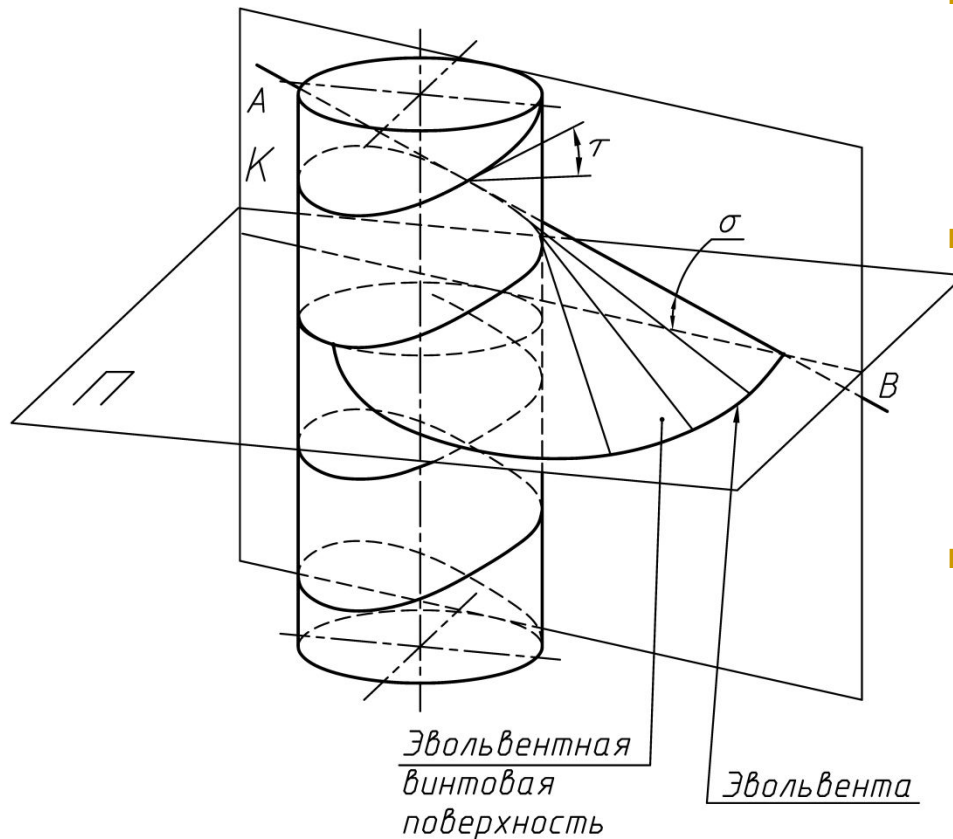
φ – угол поворота прямой.

Эвольвентная цилиндрическая поверхность



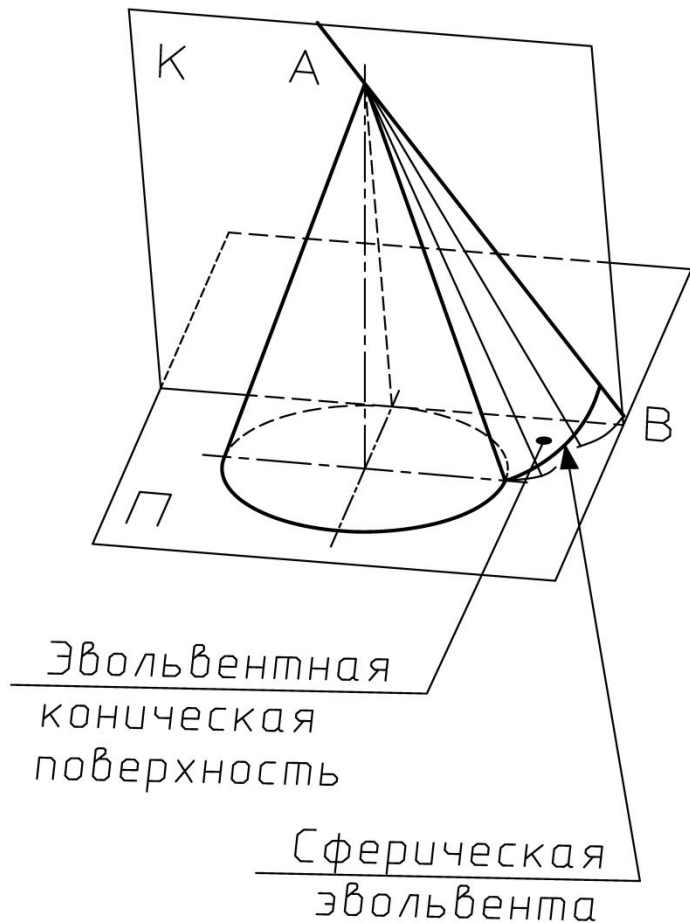
- П – плоскость поперечного сечения основного цилиндра
- К – плоскость, касательная к основному цилиндру;
- АВ – образующая прямая;
- Точка на прямой АВ описывает эвольвенту.

Эвольвентная винтовая поверхность



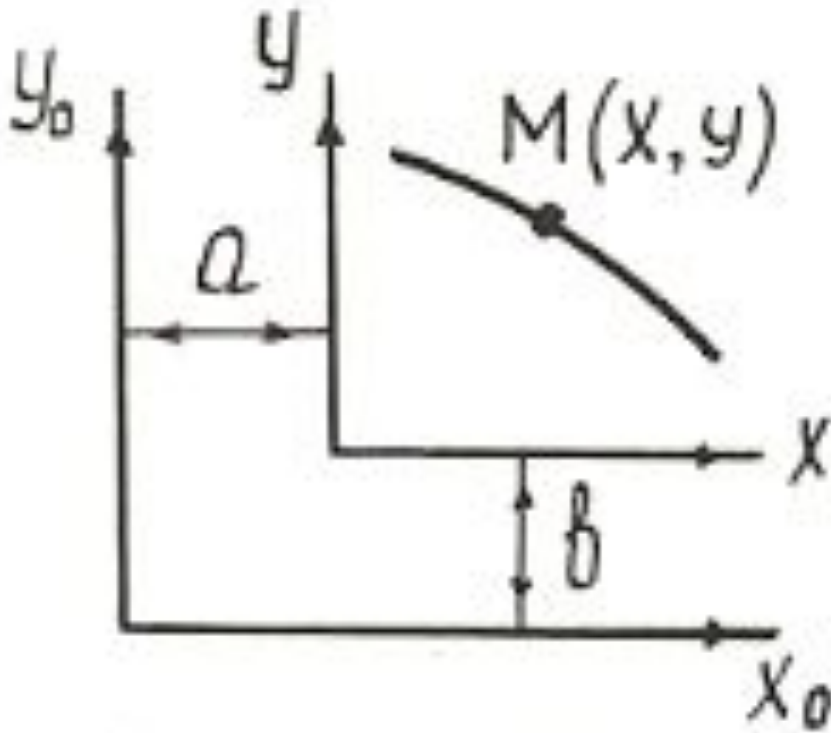
- τ - угол подъема винтовой линии на основном цилиндре;
- σ - угол наклона образующей AB к плоскости поперечного сечения «П»;
- Точка на прямой AB описывает эвольвенту.

Эвольвентная коническая поверхность



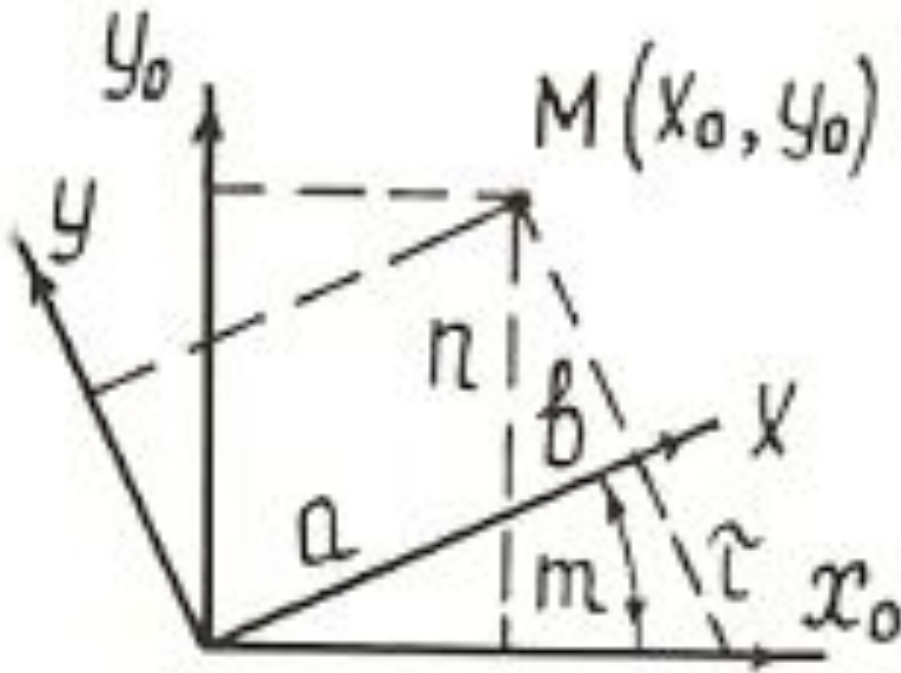
- К – плоскость, касательная к основному конусу;
- АВ – образующая прямая;
- Точка на прямой АВ описывает сложную пространственную кривую – **сферическую эвольвенту**.

Преобразование систем координат



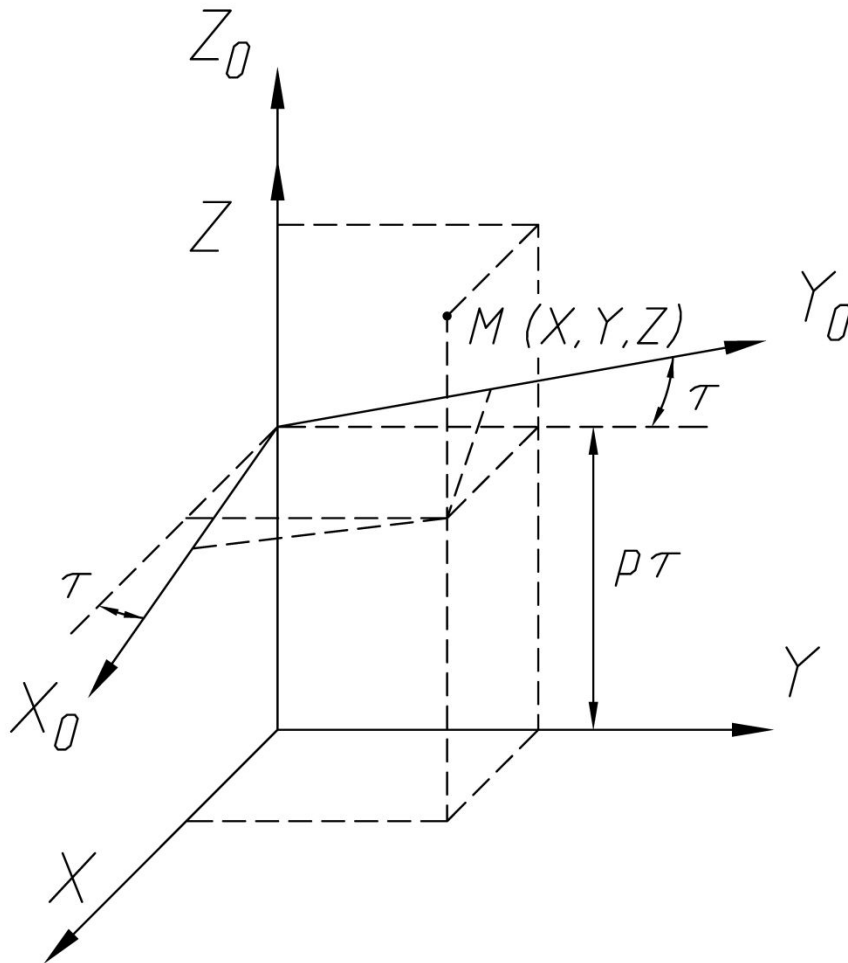
- Все формулы преобразования систем координат основаны на переносе начала координат и повороте осей;
- Перенос начала координат $XY \Rightarrow X_0Y_0$:
- $X_0 = X + a$
- $Y_0 = Y + b.$

Преобразование систем координат



- Поворот координатных осей на угол τ $XY \Rightarrow X_0Y_0$:
 $X_0 = m / \operatorname{tg} \tau$; $Y_0 = m + n$;
- $m = a \sin \tau$; $a = X - b$;
- $b = Y \operatorname{tg} \tau$; $n = Y / \operatorname{cost}$;
- $X_0 = X \operatorname{cos} \tau - Y \operatorname{sin} \tau$;
- $Y_0 = Y \operatorname{cos} \tau + X \operatorname{sin} \tau$

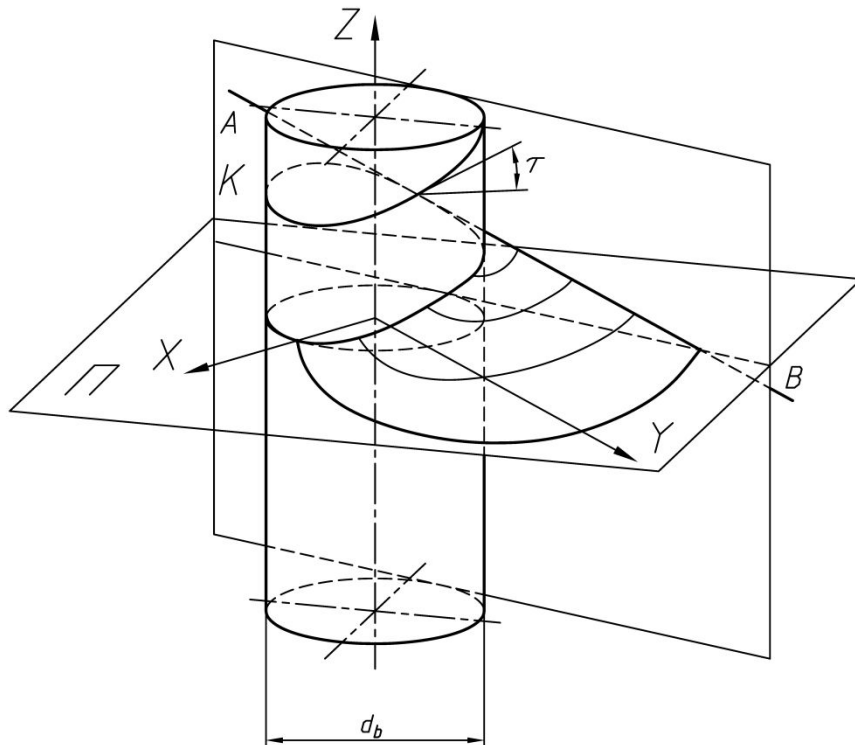
Преобразование систем координат



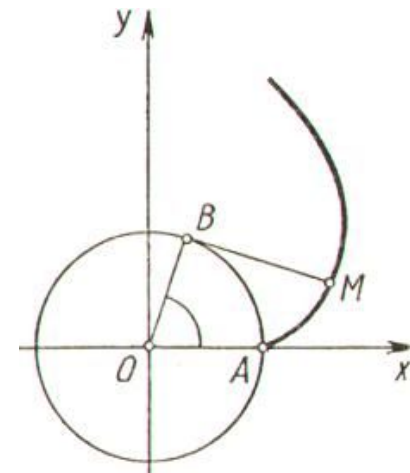
Винтовое движение
системы координат

- Система $X_0Y_0Z_0$ движется вдоль оси Z и вращается вокруг нее;
- Координаты неподвижной точки M :
 - $X_0 = X \cos \tau - Y \sin \tau$;
 - $Y_0 = Y \cos \tau + X \sin \tau$;
 - $Z_0 = Z + p \tau$.

Уравнение эвольвентной винтовой поверхности



Поперечное сечение



$$x = r_b (\cos \varphi + \varphi \sin \varphi)$$

$$y = r_b (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi)$$