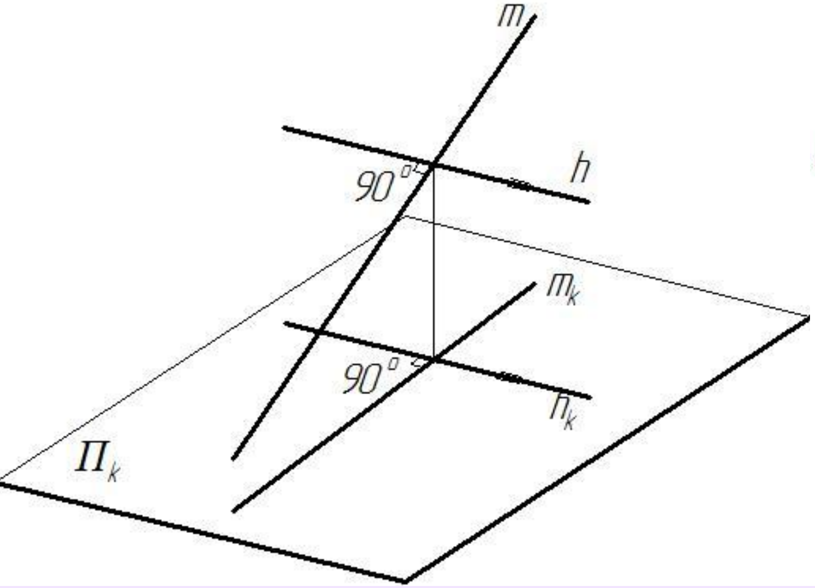
Начертательная геометрия

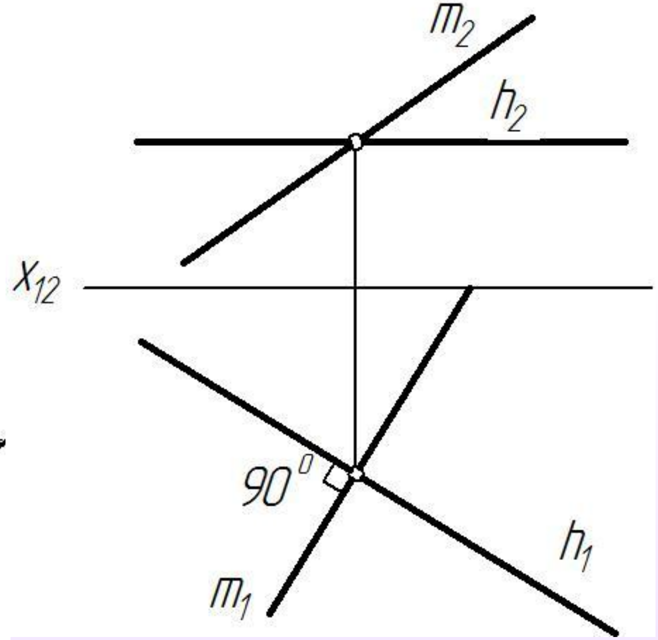
Метрические задачи

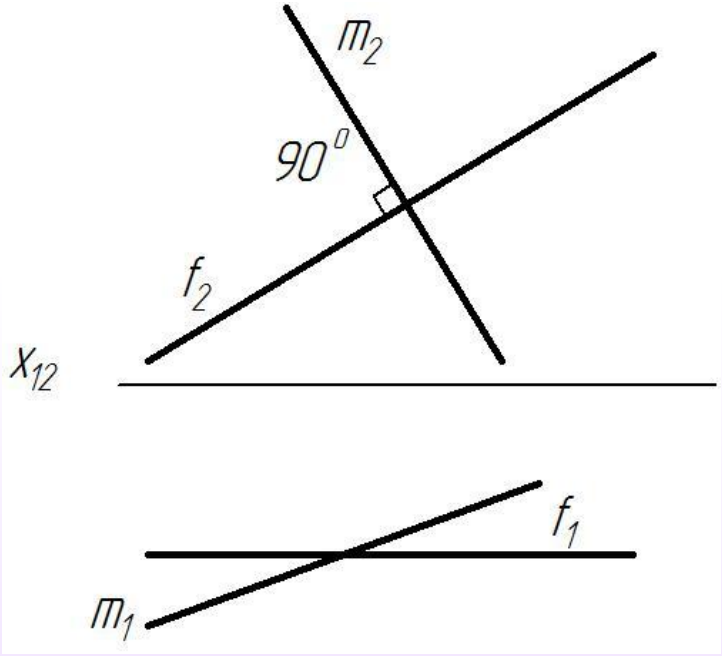
Автор:Леонова О.Н.

Метрические задачи-это задачи на определение расстояний ,углов и истинных величин углов

Теорема о проекциях прямого угла: Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость проекций прямой угол проецируется без искажения

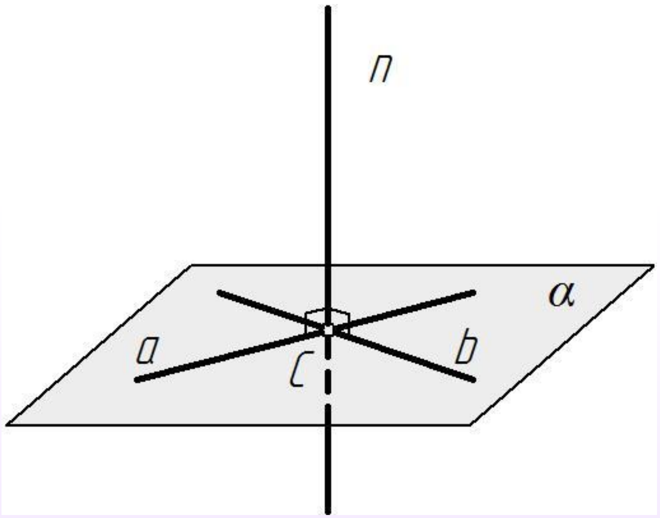


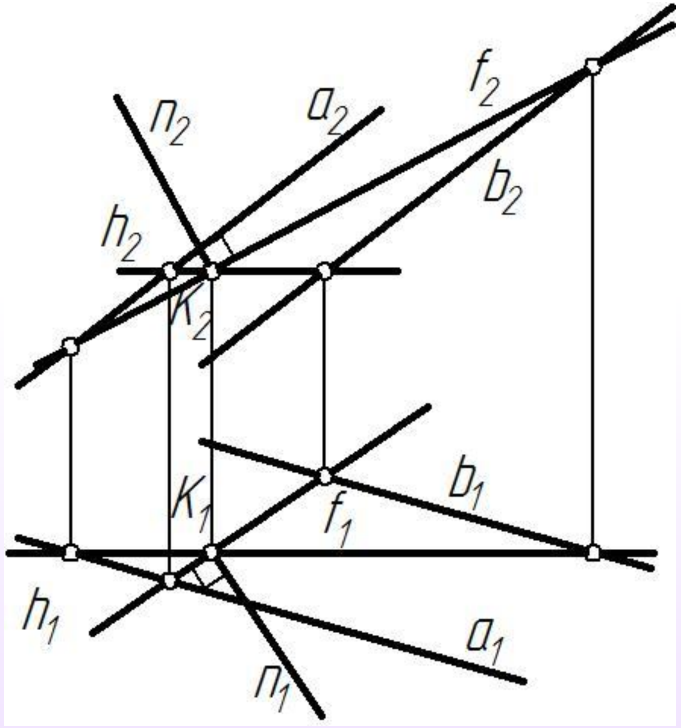




Перпендикулярность прямой и плоскости

Из геометрии известно, что прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости .В начертательной геометрии: $n_2 \perp f_2$, $n_1 \perp h_1$



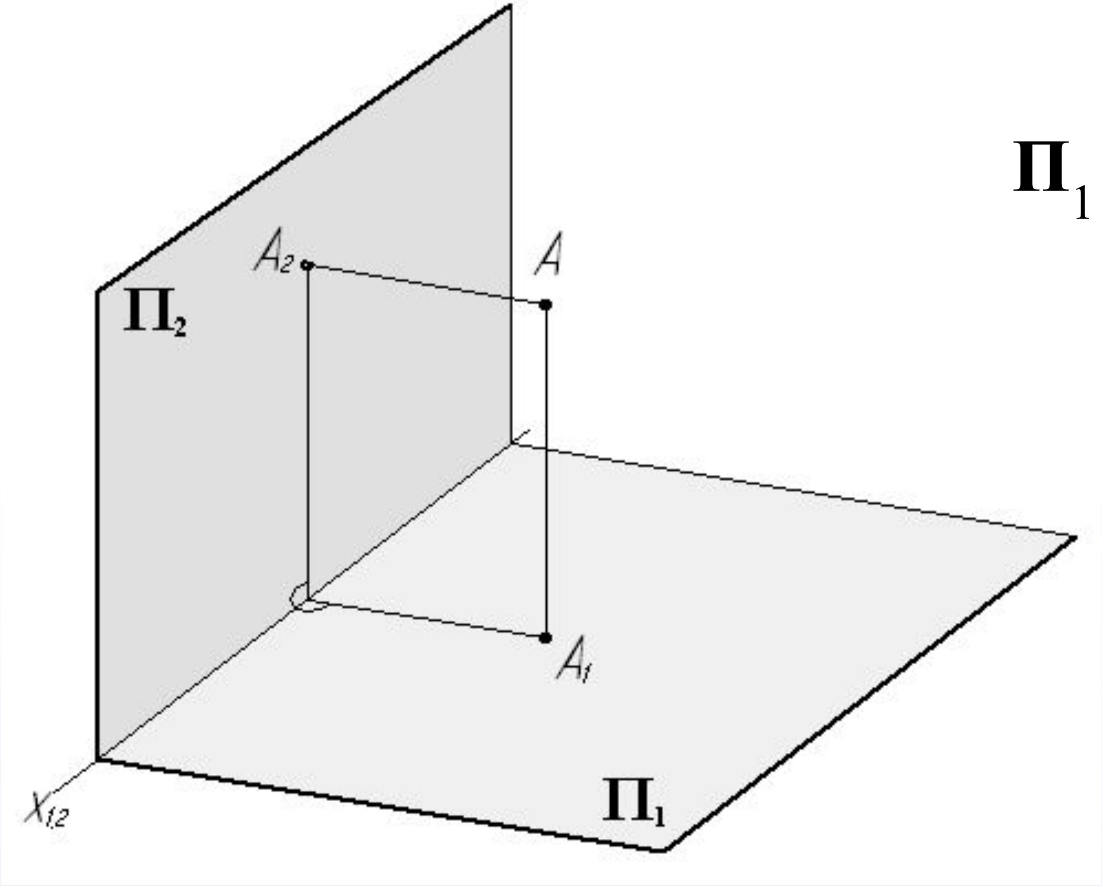


Способы преобразования проекций применяют для получения нового изображения объекта или группы объектов, которое позволяет упростить решение поставленной задачи.

Как правило, это переход от общего положения к частному.

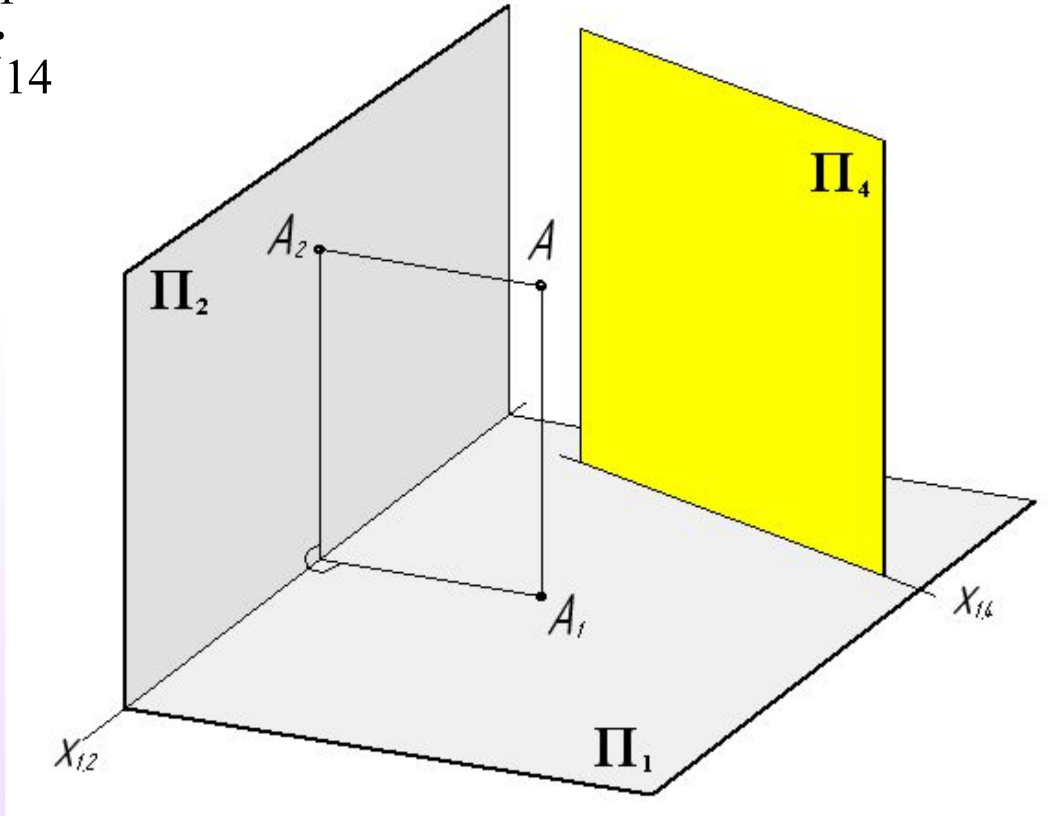
Дополнительное прямоугольное проецирование –
перемена плоскостей проекций

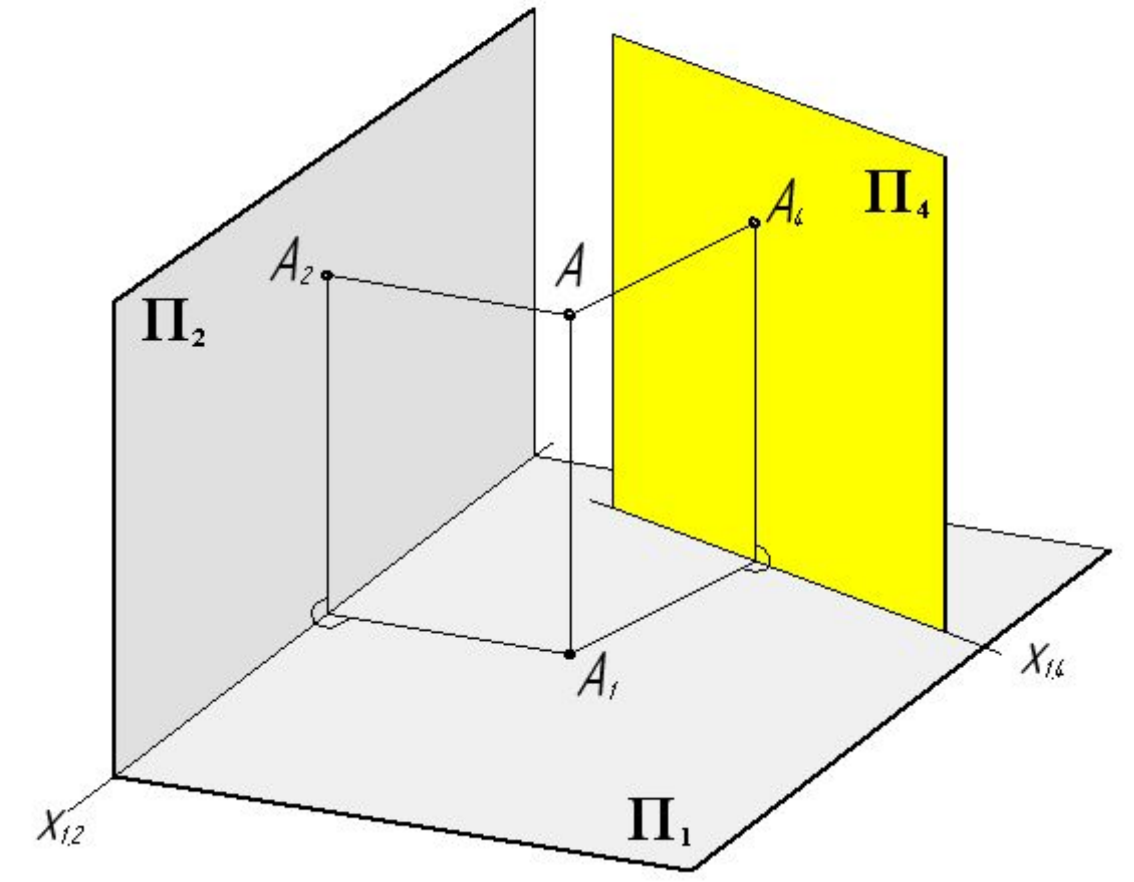
Вновь вводимая плоскость проекций должна быть перпендикулярна либо плоскости проекций П2, *либо П1.*

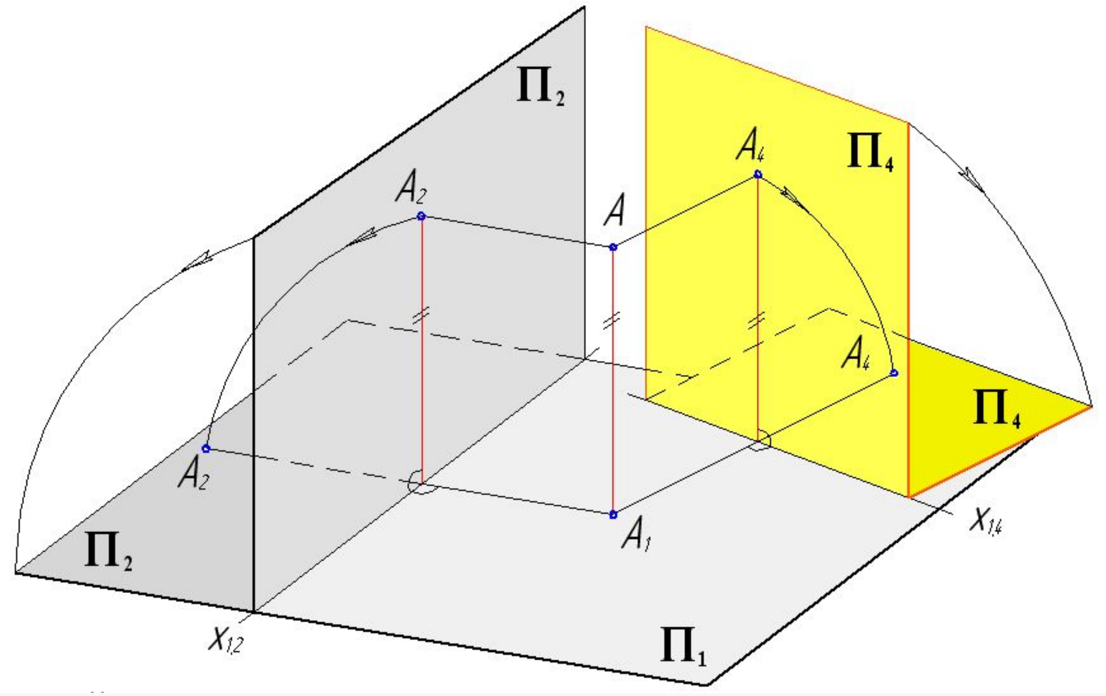


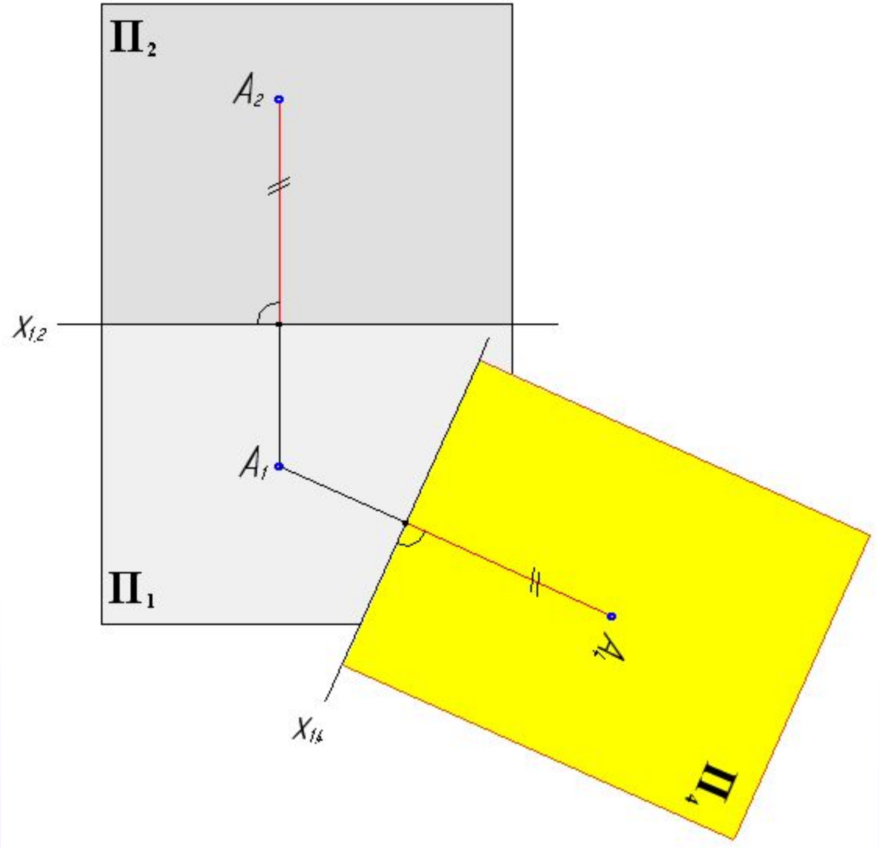
$$\Pi_4 \perp \Pi_1$$

$$\Pi_1 \cap \Pi_4 = x_{14}$$



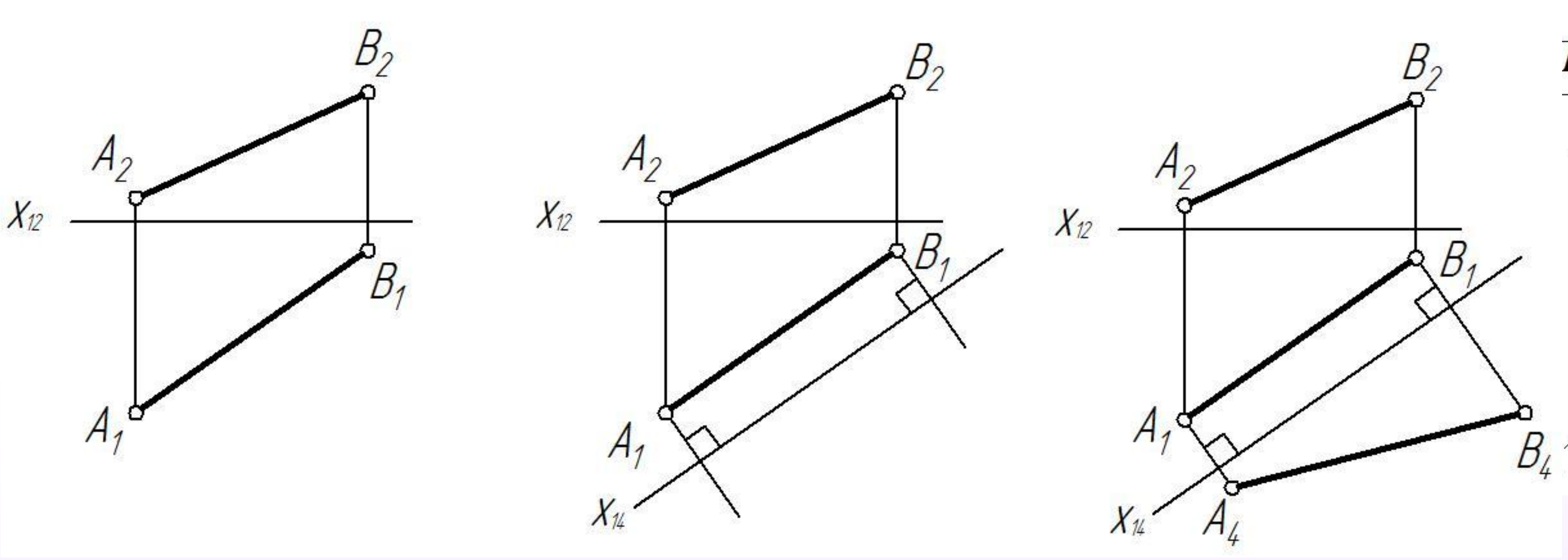

A₄
П₄
A₂
A
П₂
A₁
X₁₄
X₁₂
П₁

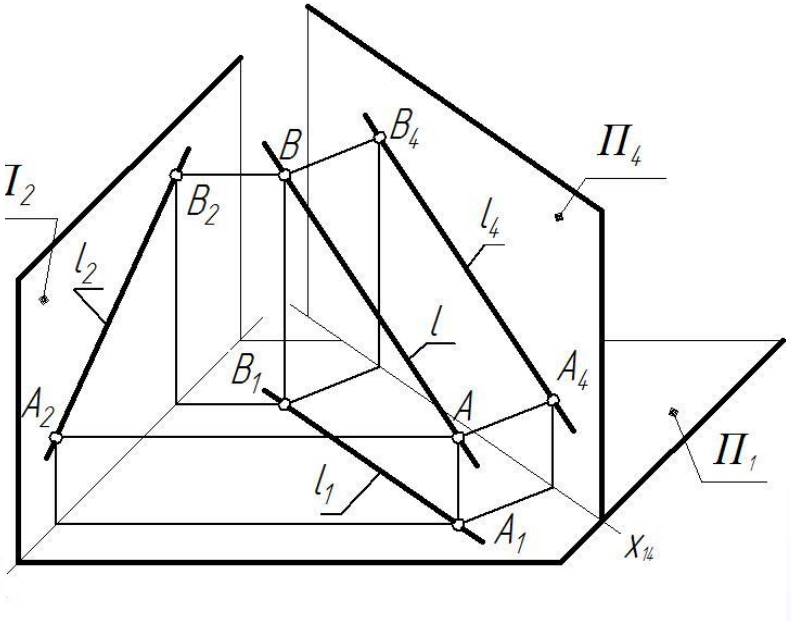

Π2
Π4
A4
A2
A
A4
Π4
A2
Π2
A1
x1,4
x1,2
Π1


Π2
A2
x1,2
A1
Π1
A4
x1,4
Π4

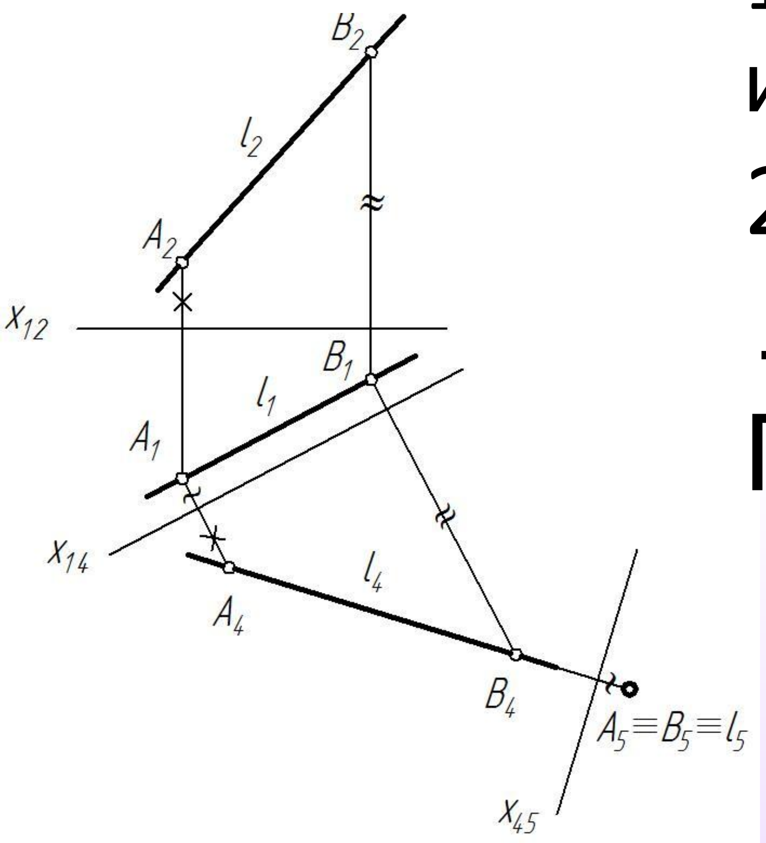
Пример1. Найти длину отрезка *AB.*

П$_4$ $\perp$ ‖*AB* и П$_4$ $\perp$ П$_1$



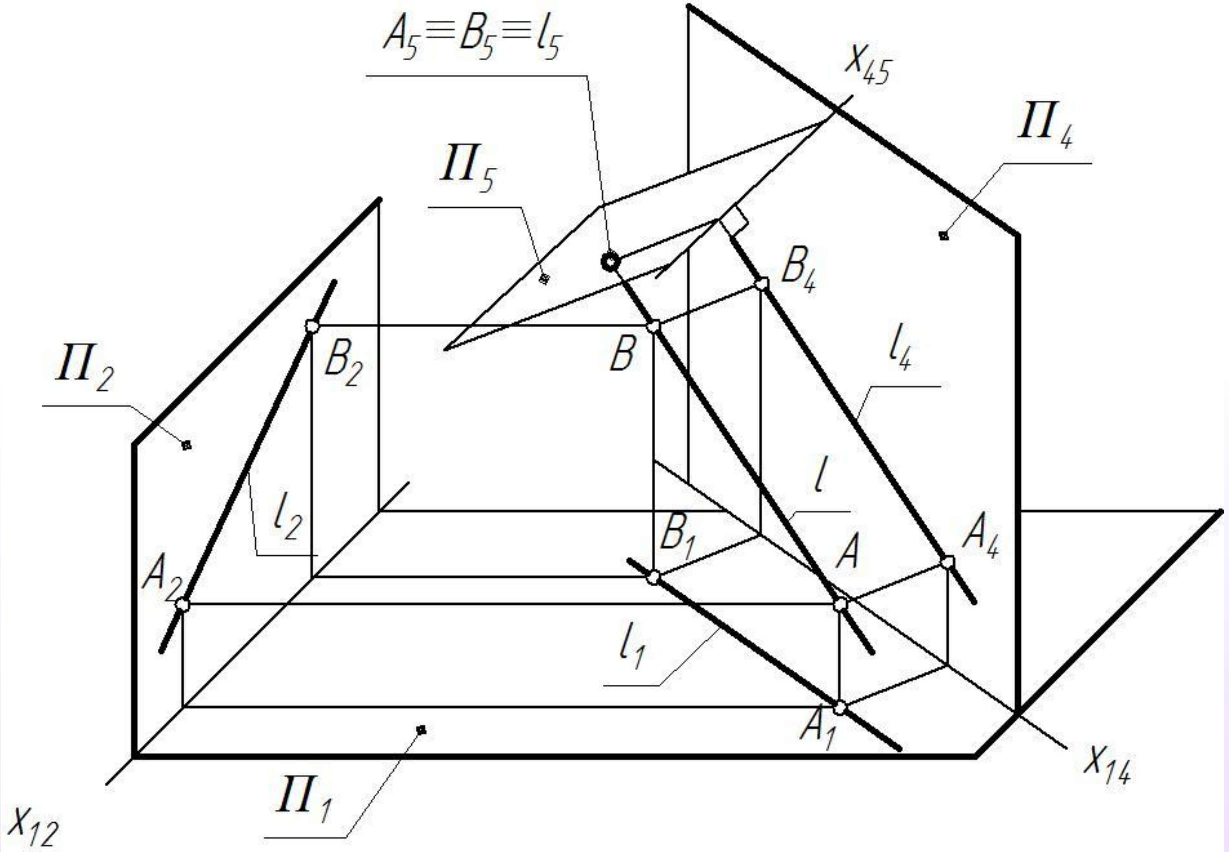


Пример 2. Построить дополнительную ортогональную проекцию прямой общего положения на плоскость ей перпендикулярную

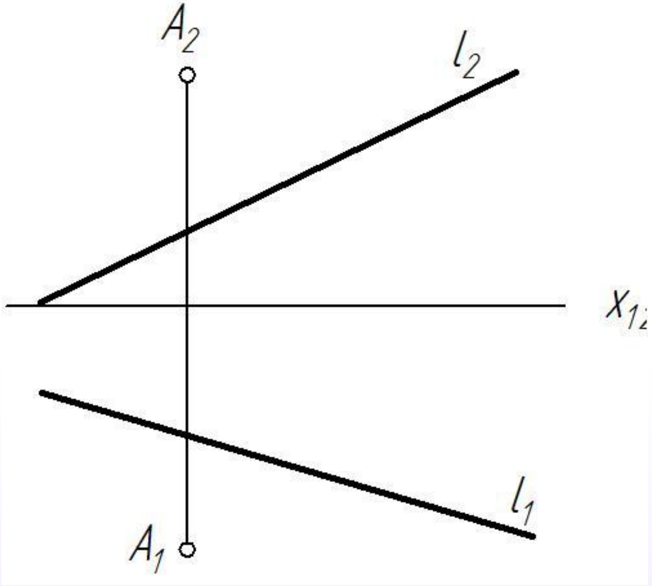


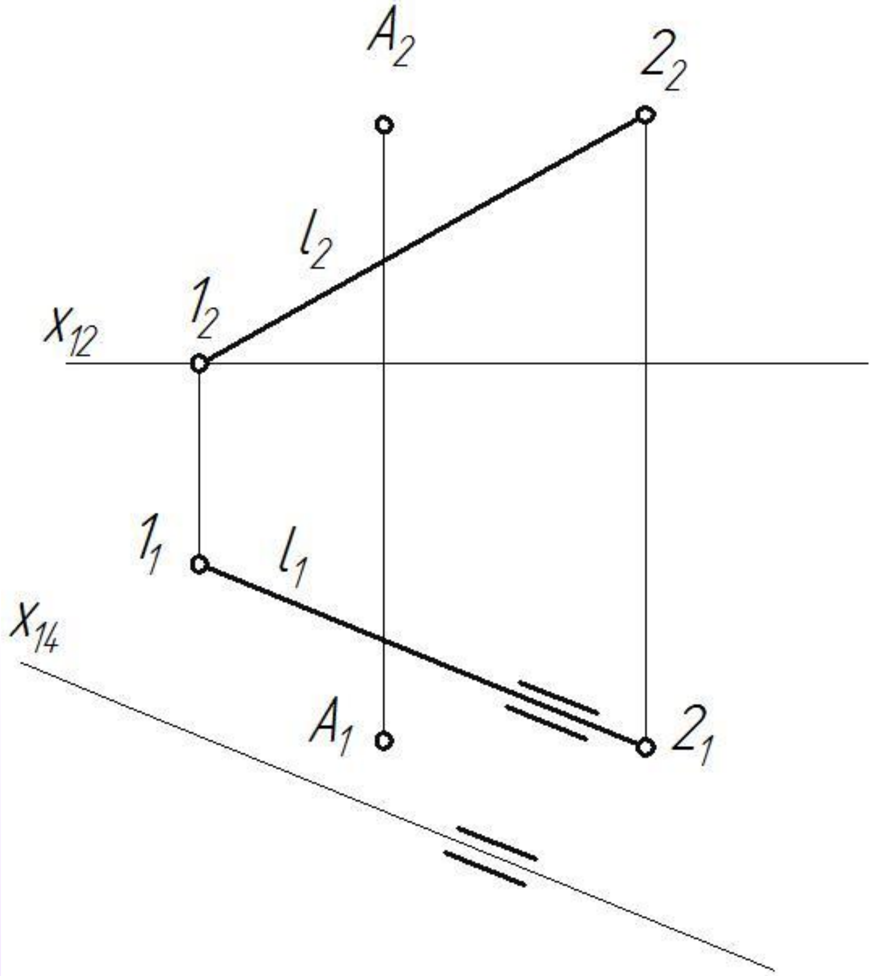
1. $П_4 \parallel l \parallel AB$ и $П_4 \perp П_1$

2. $П_5 \parallel$ $\perp AB \parallel$ $П_5 \perp П_4$

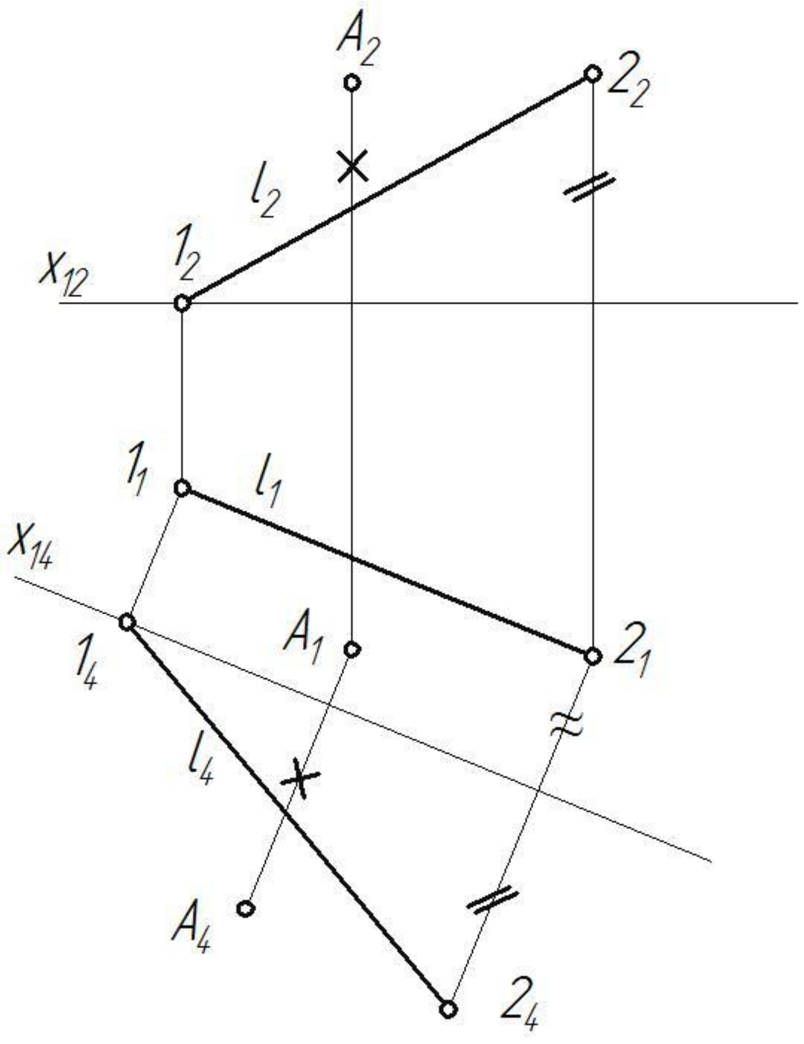


Пример 3. Определить расстояние от точки *A* до прямой *l*.

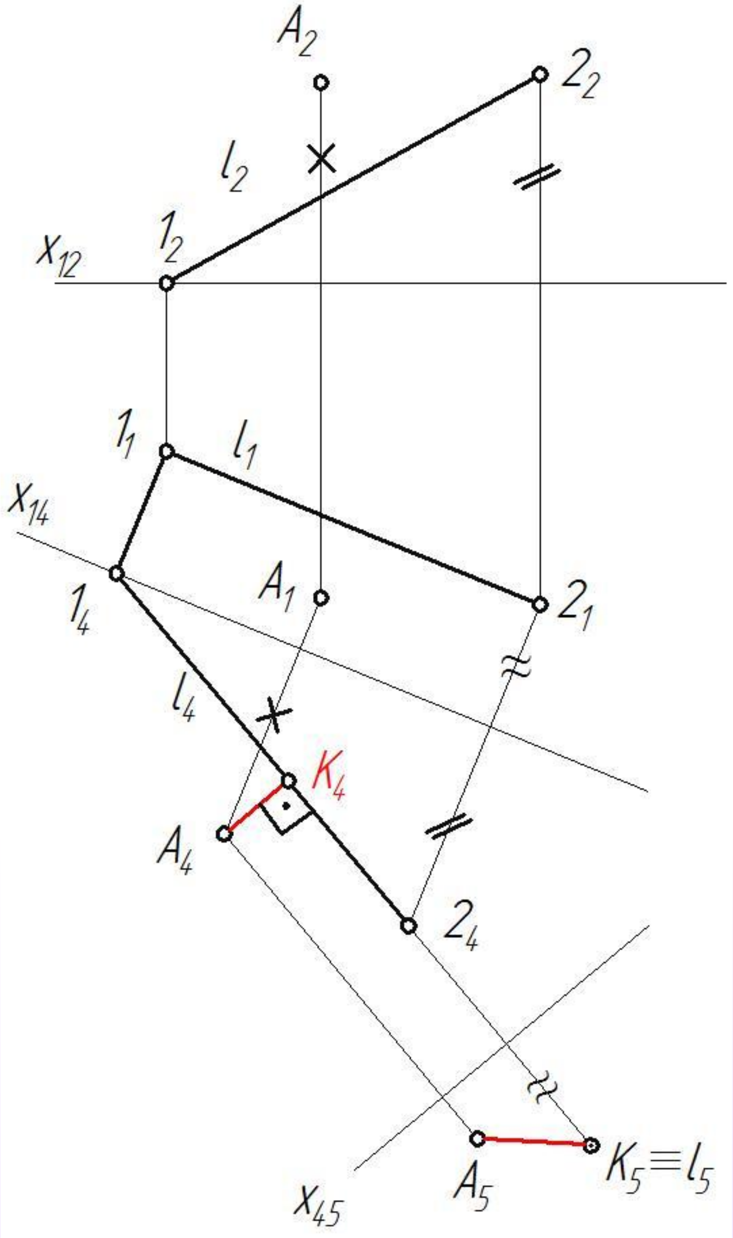




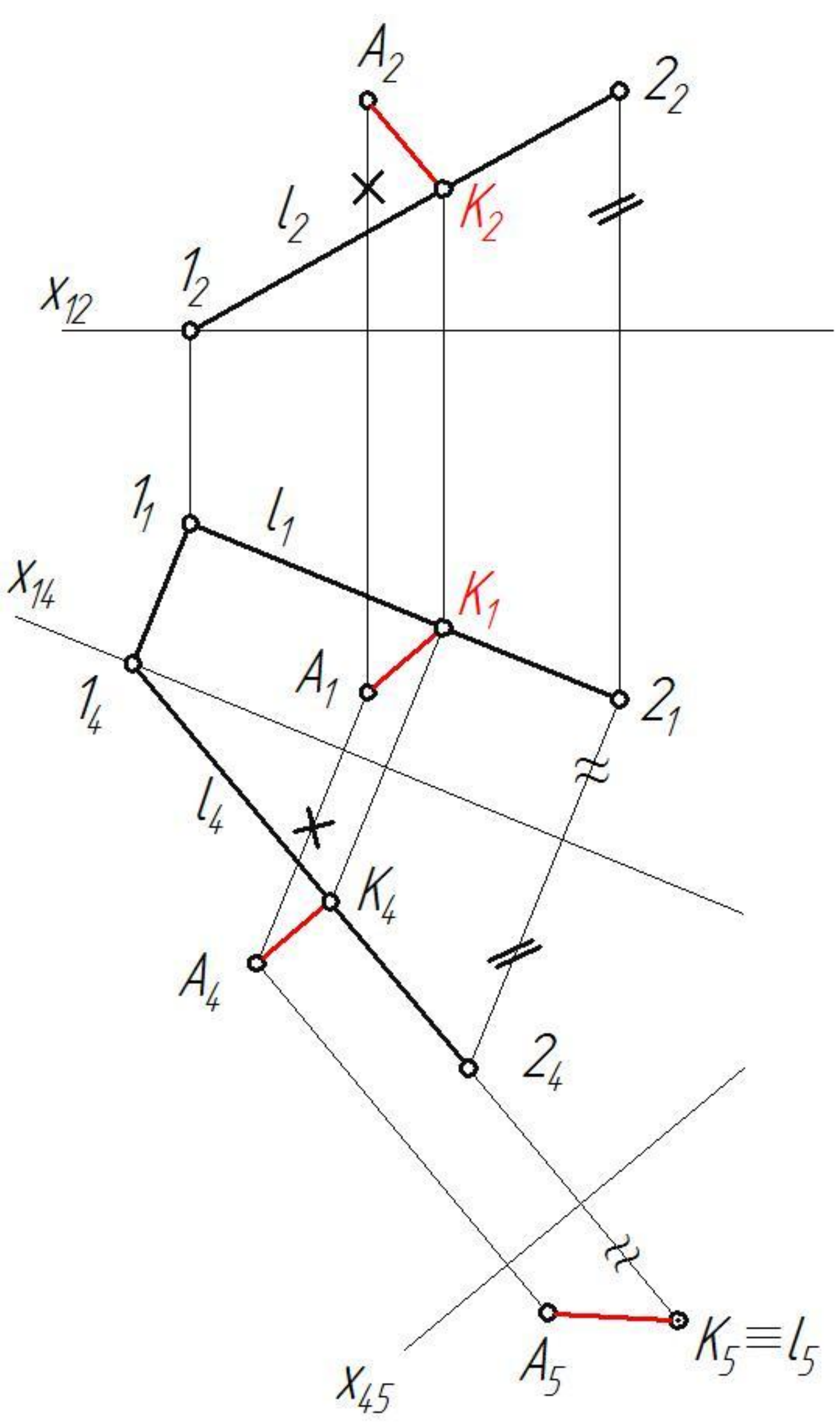
A_2
2_2
l_2
x_{12}
1_2
1_1
l_1
x_{14}
A_1
2_1



A2
2 2
l2
1 2
x12
1 1
l1
x14
A1
2 1
1 4
l4
A4
2 4

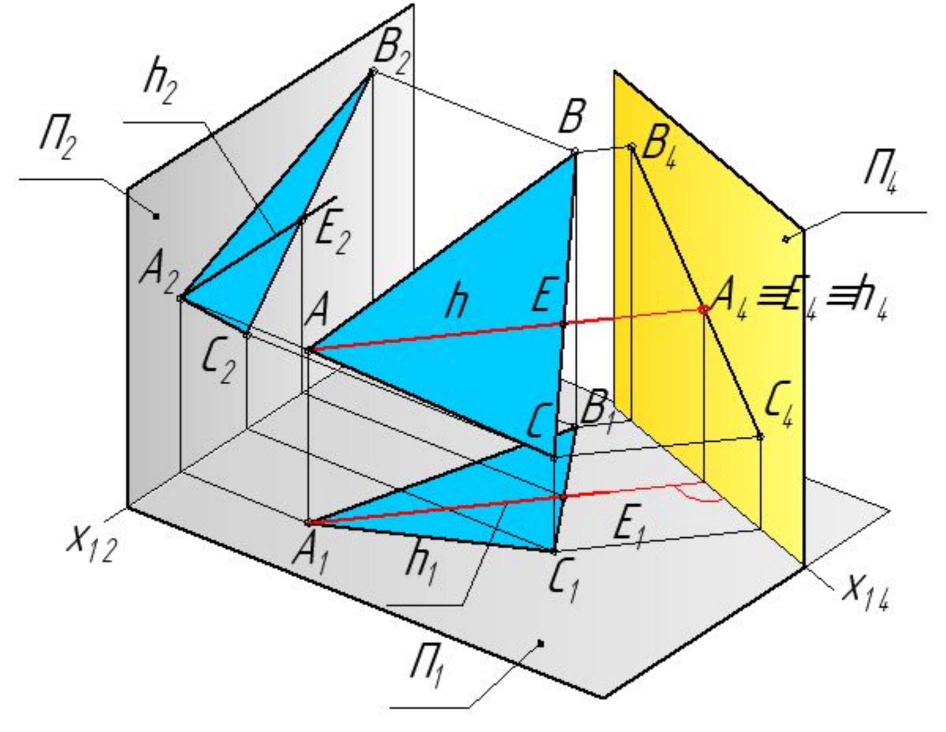


A2
22
l2
x12
12
11
l1
x14
14
A1
21
l4
K4
A4
24
A5
K5≡l5
x45



A_2
2_2
l_2
K_2
1_2
x_{12}
1_1
l_1
x_{14}
K_1
A_1
1_4
2_1
l_4
K_4
A_4
2_4
A_5
$K_5 \equiv l_5$
x_{45}

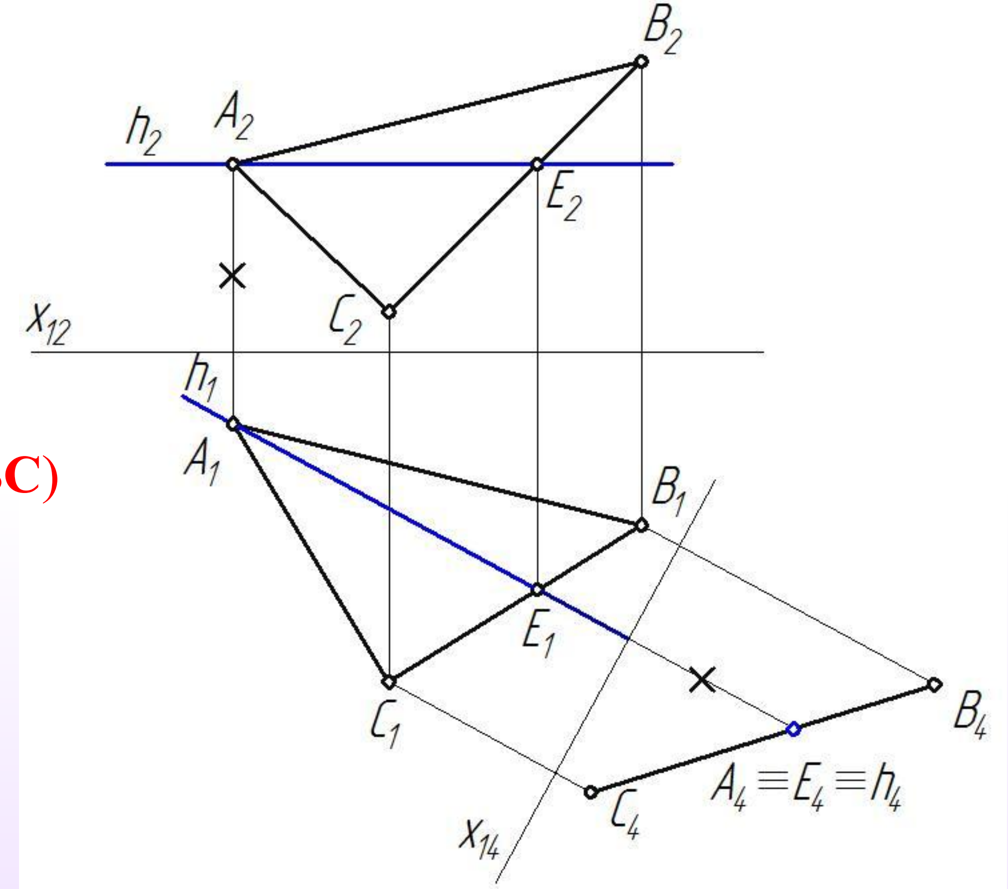
Пример 4. Построить дополнительную ортогональную проекцию плоскости общего положения α(Δ*ABC*) на плоскости $П_4$, перпендикулярной к плоскости α и к плоскости $П_1$.



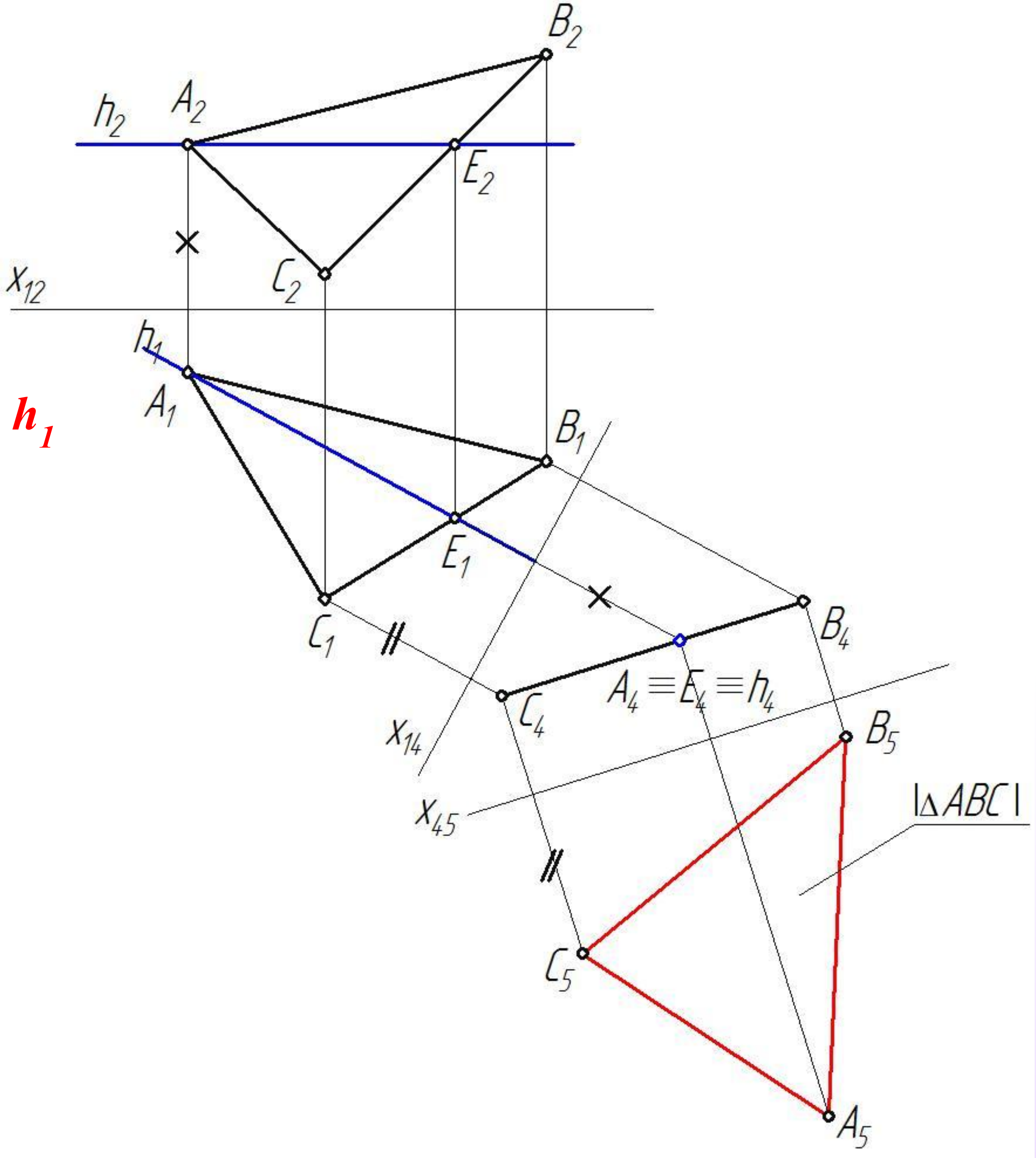
($П_4 \perp$ ΔABC)

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них содержит прямую перпендикулярную второй плоскости.

$(\Pi_4 \perp \Delta ABC) \Rightarrow (\Pi_4 \perp h \wedge h \subset \Delta ABC)$



Пример 5 . Определить размеры треугольника *ABC*



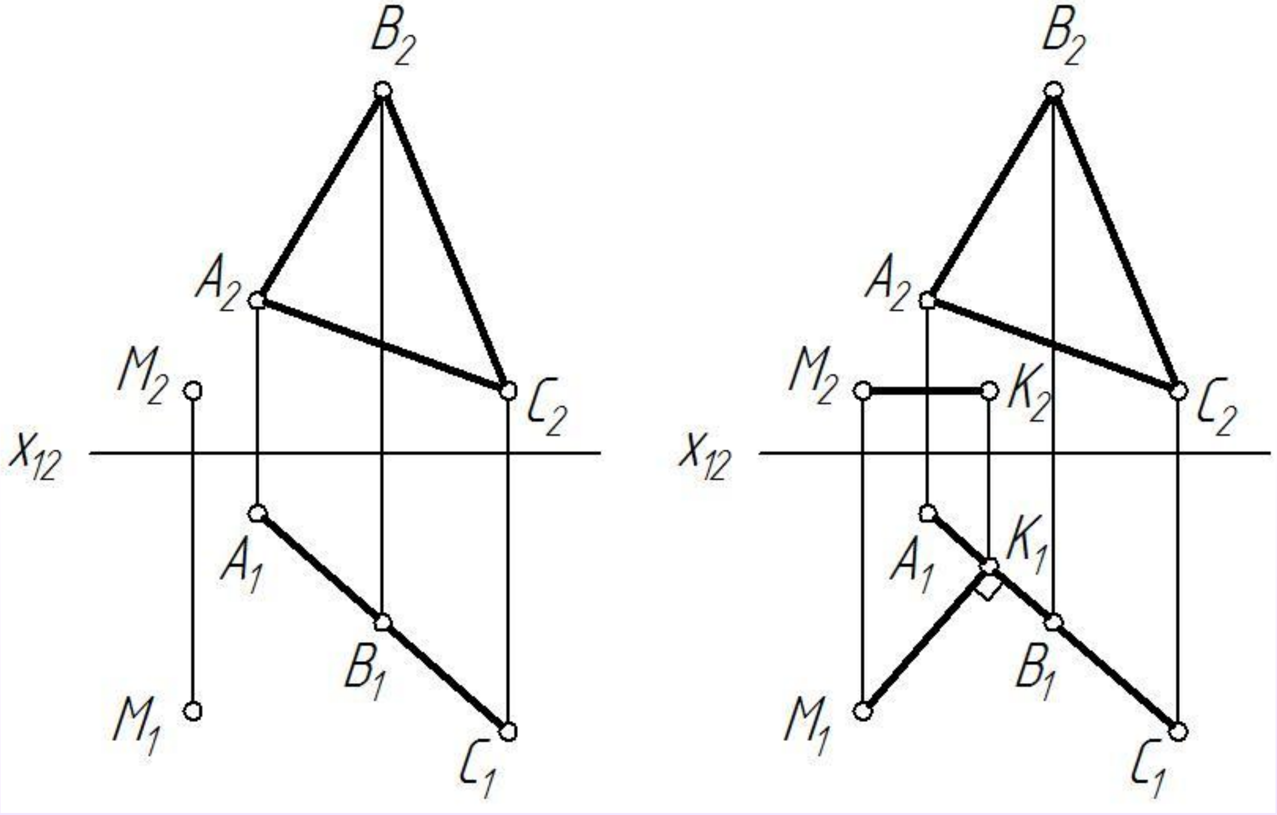
1-й этап. $П_4 \perp \Delta ABC$

$П_4 \perp П_1 \Rightarrow П_4 \perp h \Rightarrow x_{14} \perp h_1$

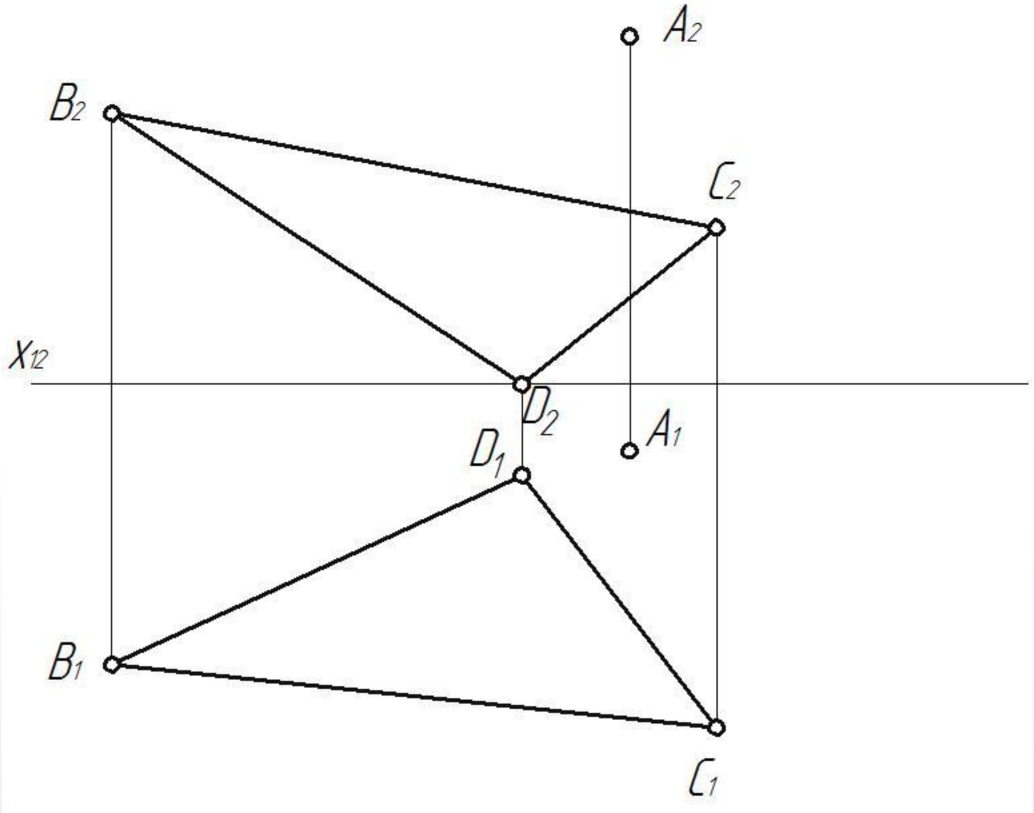
2-й этап. $П_5 \parallel \Delta ABC$

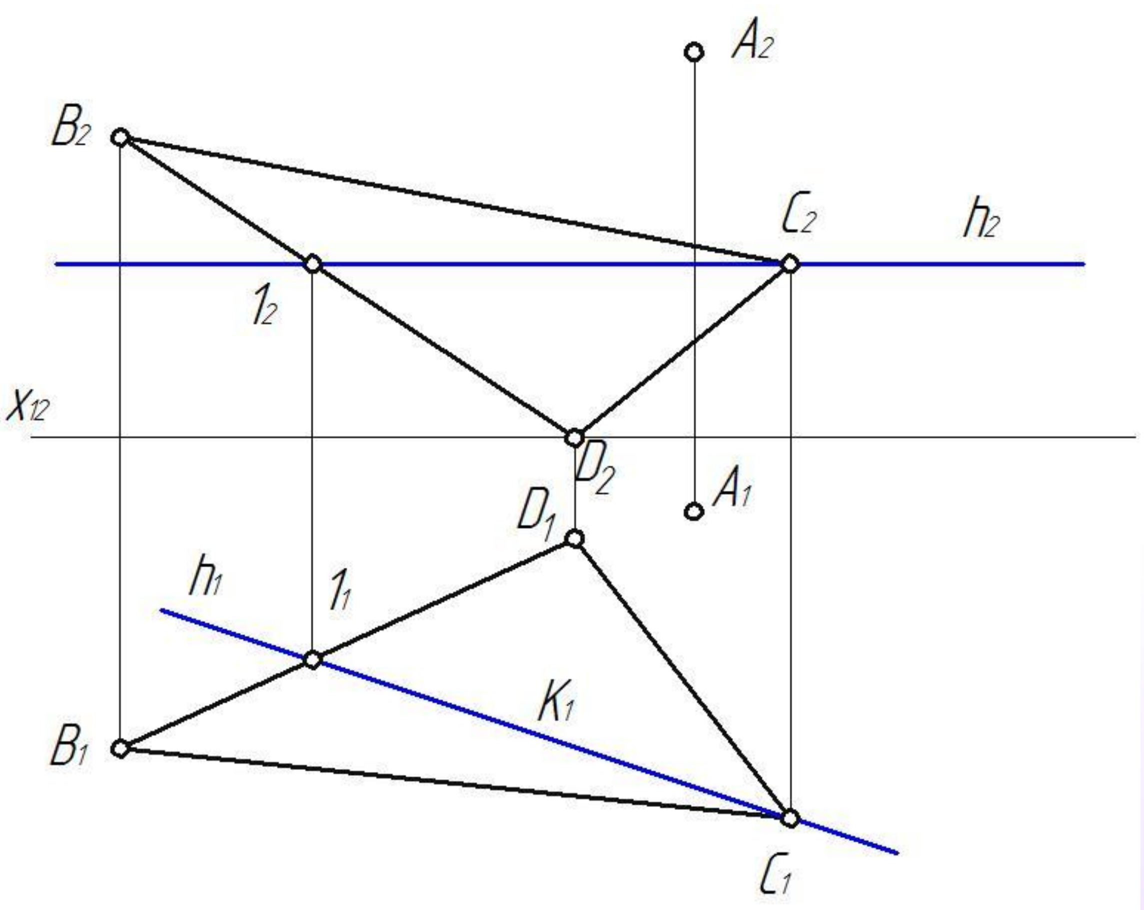
$П_5 \perp П_4 \Rightarrow x_{45} \parallel A4B4C4$

Пример 6. Определить расстояние от точки М до плоскости α(Δ*ABC*)

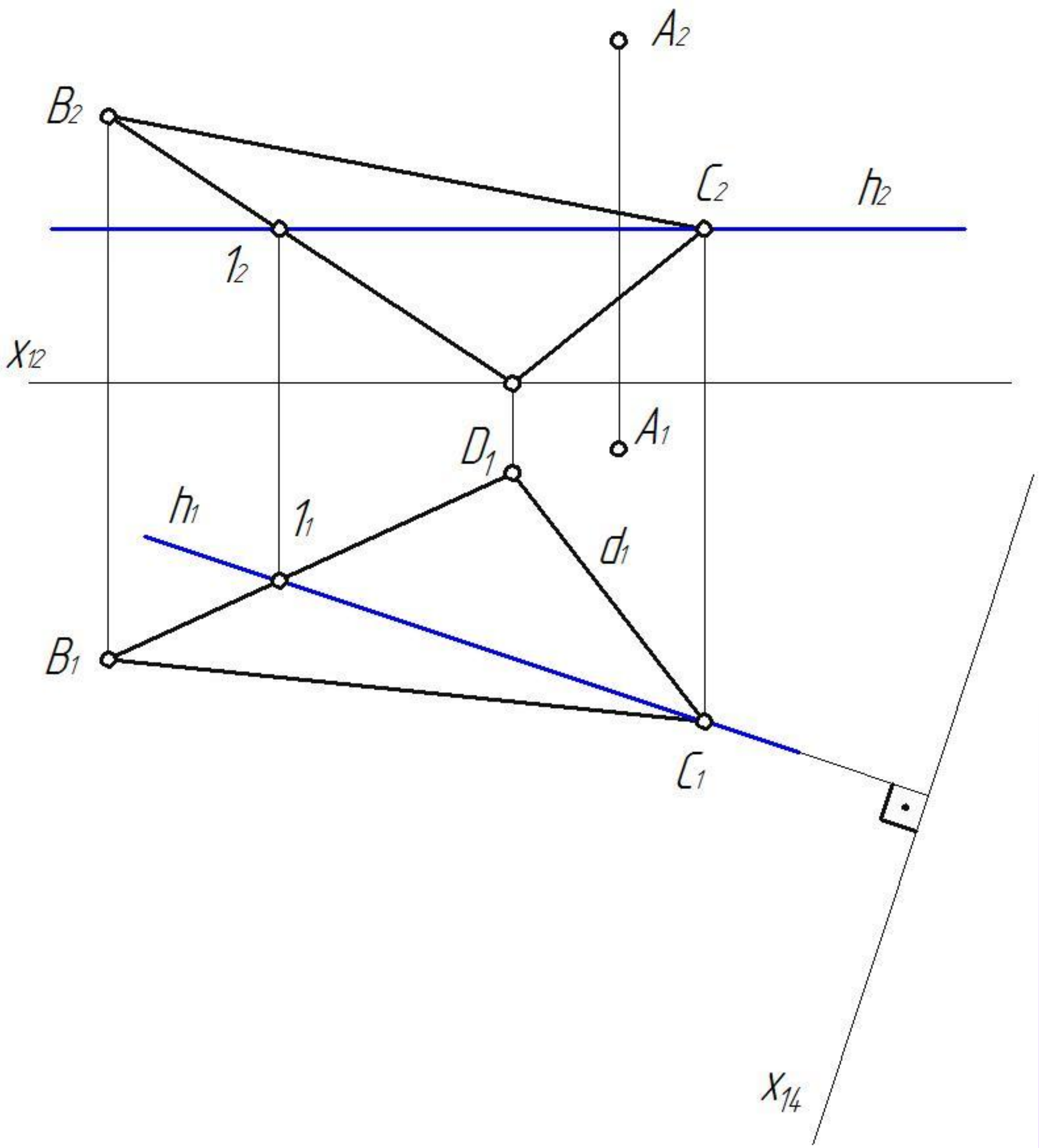


Пример 7. Определить расстояние от точки *A* до плоскости α(Δ*BCD*)

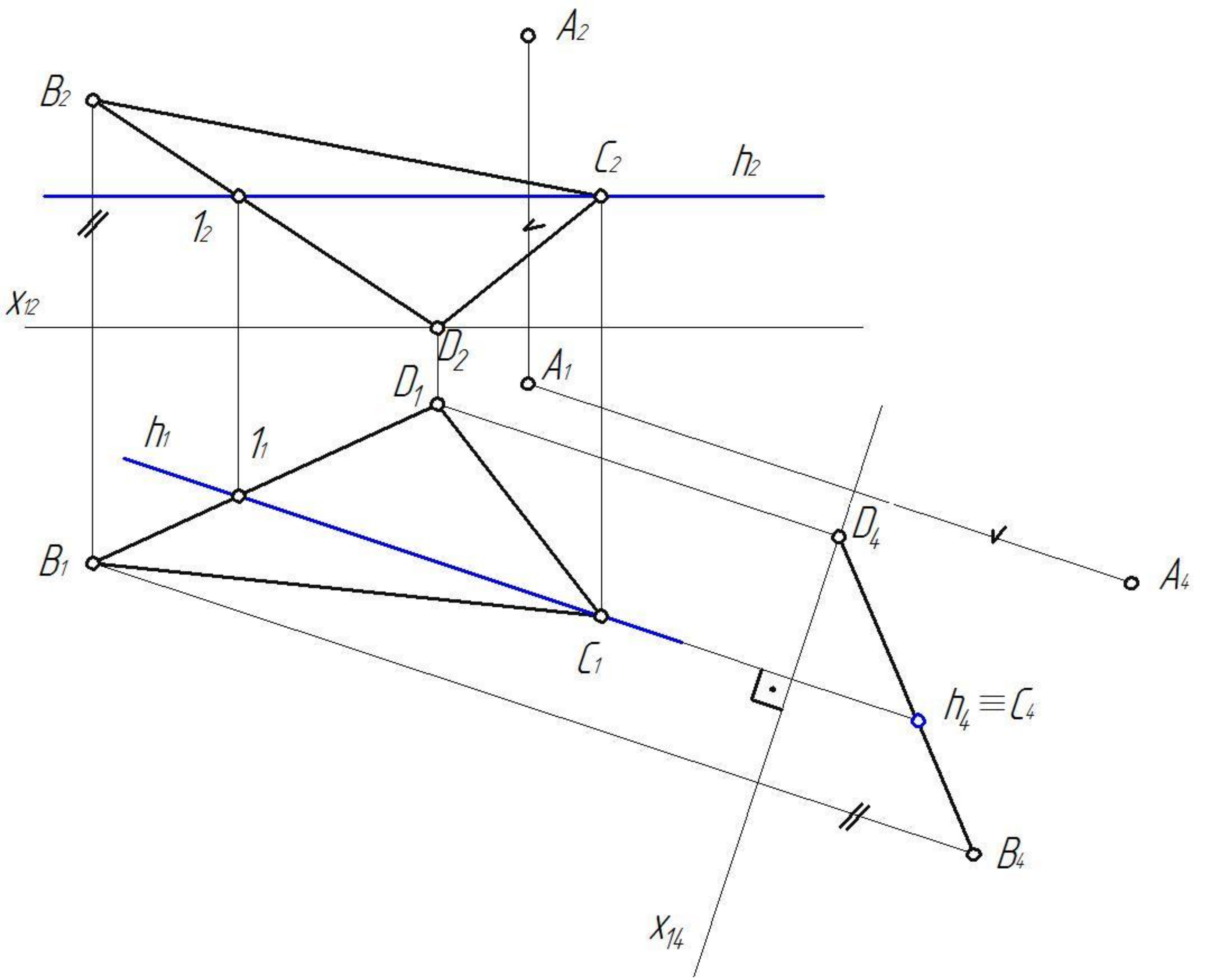




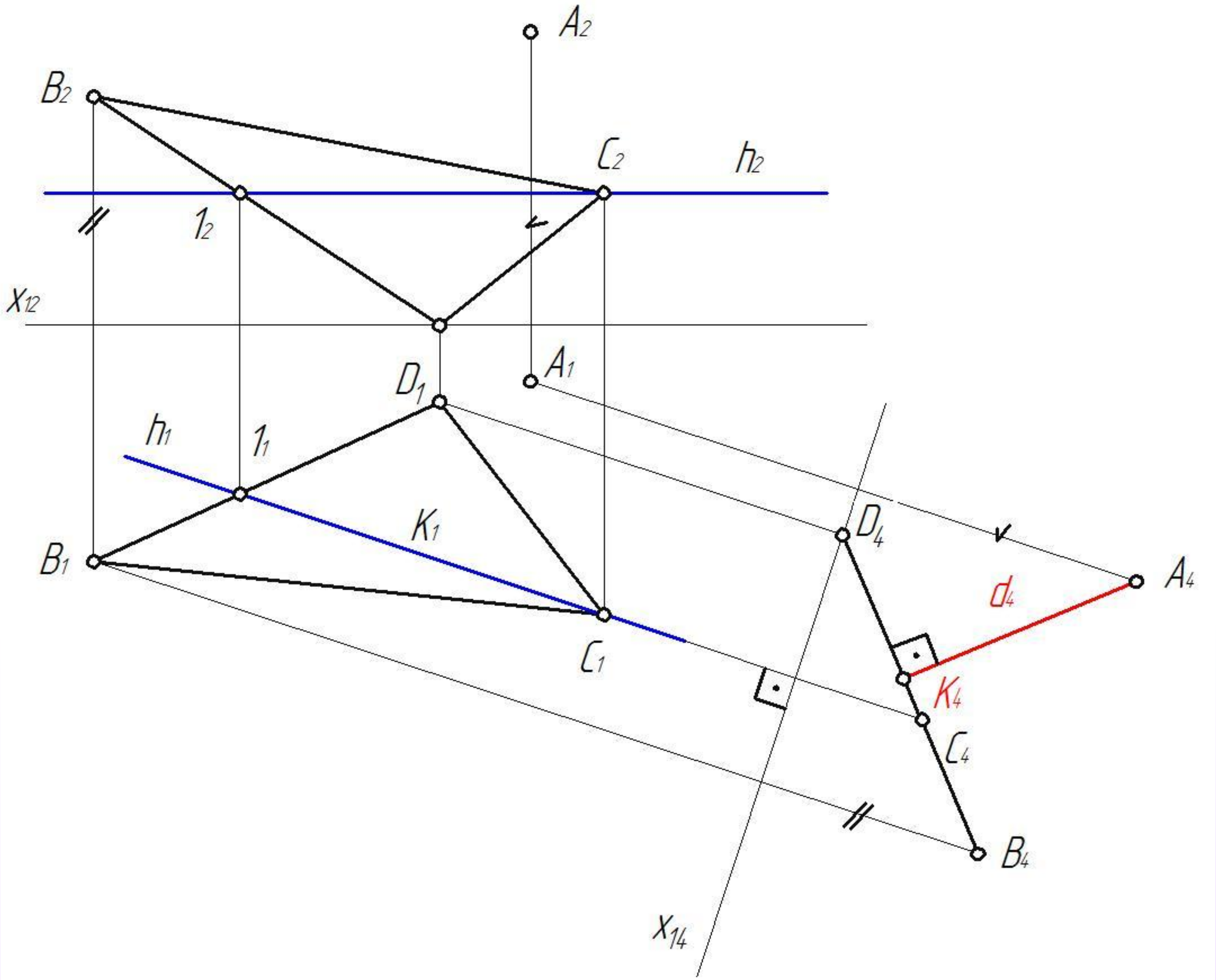
A2
B2
C2
h2
12
x12
D2
A1
D1
h1
11
K1
B1
C1



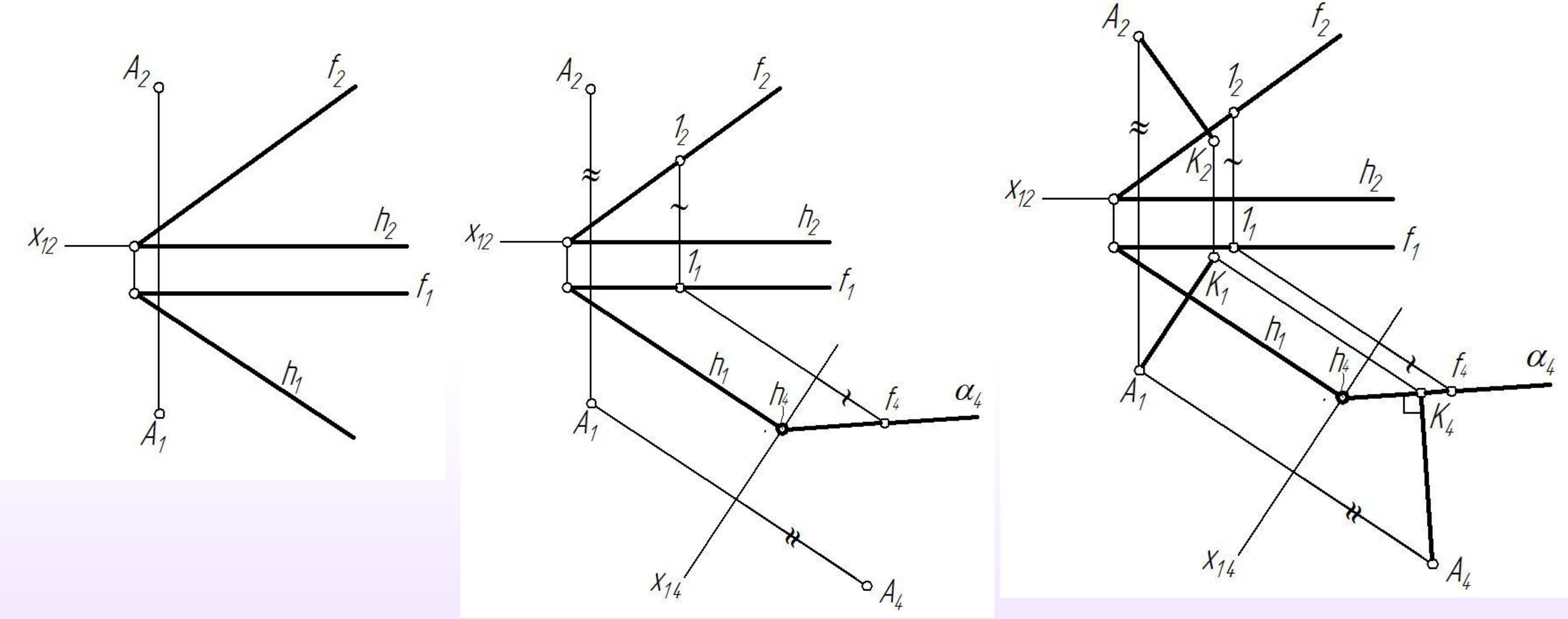
A2
B2
C2
h2
12
X12
A1
D1
h1
11
d1
B1
C1
X14



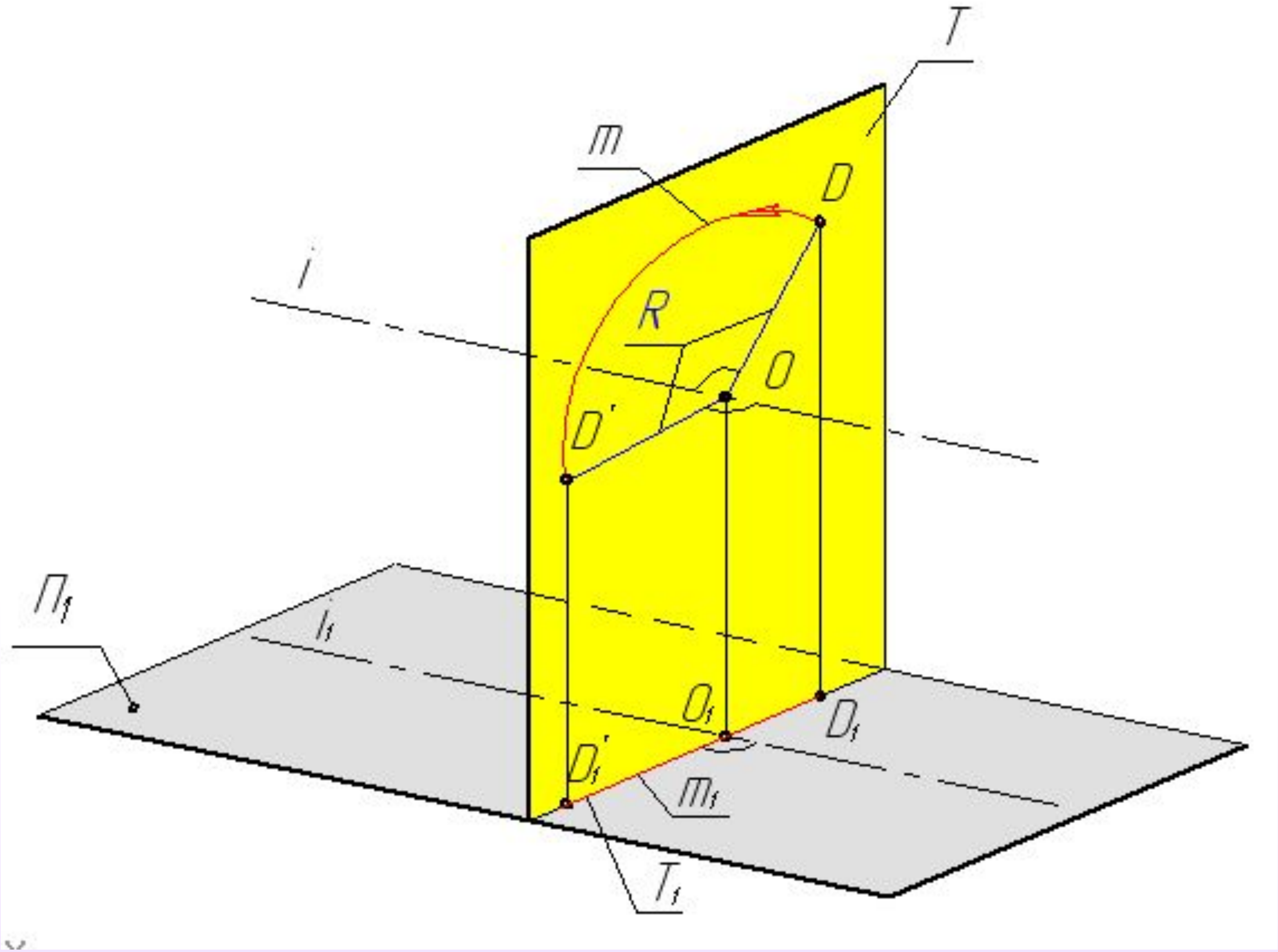
A2
B2
C2
h2
12
x12
D2
A1
D1
h1
11
B1
C1
D4
A4
h4≡C4
B4
x14


A2
B2
C2
h2
12
x12
A1
D1
h1
11
K1
B1
C1
D4
A4
d4
K4
C4
B4
x14

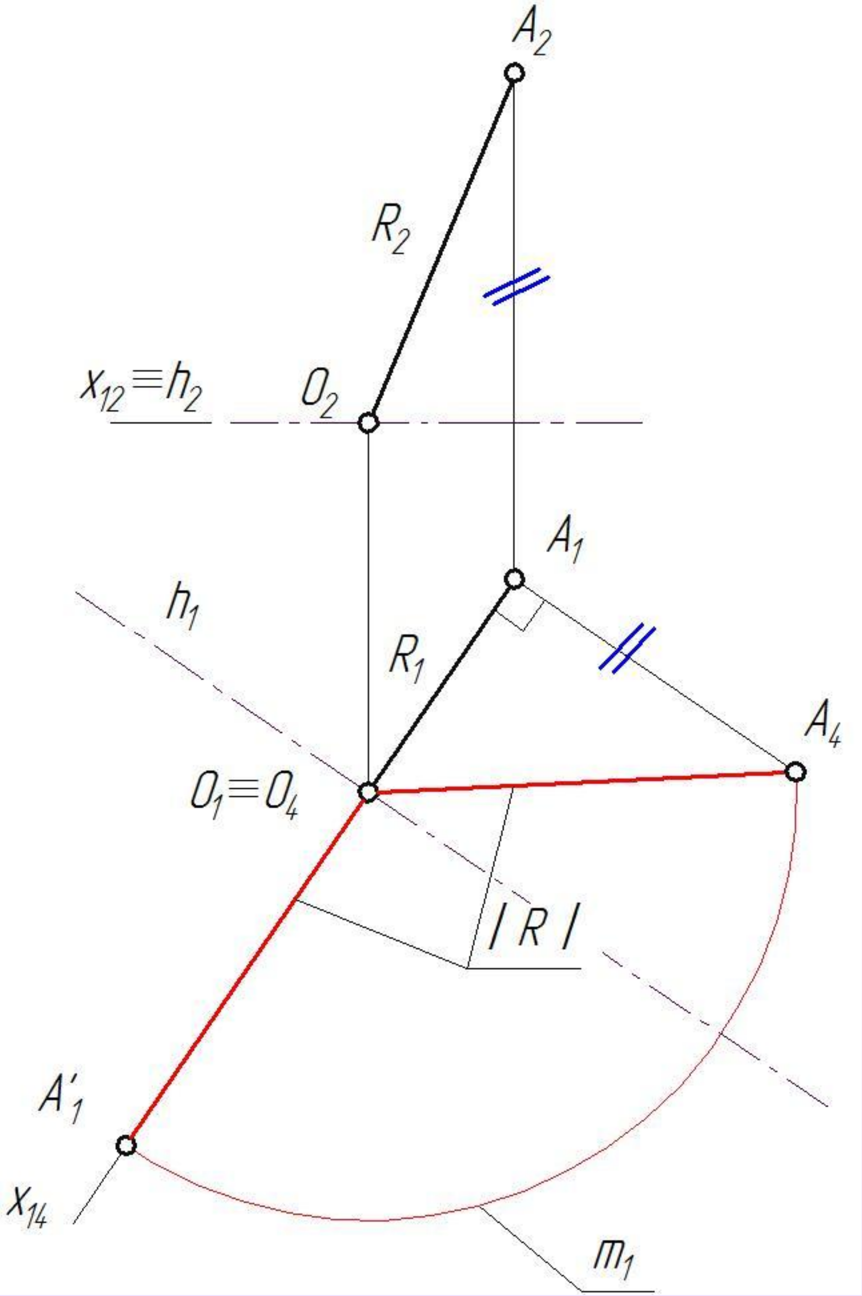
Пример:Определить расстояние от точки *A* до плоскости α(*h*∩*f*)



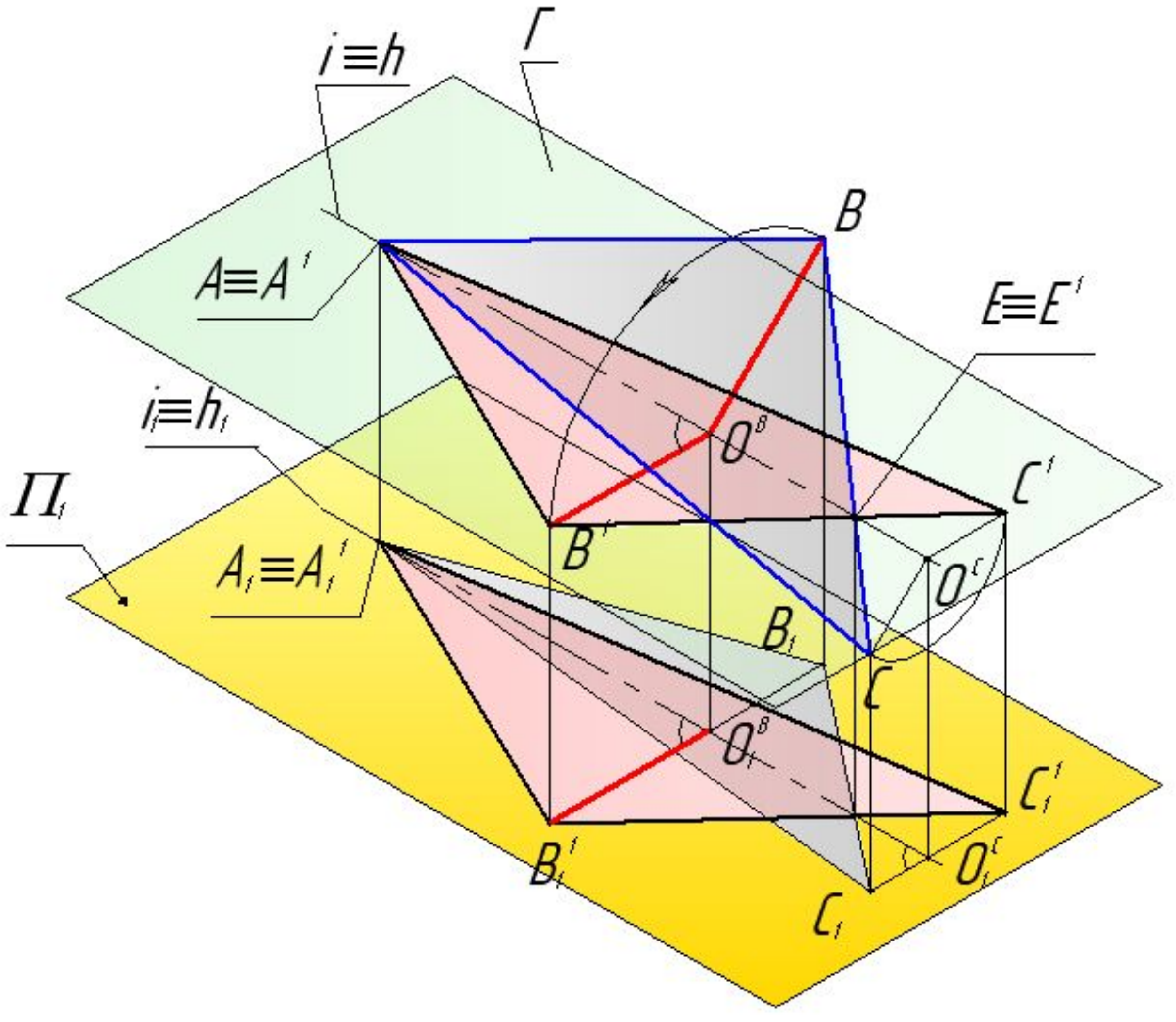
Вращение вокруг горизонтали или фронтали

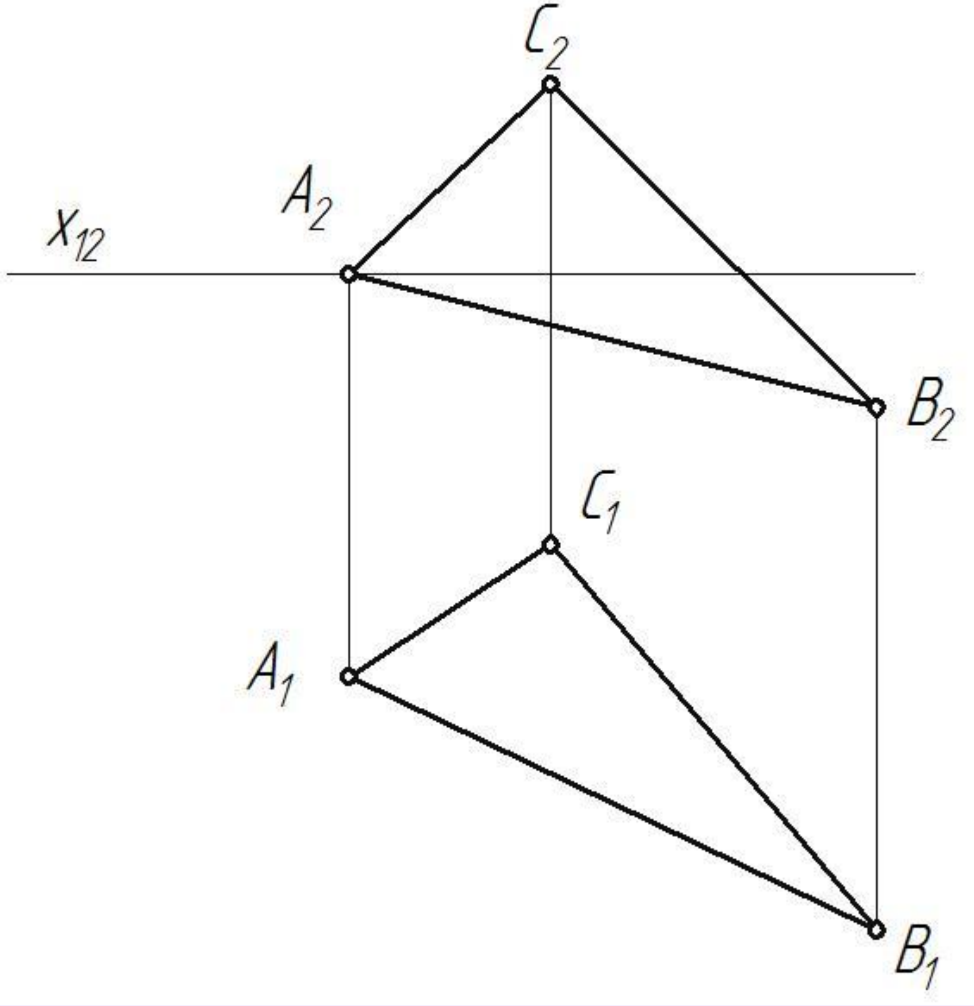


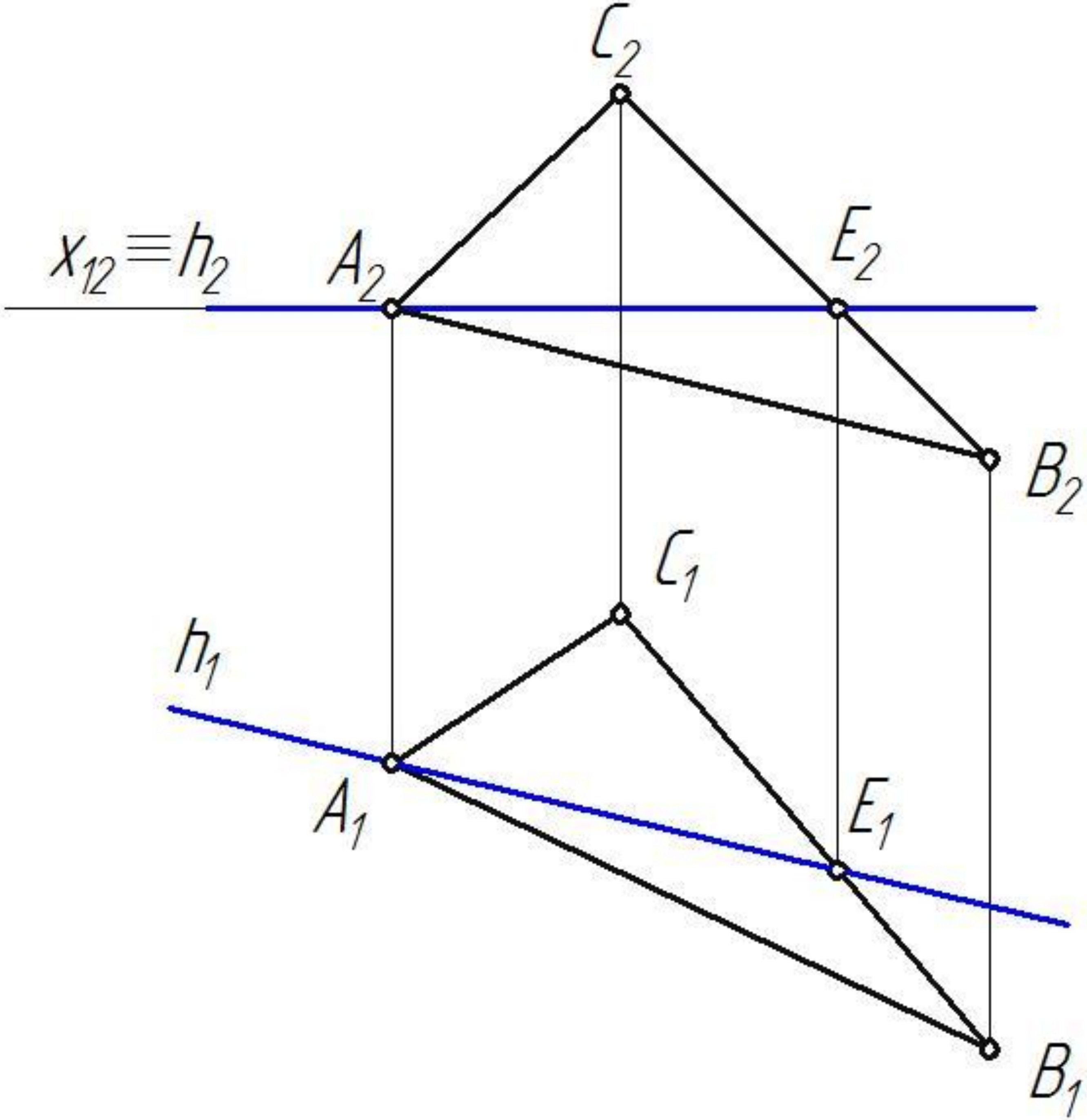
Ось вращения i является горизонталью

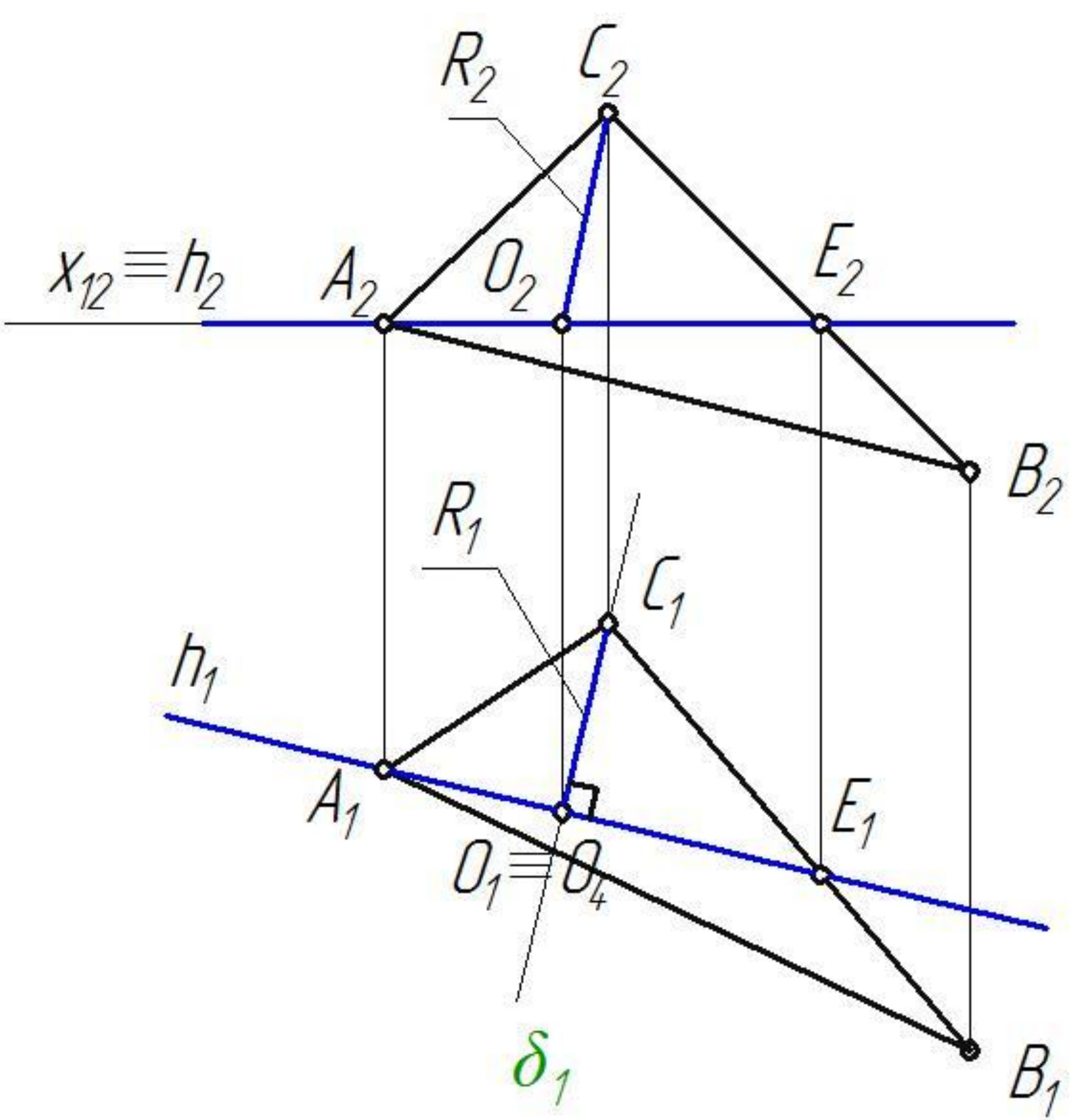

A_2
R_2
$x_{12} \equiv h_2$
O_2
A_1
h_1
R_1
A_4
$O_1 \equiv O_4$
$|R|$
A'_1
x_{14}
m_1

Определить истинную величину треугольника

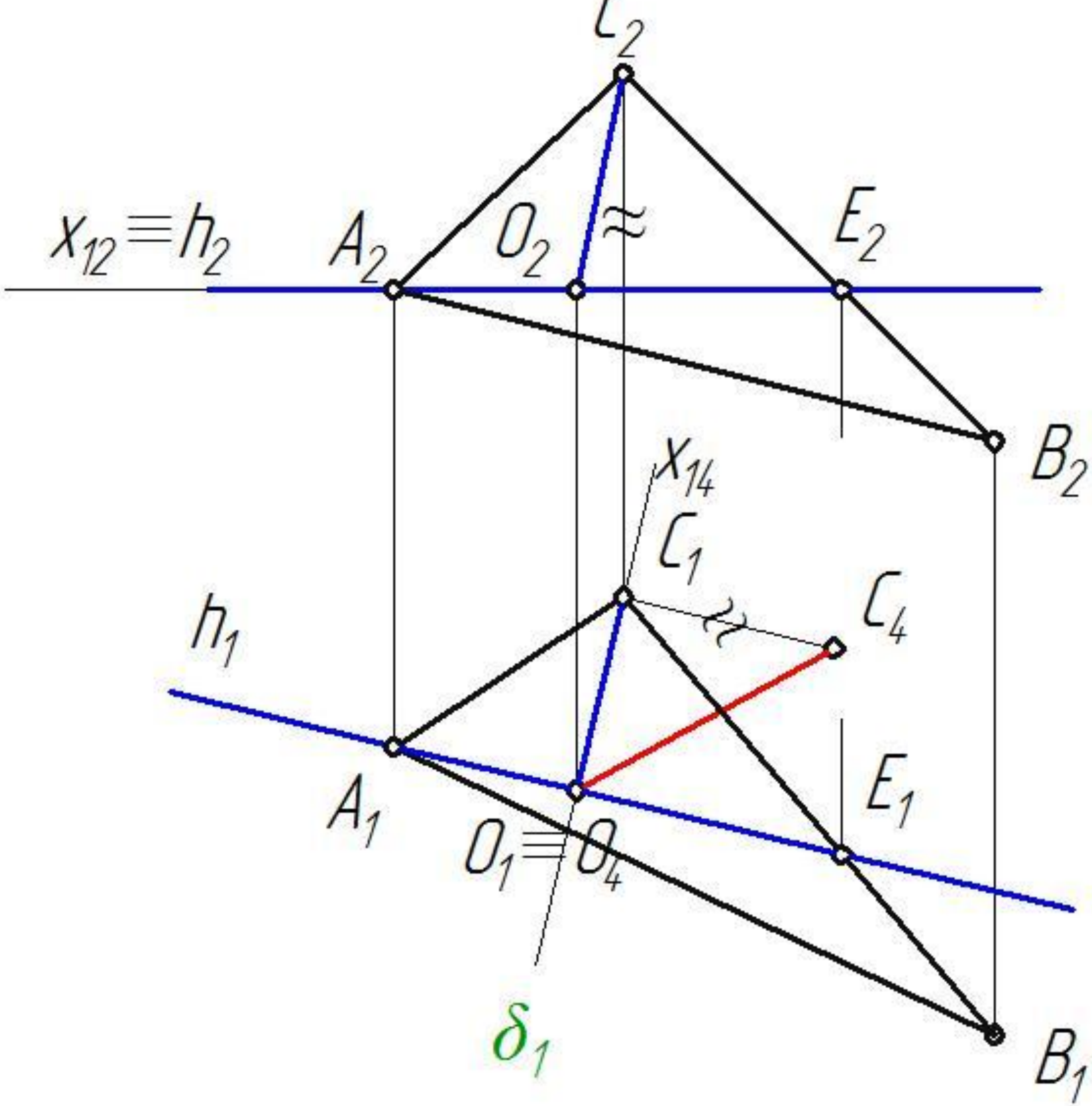




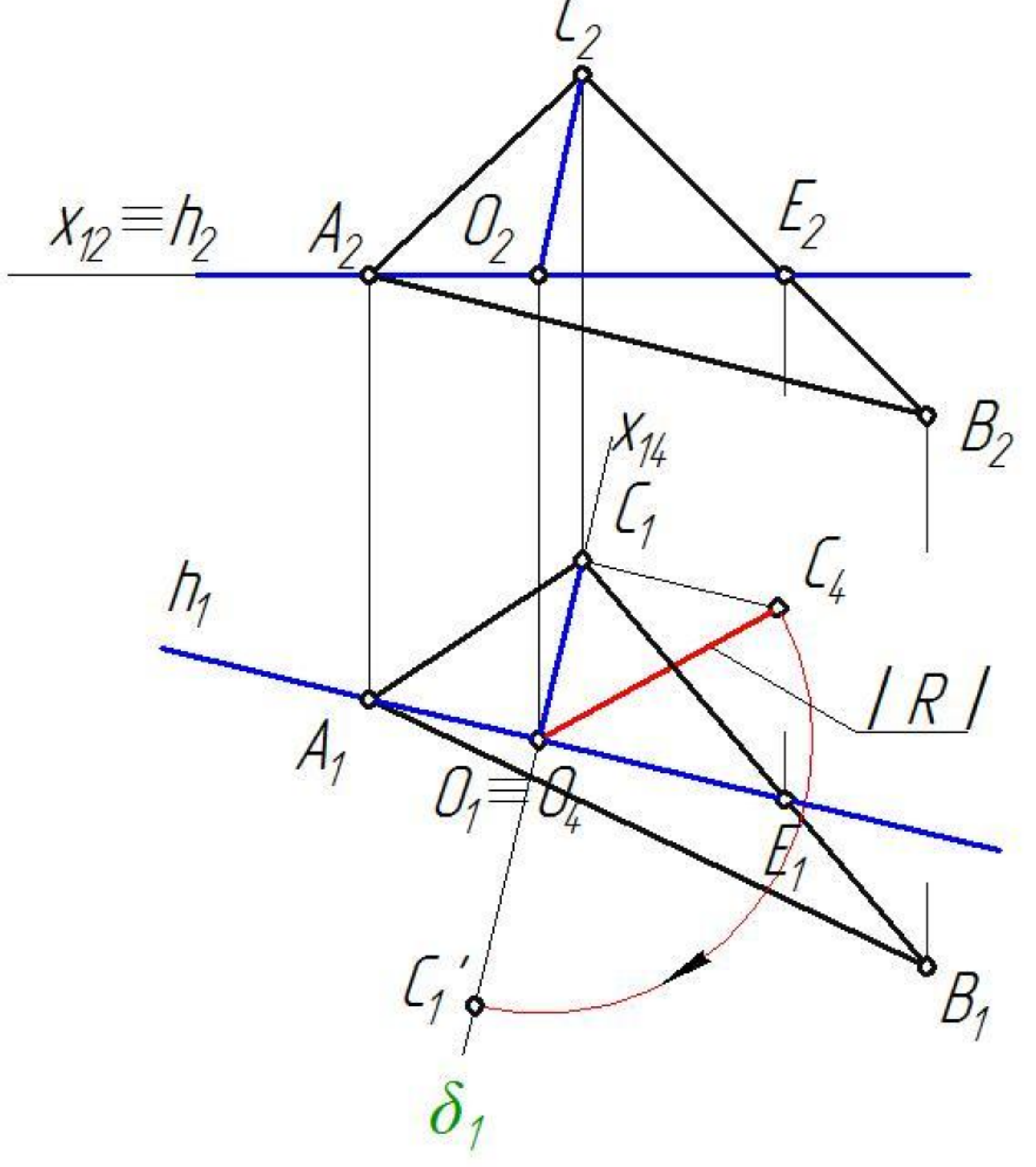

C_2
$x_{12} \equiv h_2$
A_2
E_2
B_2
C_1
h_1
A_1
E_1
B_1

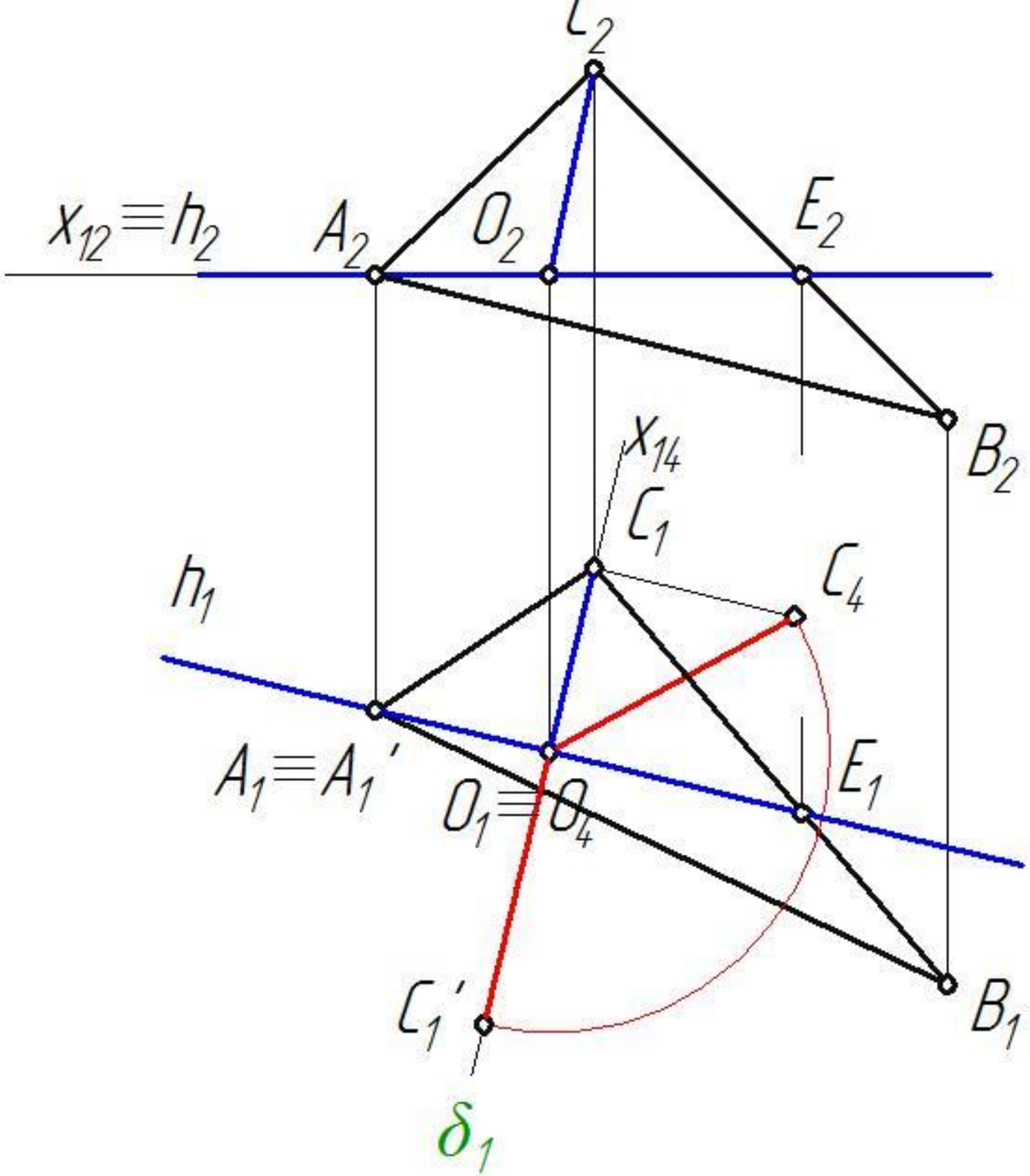


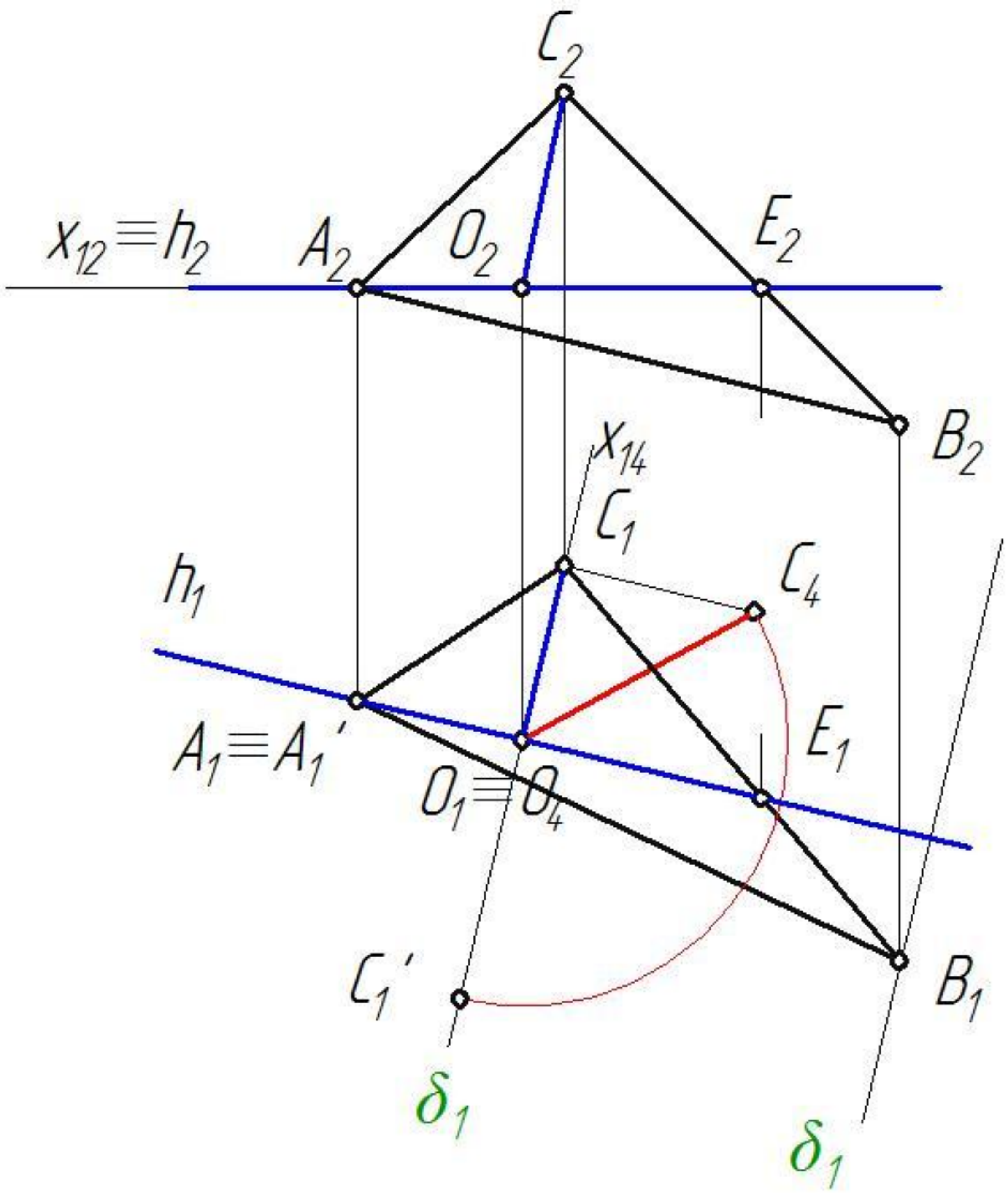
R2
C2
x12≡h2
A2
O2
E2
B2
R1
C1
h1
A1
E1
O1≡O4
δ1
B1



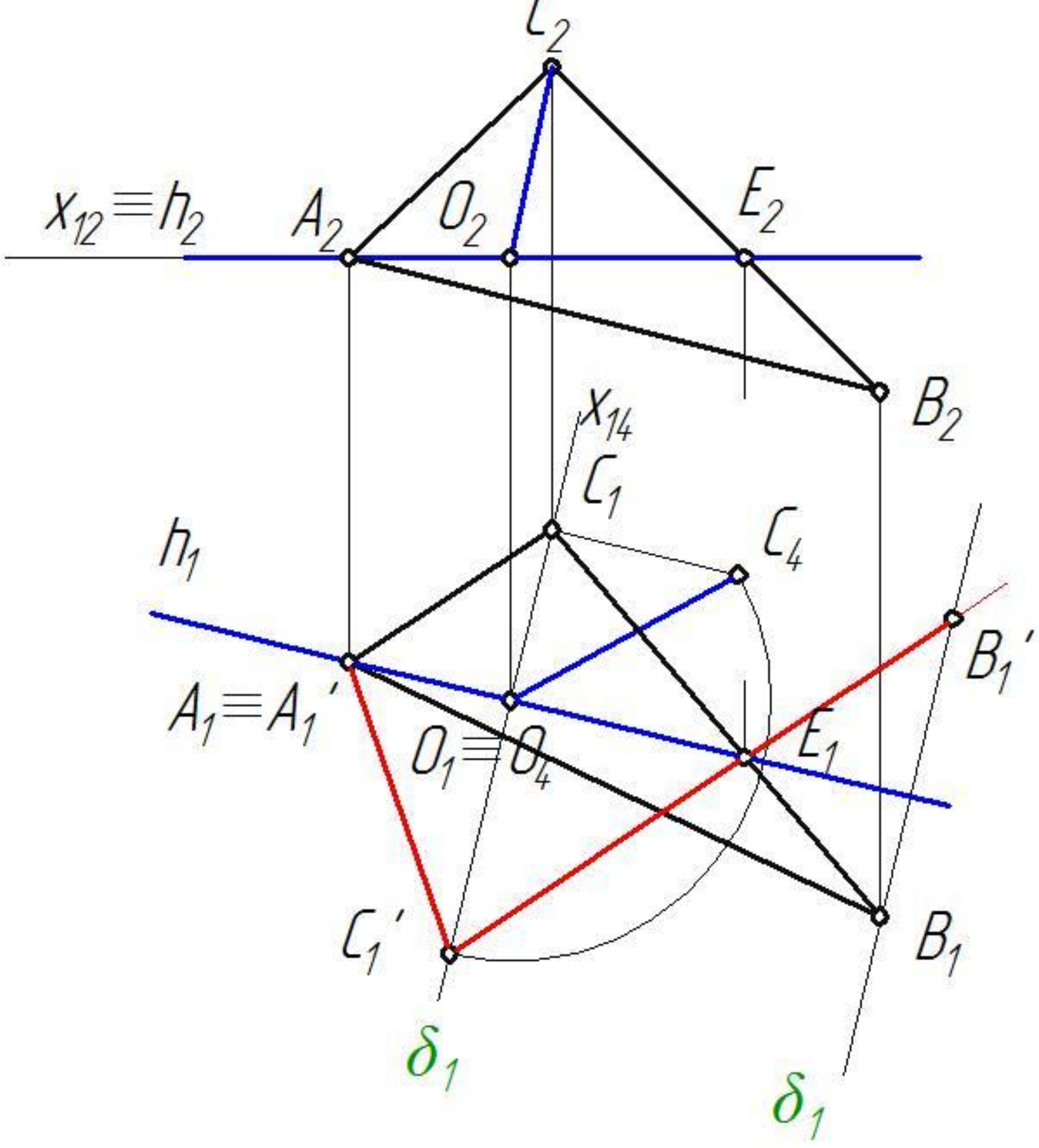
C2
x12≡h2
A2
O2
E2
B2
x14
C1
C4
h1
E1
A1
O1≡O4
δ1
B1

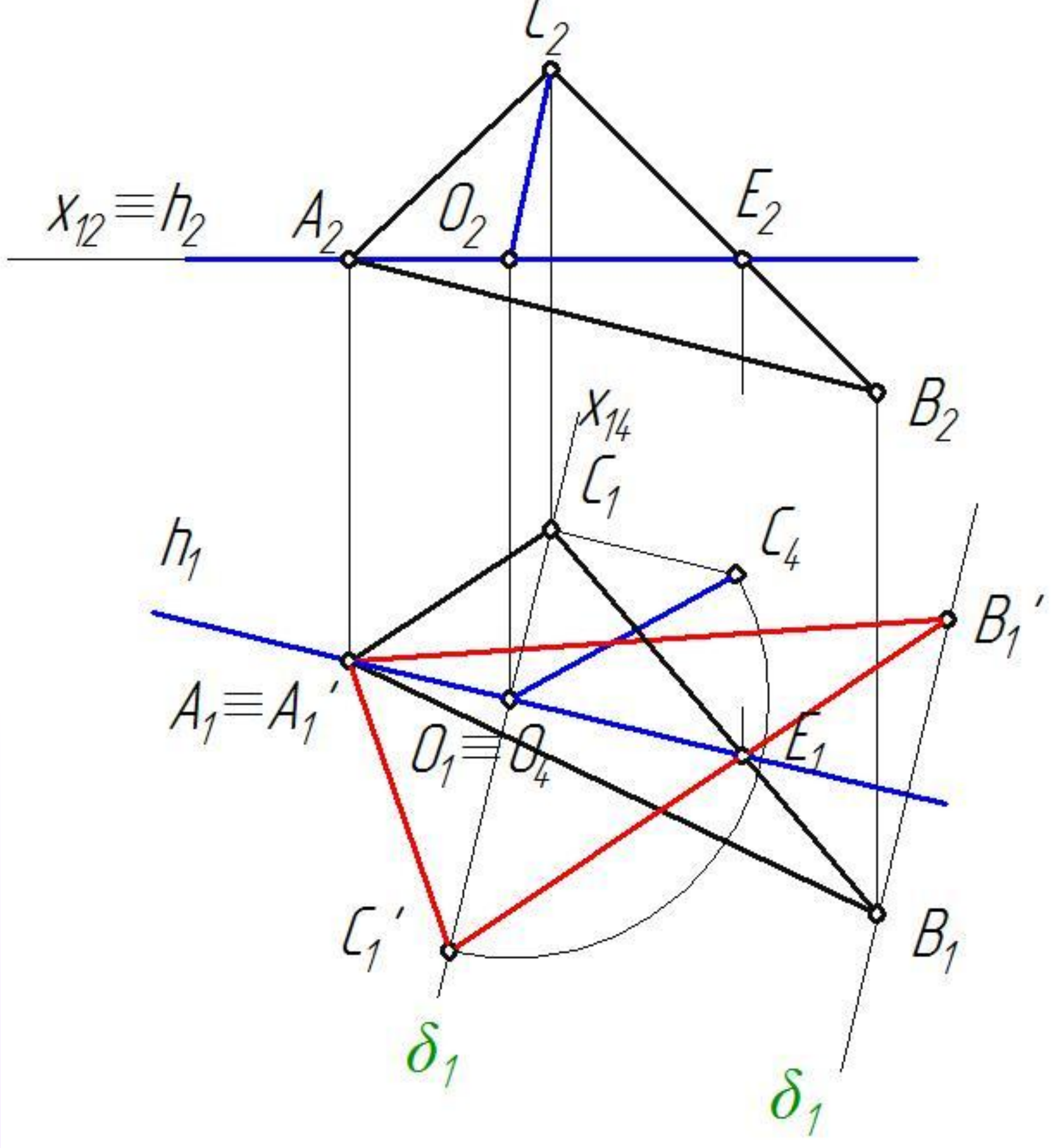

C2
X12≡h2
A2
O2
E2
B2
X14
C1
C4
h1
|R|
A1
O1≡O4
E1
C1'
B1
δ1


C_2
$x_{12} \equiv h_2$
A_2
O_2
E_2
B_2
x_{14}
C_1
C_4
h_1
$A_1 \equiv A_1'$
$O_1 \equiv O_4$
E_1
B_1
C_1'
δ_1



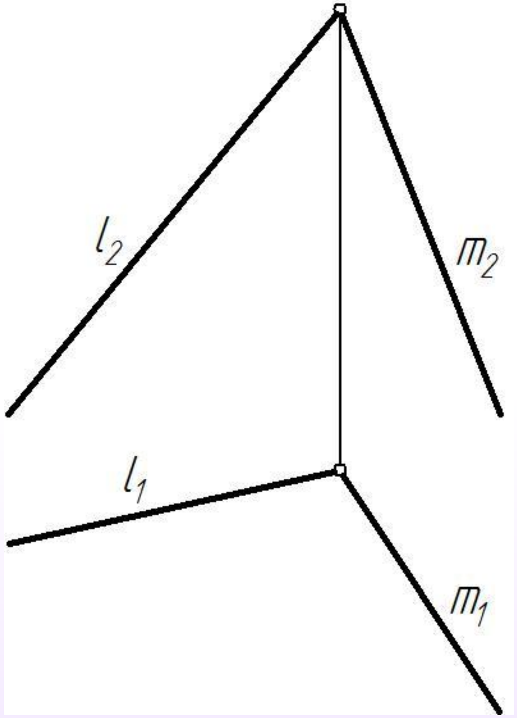
C2
x12≡h2
A2
O2
E2
B2
x14
C1
C4
h1
E1
A1≡A1'
O1≡O4
C1'
B1
δ1
δ1

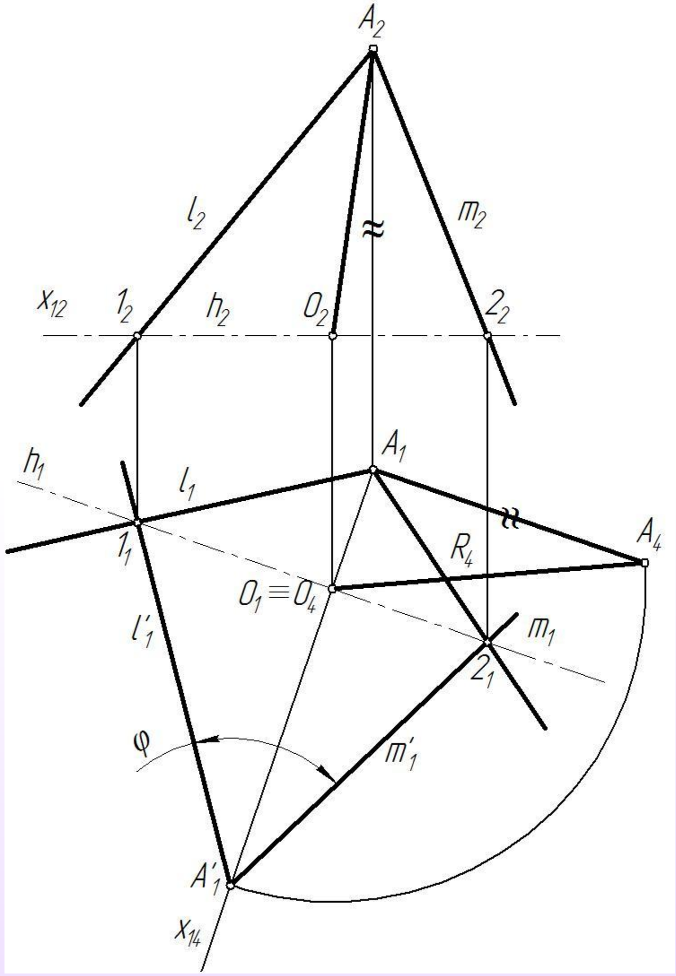

C2
x12≡h2
A2
O2
E2
B2
x14
C1
C4
h1
B1'
A1≡A1'
O1≡O4
E1
C1'
B1
δ1
δ1


C_2
$x_{12} \equiv h_2$
A_2
O_2
E_2
B_2
x_{14}
C_1
C_4
h_1
B_1'
$A_1 \equiv A_1'$
$O_1 \equiv O_4$
E_1
C_1'
B_1
δ_1
δ_1

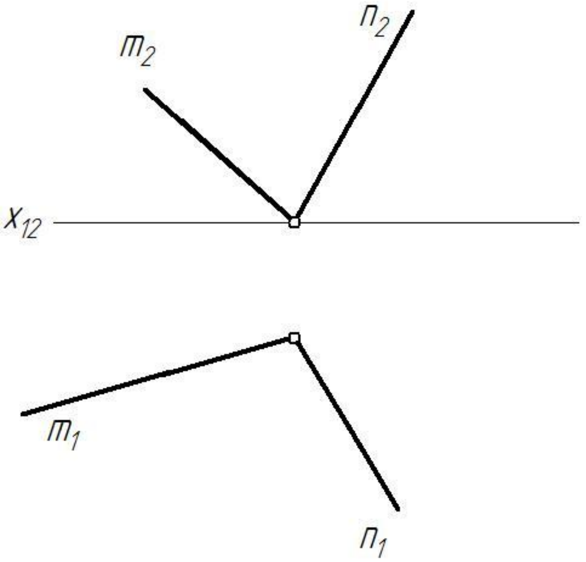
Определение углов

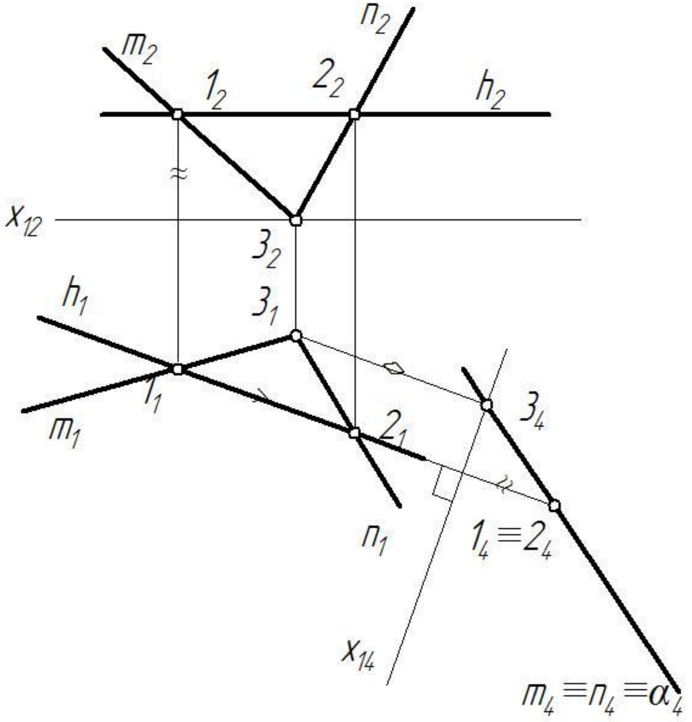
Угол между пересекающимися прямыми (решено вращением вокруг горизонтали)

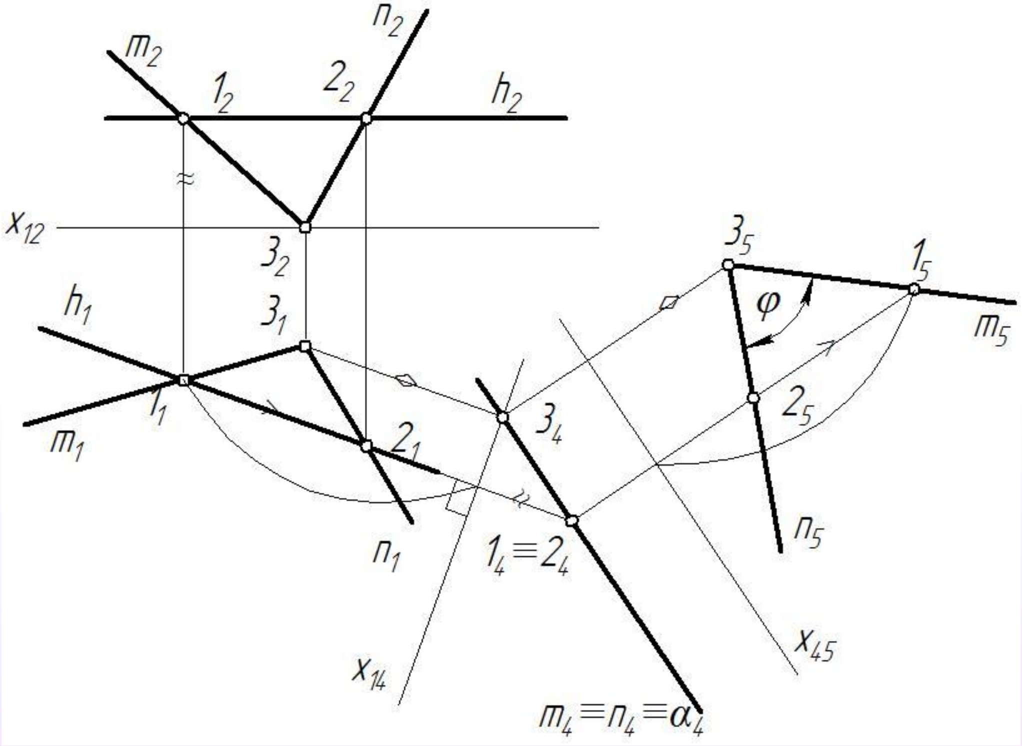




Угол между пересекающимися прямыми(решено дополнительным ортогональным проецированием)

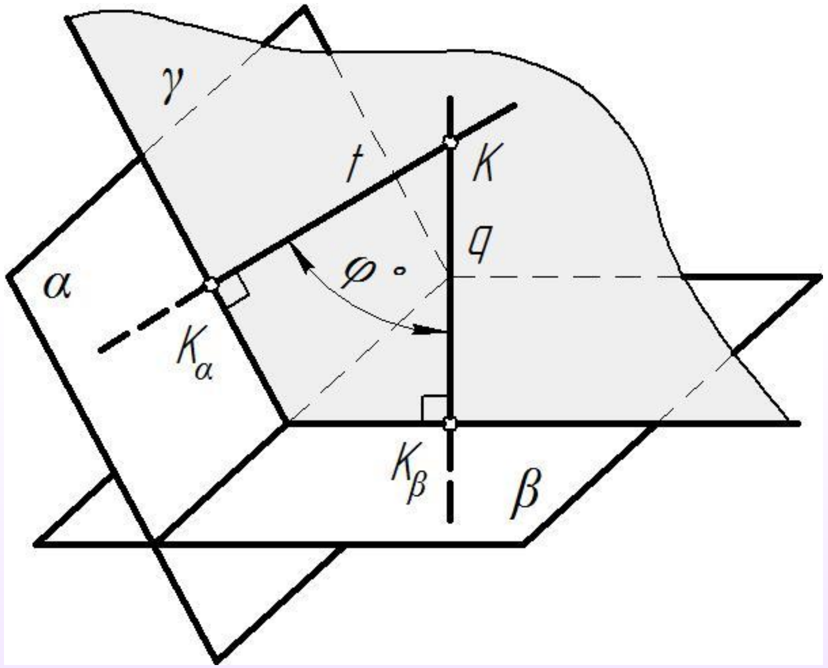


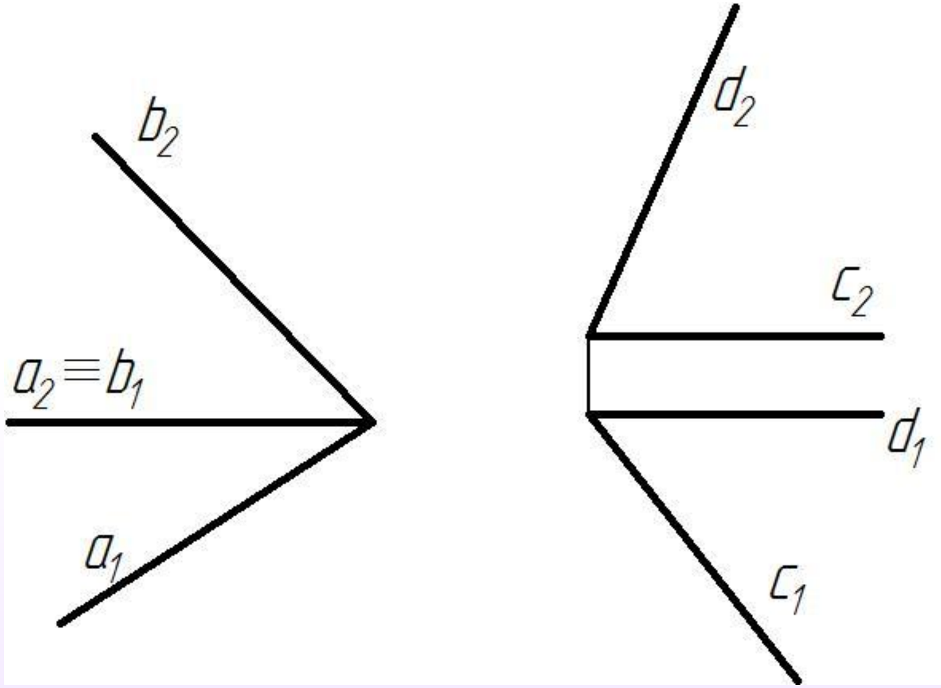


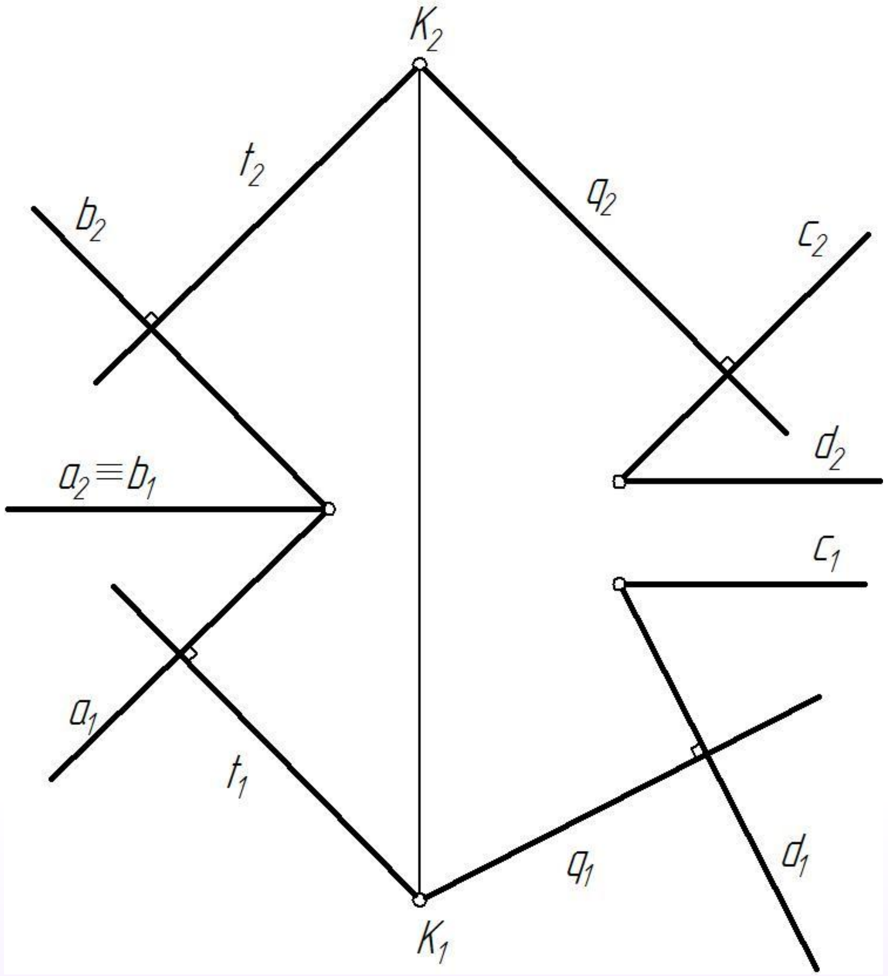


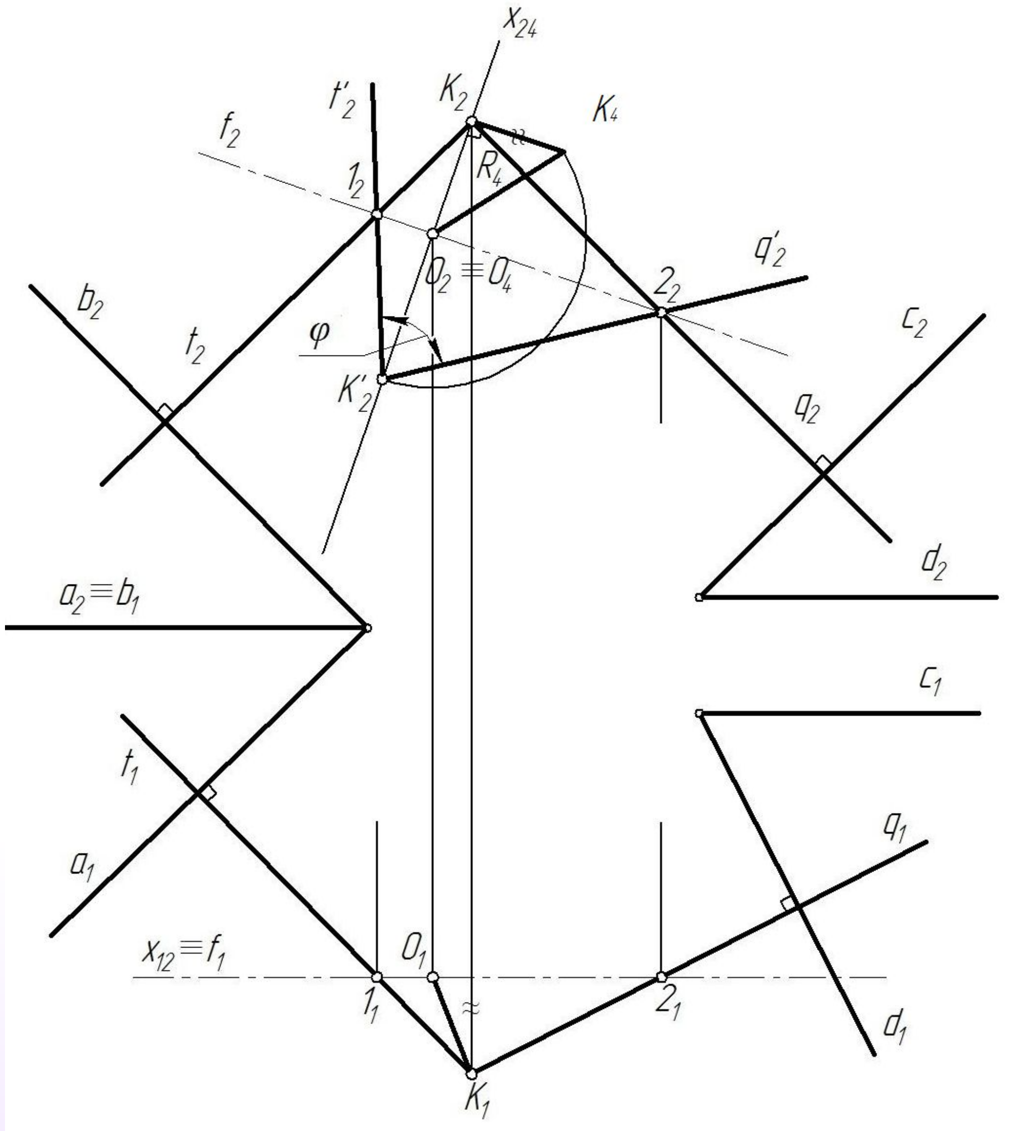
Угол между плоскостями

Угол между плоскостями равен углу между двумя перпендикулярами, опущенными из любой точки пространства на эти плоскости.

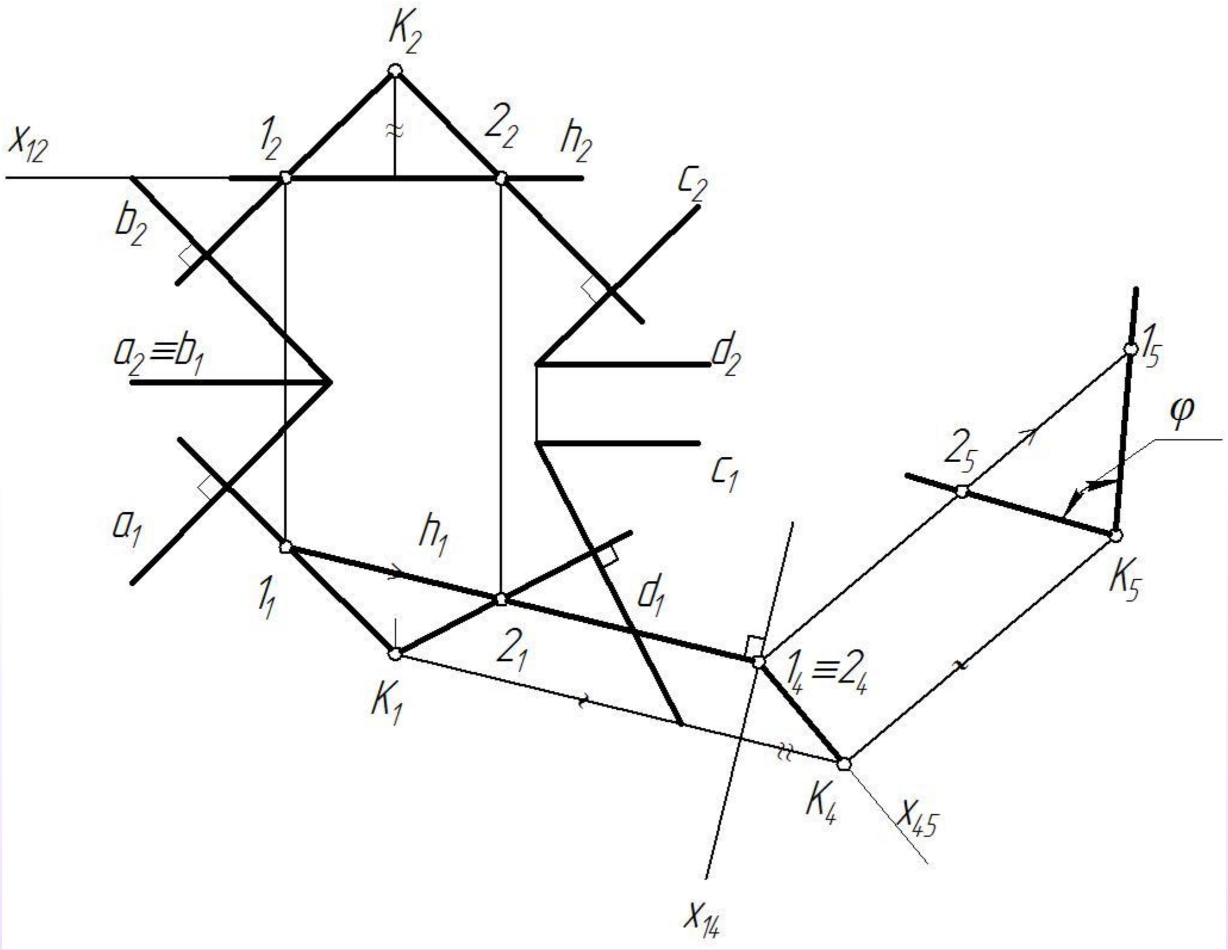





K2
t2
q2
b2
c2
d2
a2≡b1
c1
a1
t1
q1
d1
K1

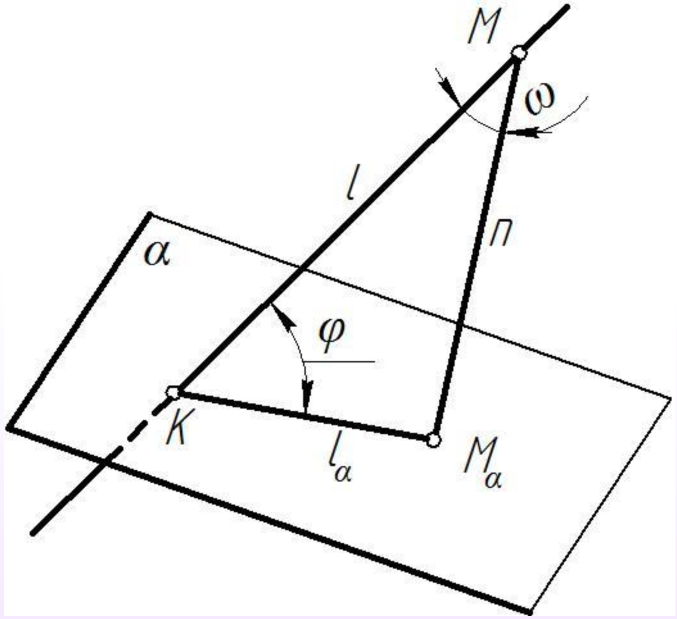

x24
t'2
K2
K4
f2
12
R4
O2≡O4
q'2
22
b2
t2
φ
K'2
c2
q2
d2
a2≡b1
c1
t1
q1
a1
x12≡f1
O1
11
21
d1
K1

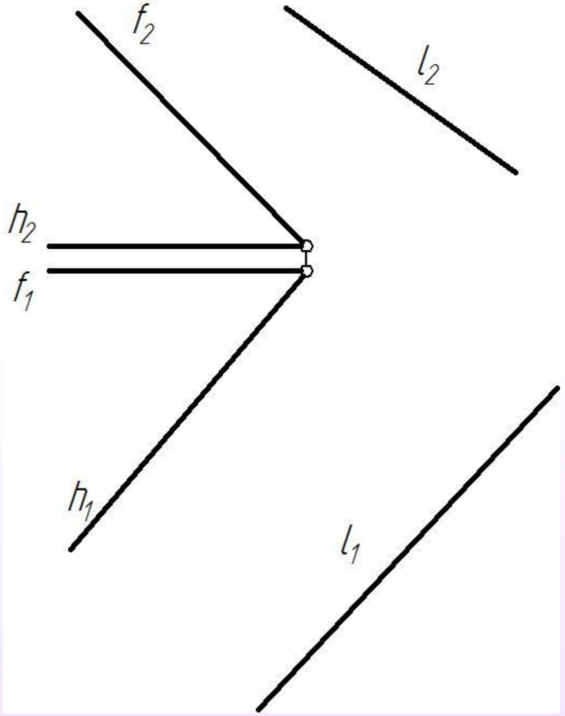
Угол между плоскостями(решено дополнительным ортогональным проецированием)

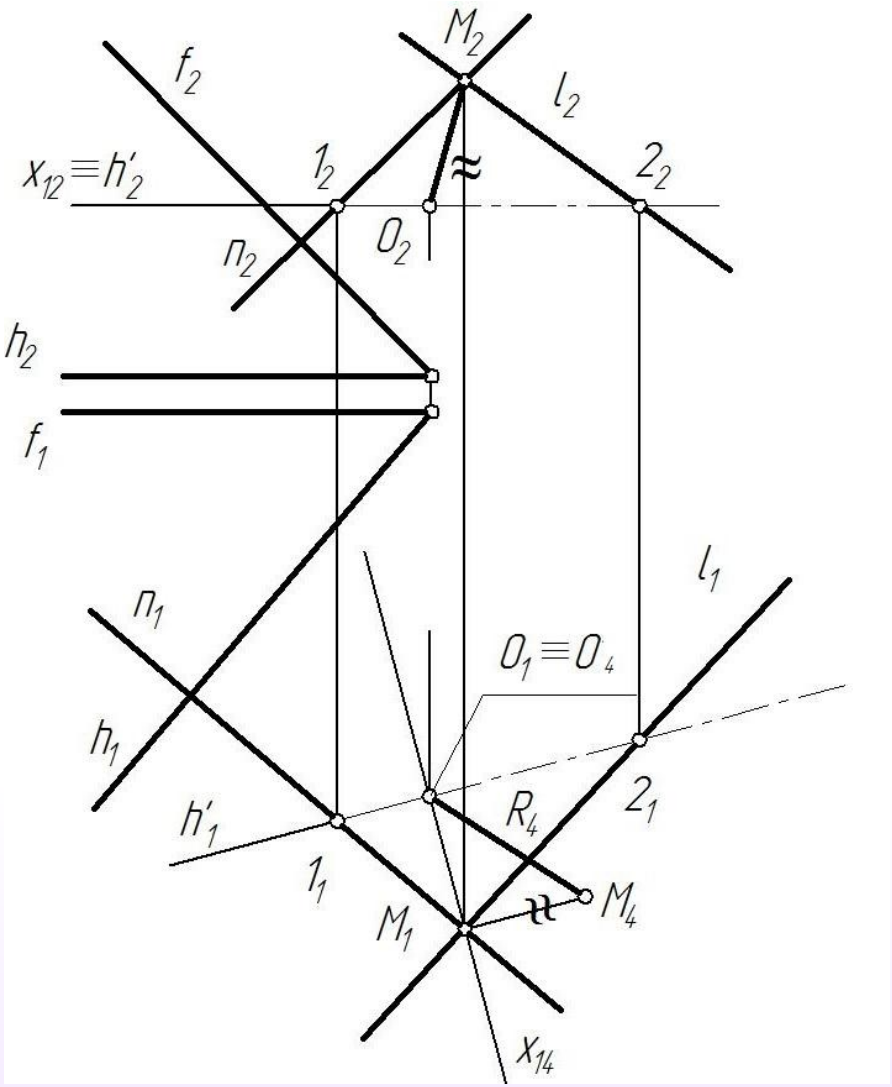


Угол между прямой и плоскостью

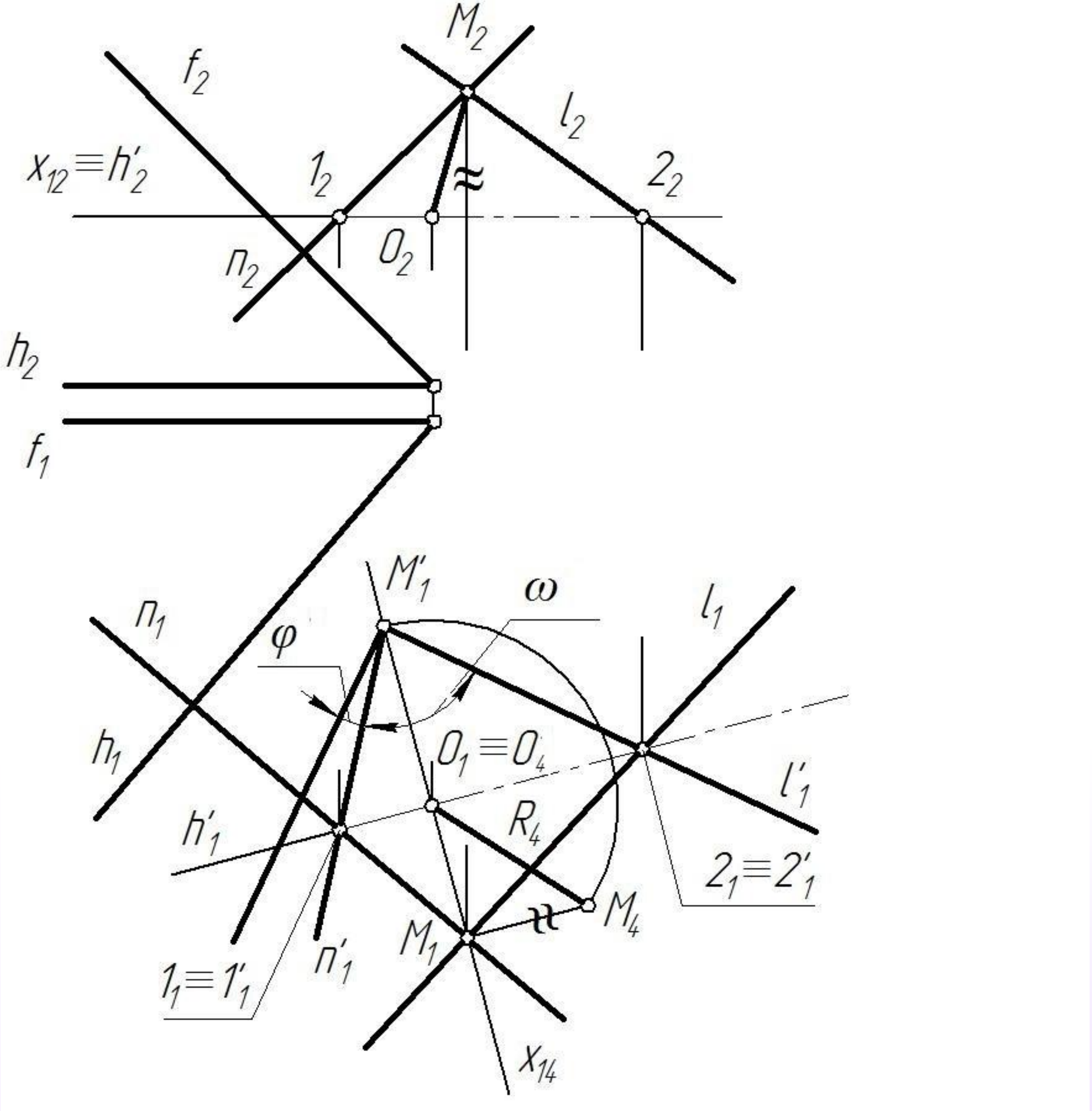
Углом между прямой и плоскостью является угол между этой прямой и её ортогональной проекцией на эту плоскость. Решение задачи упрощается, если определить угол ω (угол между прямой *l* и перпендикуляром *n*). Зная угол ω, определим искомый угол ϕ=90°- ω.





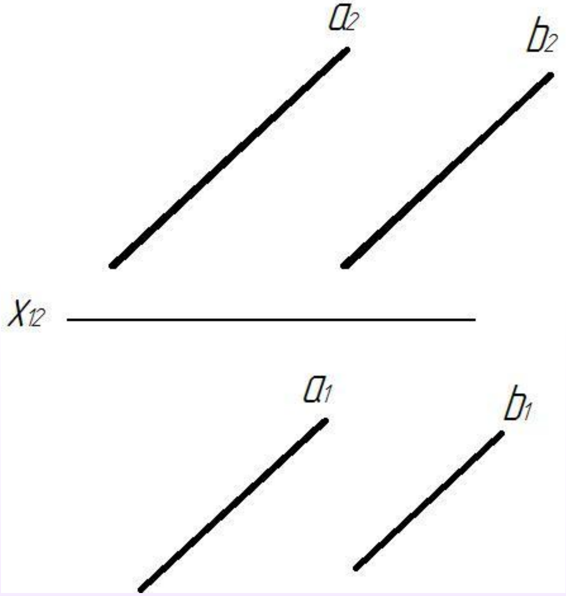


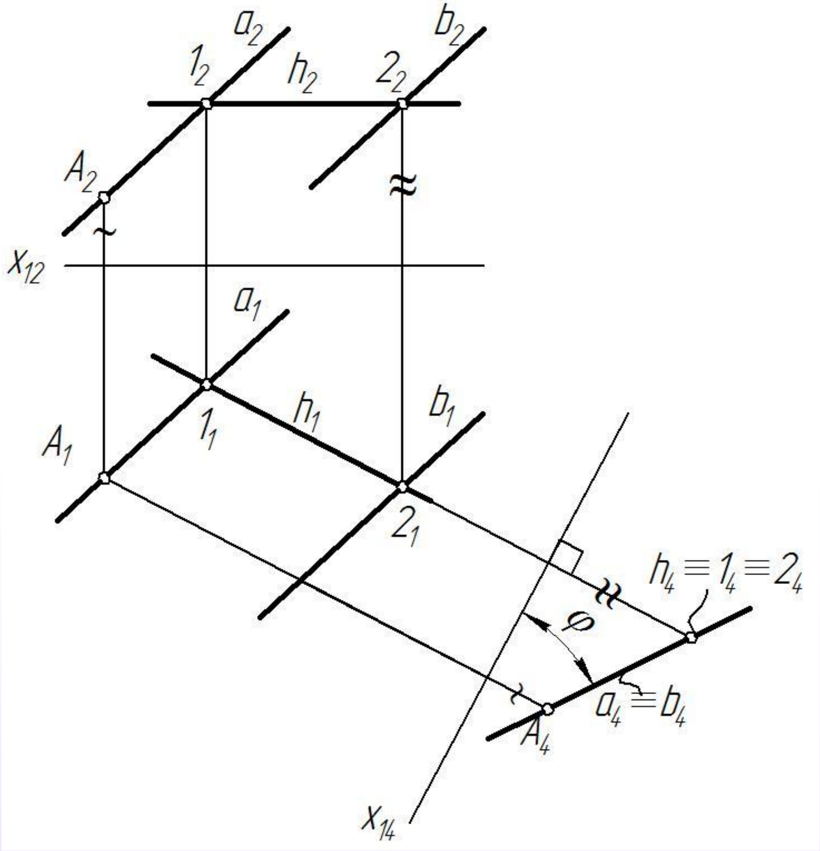
M_2
f_2
l_2
$x_{12} \equiv h'_2$
1_2
2_2
n_2
O_2
h_2
f_1
l_1
n_1
$O_1 \equiv O_4$
h_1
h'_1
R_4
2_1
1_1
M_1
M_4
x_{14}



M_2
f_2
l_2
$x_{12} \equiv h'_2$
1_2
2_2
n_2
O_2
h_2
f_1
M'_1
ω
l_1
n_1
φ
$O_1 \equiv O_4$
h_1
l'_1
h'_1
R_4
$2_1 \equiv 2'_1$
M_4
M_1
$1_1 \equiv 1'_1$
n'_1
x_{14}

Угол наклона плоскости к плоскости проекций $П_1$





Определение двугранного угла между плоскостями