

Тема диплома:

«Оценка параметров движения при зондировании последовательностью оптических импульсов»

Выполнил студент
2 курса магистратуры
Крутских И.Д.

Цель работы:

1. Анализ потенциальной точности совместных оценок дальности, скорости и ускорения.
2. Рассмотреть оценку дальности и скорости флуктуирующей цели.

Корреляционная матрица совместных

оценок R, V, a .

$$R_{ij} = \int_{t=0}^{t=N-1} s_k(t) s_j(t) dt = \int_{t=0}^{t=N-1} s_k(t) \left[\frac{s_j(t) - s_j(t - \theta) - s_j(t - 2\theta) - \dots - s_j(t - (N-1)\theta)}{\theta} \right] dt,$$

где $s_k(t)$ - функция, описывающая интенсивность k -го оптического импульса; λ - время прихода последовательности; θ - период повторения импульсов. Параметр μ определяет точку последовательности, с которой связано ее время прихода. Так, при $\mu = 0$ величина λ представляет собой время прихода первого импульса, при

$$\mu = (N - 1)/2$$

- время прихода середины последовательности, а при $\mu = (N - 1)$ - время прихода последнего импульса последовательности.

$$s(t, R_0, V_0, A_0) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k f \left[\frac{t - \frac{2R_0}{c} - (k - \mu)\theta \left(1 + \frac{2V_0}{c} \right) - A_0 \left(k - \frac{\mu}{c} \right)^2 \theta^2}{\tau} \right].$$

$$K = B^{-1}$$

где B – информационная матрица Фишера с элементами

$$B_{11} = \frac{2^2 M_2(\mu)}{M_1(\mu)}, \quad M_1(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}$$

$$M_2(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} = \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1) \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} + \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}$$

- функция неопределенности при обработке пуассоновского процесса.

$$B_{11} = 4F_N/[c^2\tau], \quad B_{12} = B_{21} = 4\theta F_N M_1(\mu)/[c^2\tau], \quad B_{22} = 4\theta^2 F_N M_2(\mu)/[c^2\tau],$$

$$B_{23} = B_{32} = \frac{2\theta^3 F_N M_3(\mu)}{[c^2\tau]}, \quad B_{13} = B_{31} = \frac{2\theta^2 F_N M_2(\mu)}{[c^2\tau]},$$

$$B_{33} = \theta^4 F_N M_4(\mu)/[c^2\tau].$$

$$\sigma_V^2 = 1/B_{11} = \tau/[4F_N].$$

$$\sigma_V^2 = 1/B_{22} = c^2\tau/[4\theta^2 F_N M_2(\mu)].$$

$$\sigma_A^2 = 1/B_{33} = c^2\tau/[\theta^4 F_N M_4(\mu)].$$

$$M_k(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} k^k \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}; \quad M_k(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)\dots(k-k+1) \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} + \dots$$

$$M_2(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} = \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1) \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} + \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}$$

$$M_3(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} k^3 \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} = \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)(k-2) \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} + \dots$$

$$M_4(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} k^4 \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} = \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)(k-2)(k-3) \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} + \dots$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu_1^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i2}^2}{\sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i2} - \sum_{i=1}^n x_{i3}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i2}^2 \ln(x_{i2})}{4 \sum_{i=1}^n x_{i2} x_{i4} - \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 \ln(x_{i1})}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu_2^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i3}^2}{\sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i3} - \sum_{i=1}^n x_{i3}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i3}^2 \ln(x_{i3})}{4 \sum_{i=1}^n x_{i3} x_{i4} - \sum_{i=1}^n x_{i2}^2 \ln(x_{i2})}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu_3^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i1}^2}{\sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i2} - \sum_{i=1}^n x_{i2}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i1}^2 \ln(x_{i1})}{4 \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i4} [\sum_{i=1}^n x_{i2} x_{i4} - \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 \ln(x_{i1})]}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu_4^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i3}^2}{\sum_{i=1}^n x_{i2} x_{i3} - \sum_{i=1}^n x_{i3}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i3}^2 \ln(x_{i3})}{4 \sum_{i=1}^n x_{i3} x_{i4} [\sum_{i=1}^n x_{i2} x_{i4} \ln(x_{i2}) - \sum_{i=1}^n x_{i3}^2 \ln(x_{i3})]}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu_A^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i1}^2}{\sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i3} - \sum_{i=1}^n x_{i3}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i1}^2 \ln(x_{i1})}{\sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i4} [\sum_{i=1}^n x_{i4} x_{i4} - \sum_{i=1}^n x_{i2}^2 \ln(x_{i2})]}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu_B^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i2}^2}{\sum_{i=1}^n x_{i2} x_{i3} - \sum_{i=1}^n x_{i3}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i2}^2 \ln(x_{i2})}{\sum_{i=1}^n x_{i2} x_{i4} [\sum_{i=1}^n x_{i2} x_{i4} \ln(x_{i2}) - \sum_{i=1}^n x_{i3}^2 \ln(x_{i3})]}$$

$$\sigma_R^2(V, A) = \frac{B_{22}B_{33} - B_{23}^2}{\det B} = \frac{c^2 \tau [M_2(\mu)M_4(\mu) - M_3^2(\mu)]}{4F_N d}$$

$\Gamma_{\Delta e}$

$$\det B = B_{11}B_{22}B_{33} - B_{11}^2 B_{33} - B_{22}^3 + B_{33}^2 B_{11} - 2B_{11}B_{22}B_{33}$$

$$\frac{B_{22}^2 B_{33}}{B_{11}B_{22}B_{33}} = \frac{B_{11}B_{33} - B_{13}^2}{B_{11}B_{22}B_{33}} = \frac{B_{11}^2 [B_{44} - B_{22}^2]}{4B_{11}^2 B_{22}B_{33}}$$

$$\frac{B_{11}^2 B_{22}}{B_{11}B_{22}B_{33}} = \frac{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}{B_{11}B_{22}B_{33}} = \frac{B_{11}^2 [B_{22} - B_{11}^2]}{4B_{11}^2 B_{22}B_{33}}$$

$$\frac{\sigma_R^2(V, A)}{\sigma_R^2} = \frac{\sigma_A^2(R, V)}{\sigma_A^2} = \frac{3(3N^2 - 7)}{4(N^2 - 4)} ; \quad \frac{\sigma_V^2(R, A)}{\sigma_V^2} = 1.$$

Оценка дальности и скорости

флуктуирующей цели.

$$s(t, V_0, a_{0k}) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{0k} I \left\{ \left[t - k\theta \left(1 + \frac{2V_0}{c} \right) \right] / \tau \right\}.$$

$$s(t, R_0, a_{0k}) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{0k} I \left[\left(t - \frac{2R_0}{c} - k\theta \right) / \tau \right].$$

$$\sigma_{\text{дальности}}^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \ln \left(1 + \frac{a_{0k}^2}{\sigma_{\text{дальности}}^2} \right) - \left(\sum_{k=0}^{N-1} \frac{a_{0k}}{\sigma_{\text{дальности}}} \right)^2$$

$$\sigma_{\text{скорости}}^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \ln \left(1 + \frac{a_{0k}^2}{\sigma_{\text{скорости}}^2} \right) - \left(\sum_{k=0}^{N-1} \frac{a_{0k}}{\sigma_{\text{скорости}}} \right)^2$$

$$\sigma_{\text{дальности}}^2 = \sigma_{\text{дальности}}^2 - \sigma_{\text{дальности}}^2 =$$

$$= \frac{13 \sigma_{\text{дальности}}^2}{2 \sigma_{\text{дальности}}^2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[2 + \frac{a_{0k}^2}{\sigma_{\text{дальности}}^2} \right] - \left(\sum_{k=0}^{N-1} \frac{a_{0k}}{\sigma_{\text{дальности}}} \right)^2 \ln \left(1 + \frac{a_{0k}^2}{\sigma_{\text{дальности}}^2} \right) + \frac{a_{0k}^2}{\sigma_{\text{дальности}}^2}$$

$$\sigma_{\text{скорости}}^2 = \sigma_{\text{скорости}}^2 - \sigma_{\text{скорости}}^2 =$$

$$= \frac{13 \sigma_{\text{скорости}}^2}{2 \sigma_{\text{скорости}}^2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[2 + \frac{a_{0k}^2}{\sigma_{\text{скорости}}^2} \right] - \left(\sum_{k=0}^{N-1} \frac{a_{0k}}{\sigma_{\text{скорости}}} \right)^2 \ln \left(1 + \frac{a_{0k}^2}{\sigma_{\text{скорости}}^2} \right) + \frac{a_{0k}^2}{\sigma_{\text{скорости}}^2}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{\mu} = \frac{n}{\mu}, \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sigma^2} = \frac{n}{\sigma^2} \\
 \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \frac{n}{\mu} \ln \frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{n}{\mu} + \frac{n}{\sigma^2} \\
 \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} &= \frac{n}{\sigma^2} \ln \frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{n}{\sigma^2} + \frac{n}{\sigma^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \frac{n}{\mu} \ln \frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{n}{\mu} + \frac{n}{\sigma^2} \\
 \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} &= \frac{n}{\sigma^2} \ln \frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{n}{\sigma^2} + \frac{n}{\sigma^2}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = \frac{n}{\mu} \ln \frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{n}{\mu} + \frac{n}{\sigma^2}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = \frac{n}{\sigma^2} \ln \frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{n}{\sigma^2} + \frac{n}{\sigma^2}$$

Выводы:

1. Найдены дисперсии отдельных и совместных эффективных оценок R , V , α .
2. Исследовано влияние априорной информации на точность оценок.
3. Выявлено, что незнание V и α влияет на точность оценки R , а незнание R и V – на точность оценки α .
4. Показано, что при минимально возможном числе импульсов зондирующей последовательности ($N=3$) априорное незнание V и α (R и V) приводит к увеличению дисперсии эффективной оценки R (α) в 3 раза. С ростом числа импульсов в зондирующей последовательности этот проигрыш в точности оценки несколько уменьшается при $N \rightarrow \infty$ достигает значения $9/4$.
5. Методом локально-марковской аппроксимации были получены оценки R и V флуктуирующей цели при зондировании последовательностью прямоугольных оптических импульсов.
6. Показано, что априорное незнание интенсивности приводит к заметному усложнению структуры алгоритма ОМП.
7. В условиях высокой апостериорной точности наличие флуктуаций цели не влияет на потенциальную точность оценки R или V .
8. Для случая малой интенсивности отраженного импульса предложены более простые способы реализации алгоритма ОМП.

Спасибо за внимание!